



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

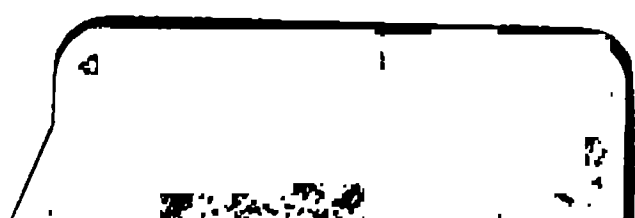
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





IL NUOVO CIMENTO

**GIORNALE DI FISICA, CHIMICA
E STORIA NATURALE**

DIRETTORI

C. MATTEUCCI, R. PIRIA, G. MENECHINI

COLLABORATORI

S. CANNIZZARO, F. DE FILIPPI, S. DE LUCA

G. B. DONATI, R. FELICI, G. GOVI, L. PACINOTTI, P. E P. SAVI

Q. SELLA, C. STUDIATI, P. TASSINARI.

Tomo XVII.

GENNAJO

(Pubblicato il 21 Agosto 1863)

1863

TORINO



PRESSO I TIPOGRAFI-LIBRAI

G. B. PARAVIA E C.¹³

PISA

PRESSO IL TIPOGrafo-LIBRAIO

F. PIERACCINI



Alcune circostanze imprevedute hanno fatto ritardare la pubblicazione di alcuni mesi del Giornale. Ma ora si avvisa che non solamente pubblicheremo presto i numeri in ritardo ma che fra non molto ancora introdurremo nel Giornale un notabilissimo miglioramento del quale daremo avviso.

IL NUOVO CIMENTO

ANNO IX.



22 91 15T 53 005 XL

0337

Il Nuovo Cimento = 7. 185/216 2 744 in 2024, 216.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE DI FISICA, CHIMICA E STORIA NATURALE

DIRETTORI

C. MATTEUCCI, R. PIRIA, G. MENECHINI

COLLABORATORI

**S. CANNIZZARO, F. DE FILIPPI, S. DE LUCA
G. B. DONATI, R. FELICI, G. GOVI, L. PACINOTTI, P. E P. SAVI,
Q. SELLA, C. STUDIATI, P. TASSINARI.**

Tomo XVII.

1863

TORINO
PRESSO I TIPOGRAFI-LIBRAI
G. B. PARAVIA E C.^{ia}

PISA
PRESSO IL TIPOGrafo-LIBRAIO
F. PIERACCINI

**SOPRA ALCUNI FENOMENI D'ENDOSMOSI GASOSO; NOTA DI CARLO
MATTEUCCI, LETTA ALL'ACCADEMIA R. DELLE SCIENZE
DI TORINO.**

Fra i fatti più notevoli di fisica molecolare scoperti in questi ultimi tempi vi è sicuramente quello descritto da Saint-Claire Deville nella Memoria letta all'Accademia delle Scienze di Parigi nel Febbraio scorso e che consiste nel far passare una corrente di gaz idrogene in un tubo di terra porosa e nel mostrare che il gaz raccolto non è più idrogene ma dell'aria atmosferica pura. Deville ha variata l'esperienza mettendo il tubo di terra porosa dentro un tubo di vetro e facendo passare l'idrogene come prima dentro il tubo di terra e una corrente di acido carbonico nello spazio anulare esterno: allora Deville trova che l'acido carbonico quasi puro esce dal tubo interno e dell'idrogene dal tubo anulare esterno. Questi risultati sono diventati anche più singolari dacchè recentissimamente lo stesso Chimico ha trovato che un tubo di platino ottenuto colla fusione, si comporta come il tubo di terra porosa, quando è riscaldato a circa 1100°.

Lasciando da parte l'esperienza in cui entra il platino riscaldato, nella quale bisogna sempre fare intervenire la nota azione di questo metallo per attirare e condensare i gaz in con-

tatto di cui si trova, ho creduto degna di qualche nuovo studio la prima esperienza fatta col tubo di terra porosa.

È noto da molto tempo che un gaz qualunque contenuto in un tubo a pareti di terra porosa, o di vetro avente una fenditura, fugge dal tubo e si versa nell'atmosfera con una velocità diversa secondo la sua densità e che dopo un certo tempo si trova il tubo pieno d'aria atmosferica: le velocità sarebbero secondo Graham come quelle dei gaz che entrano nel vuoto, cioè in ragione inversa delle radici quadrate delle densità. Da questo fenomeno del passaggio dei gaz attraverso agli strati porosi si è immaginato che vi potesse essere una specie d'endosmosi gasoso, e Deville vorrebbe appunto riferire il fenomeno da lui trovato a un caso d'endosmosi. Per verità non abbiamo ancora esperienze fatte sui gaz che stabiliscano esservi un endosmosi gasoso ben definito come pei liquidi. Nelle lezioni sui fenomeni fisico-chimici della respirazione, io solevo empire in parte un polmone fresco o una vescica di aria atmosferica e sospendere il polmone o la vescica in un'atmosfera di acido carbonico. Si vede il polmone adagio adagio gonfiarsi e alla fine anche scoppiare in molti punti, e si trova dell'aria atmosferica fuori e dell'acido carbonico dentro.

Questi fenomeni ed altri analoghi i quali fanno vedere che attraverso alle membrane i gaz passano e si mescolano fra loro, non basterebbero però ancora a spiegare il fenomeno di Deville nel quale il miscuglio sarebbe rapidissimo tanto che nell'interno del tubo in cui scorre il gaz idrogeno non si troverebbe altro che dell'aria. I dubbi che in me lasciava quest'esperienza m'indussero ad analizzare l'aria contenuta in certi frutti di leguminacei comuni, come sono le fave, i piselli e soprattutto le frutta del *coluttea arborescens*. Si sa che in questi legumi c'è dell'aria, la quale ammettendo il rapido entrare dell'aria atmosferica, come risulta dall'esperienza di Deville, avrebbe dovuto essere aria atmosferica pura. Da molte analisi dell'aria di questi legumi mi risulta che vi è sempre una certa quantità di acido carbonico, dal 2 al 3 per cento, e che quest'acido vi abbonda al mattino e diminuisce nel giorno. Avendo messo in una vescica gaz idrogeno o acido carbonico e tenendola all'aria, si esigono ore e ore ed anche giorni per non tro-

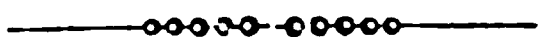
vare più che aria atmosferica nella vescica. Il Professor Campana ha pure trovata la stessa composizione nell'aria dei frutti suddetti, ed anzi una quantità maggiore d'acido carbonico, ciò che può dipendere dalla stagione in cui esperimentò, e dall'essere le piante più o meno avanti nella vegetazione. Per spiegare i fatti di Deville conveniva dunque ricorrere o a un grado diverso di permeabilità nello strato poroso, o immaginare qualche effetto non conosciuto da attribuirsi all'essere il gaz in stato di corrente piuttosto che in riposo. Non avendo un tubo di terra porosa ho preparato un tubo di gesso di 6 a 8 millimetri di spessore e vi ho fatta passare una corrente ora d'idrogene, ora di acido carbonico. I risultati costanti furono, che quando la corrente era molto rapida i due gaz escivano quasi puri e che la proporzione dell'aria atmosferica nel gaz escito dal tubo cresceva a misura che la corrente era meno rapida. Questa diversa rapidità delle correnti può essere in qualche modo misurata dall'altezza della colonna liquida nel tubo immerso nella boccia in cui il gaz si svolge: a 30 o 35 millimetri d'altezza la corrente del gaz è forte. Queste esperienze riescono più facilmente coll'acido carbonico perchè basta assorbire quest'acido colla potassa per misurare la quantità dell'aria entrata. Colla corrente molto intensa, come già dissi, l'acido carbonico esce quasi puro. Colla corrente più lenta si trova già il 20 per cento d'aria. Diminuendo la corrente si trova 40 d'aria, e finalmente quando le bolle del gaz escono rade rade, non vi è più che il 6 per cento d'acido carbonico.

Ho creduto bene di analizzare quest'aria, la quale ho riconosciuta essere aria atmosferica, ciò che *a priori* non dovrebbe essere se vi fosse un'azione d'endosmosi.

Per studiare l'influenza della natura della parete porosa ho mutato tubi ed ho usato ora dei lunghi pezzi d'intestino di pollo o d'agnello, ora dei tubi di canna comune. Con questi tubi anche colla corrente (d'idrogene e acido carbonico) molto rapida e durando molto tempo, i gaz passavano sensibilmente puri. Quest'influenza della parete spiega perchè l'aria dei legumi non sia aria atmosferica pura, ma vi si trovi gaz acido carbonico svolto nell'interno del vegetabile. Dirò per ultimo il

fatto che spiega a che sia dovuta la grande porosità degli strati di terra o di gesso e perchè colle membrane umide non è così. Basta d'imbivere anche leggermente un tubo di gesso coll'acqua perchè acquisti subito la proprietà delle membrane animali, e vegetabili di non essere cioè dotato che di una permocabilità ai gaz molto limitata e quasi nulla. Operando sullo stesso tubo di gesso e quando si è giunti colla corrente lentissima di acido carbonico per non trovare quasi più che aria, basta di bagnare con una spugna imbevuta d'acqua, il tubo perchè ricomparisca l'acido carbonico quasi puro. La presenza dell'acqua esercita lo stesso effetto sui tubi di membrana, ciò che deve intervenire nei fenomeni fisico-chimici della respirazione.

Evidentemente nel tubo poroso privo d'acqua gli interstizi capillari si lasciano facilmente traversare dai gaz ed anzi esercitano sopra di essi un'azione condensante più o meno forte, e per la nota teoria di Dalton si può intendere fino a un certo punto come i due gaz diversi passino pei tubi capillari colla velocità che avrebbero rispettivamente entrando nel vuoto: la pressione che ha il gaz dentro e l'essere indefinita l'atmosfera rispetto al gaz interno, spiegano abbastanza perchè attraverso al tubo di gesso asciutto, il gaz interno esca, facilmente e entri in sua vece l'aria. Appena i tubi capillari sono pieni d'acqua essi resistono con forze capillari fortissime al passaggio dei gaz, i quali non si mescolano più che dopo essere passati prima in dissoluzione nei liquidi che imbevono i tubi porosi. È questo che avviene colla vescica piena d'idrogene o d'aria e messa nell'acido carbonico: l'acido carbonico si discioglie nel liquido che imbeve la membrana e poi si esala in faccia all'idrogene come se fosse in uno spazio vuoto. Lo stesso avviene nell'esperienza di Marianini della bolla d'aria fatta con sapone e fatta cadere in un'atmosfera d'acido carbonico. Mi propongo di continuare questi studi soprattutto per determinare se vi sia o no un vero endosmosi gazooso e quando trovi qualche cosa d'importante, mi affretterò a farne parte all'Accademia.



PRODUZIONE DELL' ELETTRICITA' NELLE OFFICINE;
PER IL SIG. LOIR.

(*Annales Télégraphiques*. T. VI p. 281).

In una visita da me fatta all' officina a gas di Saint-Etienne, onde esaminare un nuovo regolatore elettrico, il direttore di questo stabilimento mostrandomi la sala che contiene le macchine a vapore, gli estrattori ed i ventilatori, mi parlò di un fenomeno molto curioso d' elettricità dinamica che si era manifestato per il corso di circa tre mesi in una coreggia di trasmissione del movimento. Questo fatto mi sembrò molto nuovo e molto interessante, ed immediatamente mi occupai a ricercarne le cause ed a studiarne gli effetti. Le osservazioni da me fatte sul luogo stesso, formano l' oggetto di questa Memoria.

In una vasta sala coperta di asfalto si trovano, ad una estremità, due macchine a vapore della forza di dieci cavalli ciascuna, all' altra gli apparecchi di ventilazione e d' estrazione, i tubi dei quali di ferro fuso s' immergono nel suolo, per condurre i gas delle storte di distillazione agli epuratori ed ai manometri. Al di sopra delle macchine a vapore, ad un' altezza di 6 metri in circa, e sorretto dai muri dello stabilimento, è collocato orizzontalmente un albero di ferro, munito di pulegge di ferro fuso destinate a ricevere ed a trasmettere il movimento col mezzo di coregge di cuojo. Quest' albero si trova così, separato dagli apparecchi.

Questo sistema funzionava di già da più d' un anno, senza che alcun fenomeno elettrico fosse stato osservato, quando tutto ad un tratto delle enormi scintille scoccarono successivamente sul contro-mastro e sul meccanico. Esse partivano per la maggior parte da una coreggia di trasmissione recentemente col-

locata. Le altre coregge non davano alcuna traccia d'elettricità, e niente essendo stato cangiato nelle macchine, i fenomeni osservati non potevano avere altra origine; la loro sorgente si trovava così determinata in modo certo.

Le coregge impiegate fino a quel giorno nello stabilimento erano formate, come all'ordinario, di due strisce di cuoio ingrassato sovrapposte e cucite insieme; quest'ultima al contrario, era confezionata secondo un nuovo sistema brevettato, della casa Paliard di Parigi. Essa è formata egualmente di due strisce sovrapposte, ma di cuoio di bove scelto e secchissimo, in luogo di cuoio ingrassato. Queste due strisce sono mantenute l'una sull'altra, in tutta la loro lunghezza col mezzo di quattro fila di pioli d'ottone; in ciascuna fila i pioli sono distanti 2 centimetri. La lunghezza totale della coreggia è di 16 metri incirca, la sua larghezza di 12 centimetri, ed il suo spessore di 1 centimetro. Essa confrica sopra le pulegge di ferro fuso colla parte interna e la più molle del cuoio. In simili condizioni, la sua aderenza deve essere ben più grande che quelle impiegate precedentemente, e quindi, si deve avere in questo caso assai meno d'effetto perduto per le macchine. Essa si adatta ugualmente meglio a più corpi e sballotta meno.

La produzione dell'elettricità si spiega naturalissimamente in questi casi. Lo sfregamento di questa coreggia sopra la puleggia di ferro fuso dell'albero motore isolato scompone il fluido elettrico; l'elettricità positiva sul ferro fuso, l'elettricità negativa sulla coreggia. Ma per il fatto della rotazione di tutto il sistema, ciascun punto della coreggia viene successivamente a mettersi in contatto colla puleggia egualmente di ferro fuso nell'estrattore che è in comunicazione col suolo; i pioli d'ottone moltissimo conduttori scaricano così successivamente l'elettricità e si ricostituiscono allo stato neutro, i diversi luoghi della coreggia, i quali proseguendo il loro movimento ritornano a elettrizzarsi. Vi ha dunque produzione permanente d'elettricità.

Si può assomigliare completamente questo sistema alla macchina elettrica ordinaria. Infatti, la coreggia con i suoi pioli d'ottone, trascinata dal movimento, rimpiazza il posto dei cuscinetti spalmati d'oro mussivo o bisolfuro di stagno, e della

catena che li fa comunicare col suolo: la puleggia di ferro fuso tien luogo del disco di vetro della macchina. Vi ha identità nelle cause, vi deve essere altresì identità nei risultati.

Se si richiamano alla mente gli effetti ottenuti con le più forti macchine dei Gabinetti di fisica, e se si ammette, ciò che è di per se evidente, che essi debbono divenire altrettanto più energici quanto più le dimensioni della macchina sono aumentate, si comprenderà facilmente, nel caso che ci occupa, quanto grande abbia dovuto essere l'intensità dei fenomeni elettrici.

I risultati sono stati totalmente conformi a questa teoria ed importa di rimarcare che non si tratta affatto qui di semplici correnti esistenti pressochè in tutte le macchine, ma bensì d'una sorgente elettrica non ancora osservata, gli effetti della quale hanno dimostrato la loro potenza.

Le scintille erano tali che un uomo non poteva sopportarle ed era pressochè folgorato. Un tubo d'aspirazione di ferro fuso comunicante col suolo e situato a 50 centimetri al disotto della coreggia era in parte elettrizzato per influenza a tal punto, che fu da lui che partì la prima scarica che ha colpito il contro-mastro nel momento che visitava gli apparecchi ed esaminava il modo di funzionare di questa nuova coreggia; quando, poco dopo, egli ha voluto avvicinare la mano alla coreggia stessa esso è stato rovesciato al suolo.

Tali furono i primi effetti costatati; disgraziatamente essi furono tenuti nascosti, perchè essi presentavano un inconveniente molto grave e non senza danno per il personale incaricato del servizio delle macchine. Ciò non pertanto, un'esperienza che fu sufficiente per esattamente rendersi conto della natura e dell'energia di questa sorgente elettrica fu tentata da alcuni impiegati dell'officina e ripetuta più volte.

Un eccitatore metallico munito d'un conduttore comunicante col suolo fu avvicinato alla parte discendente della coreggia, e fatto buio, si vide di subito ad una distanza di 25 centimetri un magnifico fascio luminoso e bluastro sgorgare dalla punta dell'eccitatore ed andare a raggiungere, allargandosi, la coreggia, della quale ciascun piolo appariva brillante. La forma stessa di questo fascio dimostra che la teoria precedente è esatta e che è veramente l'elettricità negativa che re-

sta sulla coreggia, come sopra i cuscinetti nella macchina elettrica ordinaria. Infatti in seguito all'esperienza fatta col rocchetto di Ruhmkorff, è noto che allorchè un reoforo è composto d'una punta fine e l'altro di una placca di larga superficie, se il polo positivo comunica colla punta ed il polo negativo colla placca, la corrente indotta sgorga diffondendosi sopra la superficie; e che se, al contrario, si adotta la disposizione inversa, la scintilla sgorga ancora dalla punta, ma si porta in linea retta alla placca che è il polo positivo. In conseguenza di ciò nell'esperienza della quale si tratta, la punta dell'eccitatore era dunque evidentemente il polo positivo.

Tali furono presso a poco i risultati ottenuti, e quando gli operai videro le scintille diminuire di lunghezza per scomparire pressochè completamente dopo tre mesi, furono moltissimo contenti.

La scomparsa di questi fenomeni elettrici si spiega naturalmente per l'allungamento che produce nella coreggia un servizio continuo, e la prova è che, allorchè attualmente ancora si aumenta la velocità e per conseguenza lo sfregamento, si osservano di nuovo delle scintille. Non è dunque da porre in dubbio che fra qualche tempo, quando si dovrà tendere questa coreggia, si otterranno i medesimi risultati che i primi giorni del suo collocamento.

I fatti che io non ho potuto verificare da me stesso sono stati costatati da tanti testimoni unanimi nelle loro spiegazioni che tutti debbono essere considerati come certi.

Sarà quistione di sapere se le coregge munite di pioli d'ottone possano sole produrre dell'elettricità. Il confronto fatto precedentemente del sistema con una macchina elettrica, dimostra che questa condizione non è indispensabile: ciò che bisogna, è che lo sfregamento sia sufficiente, e che inoltre la coreggia possa facilmente trasmettere nella terra l'elettricità negativa. In seguito di ciò, ogni corpo del quale potrà essere coperta la superficie della coreggia, e che produrrà questi risultati potrà essere sostituito ai pioli. Tutto mi conduce a credere che una coreggia semplice di cuoio secco ricoperto d'una amalgama di resina e d'oro mussivo diverrà generatrice d'elettrico.

In seguito a ciò che precede, si vede che disponendo con-

venientemente gli organi d'una macchina a vapore con trasmissione per coregge, vi ha possibilità di produrre una quantità enorme di elettricità dinamica senza aumentare in modo alcuno il consumo della forza, e per conseguenza senza alcuna spesa. Per ottener ciò basterà di riunire le condizioni seguenti, cioè: una coreggia di cuoio leggermente conduttrice avvolgentesi da un estremo sopra una puleggia di ferro fuso, e dall'altro sopra una puleggia metallica in buona comunicazione col suolo, ciò che è costantemente facile ad essere realizzato; infine uno sfregamento ed una velocità sufficienti, l'intensità dell'elettricità crescendo con loro. Queste disposizioni essendo le sole necessarie, si comprende che gli effetti non sono speciali ad una macchina a vapore solamente, e che essi possono egualmente bene essere ottenuti nelle macchine idrauliche ec.

L'elettricità gratuita è trovata: converrà dunque sforzarsi a farla scomparire continuando a considerarla come un ostacolo ad un servizio regolare? Se in certi casi essa può essere un inconveniente, quali vantaggi può procurare in altri?

Dopo avere studiato e determinato le cause dei fenomeni, e le condizioni nelle quali essi debbono prodursi, dedurne delle conclusioni pratiche per l'avvenire, tale è lo scopo che io mi son proposto. Fa bisogno adunque ricercare il mezzo di raccogliere e di utilizzare questa elettricità.

La soluzione è semplice col mezzo di conduttori metallici; sia con delle punte, sia col contatto, si potrà facilmente condurre l'elettricità dell'albero motore e quella della coreggia fino ai reofori, tra i quali si collocheranno gli oggetti che dovranno subire l'influenze elettriche.

Nel caso che s'impiegassero le punte, potrà nascere il dubbio che i pioli d'ottone sieno deteriorati dalle scintille; l'esperienza potrà sola determinare il valore di quest'osservazione. Fra tanto, visto il senso della corrente, si può ammettere che questa deteriorazione non sarà che minima.

Questa produzione simultanea di forza e d'elettricità, senza che la seconda nuoca in niente alla prima, e la sua applicazione costituiscono una vera scoperta e possono aprire un'era novella all'industria, poichè esse mettono a disposizione di pressochè tutte le officine questo maraviglioso agente, del quale la

potenza è sì grande, e del quale l'impiego è stato fino a questo giorno sì ristretto, precisamente a causa del suo prezzo eccessivo.

L'illuminazione, le reazioni chimiche, le analisi, la composizione e la decomposizione dei corpi potranno essere ottenute in questi stabilimenti senza altra spesa che quella della prima installazione, perchè le macchine motrici, conservando tutta la loro potenza, diventeranno delle sorgenti inesauste ed immense d'elettricità.

Convien domandarsi se questa elettricità non potrà alla sua volta essere utilizzata come forza motrice, e se quelle numerose macchine elettriche destinate a muovere un pezzo di rapporto, e che sono fino al presente restate senza impiego a causa della spesa, non troveranno così la loro applicazione immediata. Benchè sembri qui esserci circolo vizioso, bisogna considerare questa proposizione come rigorosamente esatta, inquantochè per la produzione dell'elettricità, in certe condizioni di sfregamento indispensabili al funzionamento regolare della macchina, non si fa che mettere a profitto una certa quantità di forza perduta come effetto utile. Questa considerazione tende a provare che nella valutazione delle macchine, vi ha luogo di tener conto non solamente dei coefficienti di sfregamento e di calore, ma ancora d'un nuovo coefficiente d'elettricità che è interamente legato ai due primi. In altri termini, perchè una macchina produca una forza effettiva di 10 cavalli, la sua forza reale dovrà essere di 11 a 12 cavalli, la differenza di 2 cavalli essendo assorbita dagli sfregamenti; ora, è precisamente questa forza perduta, per l'effetto reale, che può essere raccolta sotto la forma d'elettricità ed utilizzata in mille maniere differenti, secondo i bisogni, per far muovere una nuova macchina; se la forza della quale si può disporre è insufficiente, e per produrre della luce o tutt'altro effetto risultante dall'impiego dell'elettricità, se si ha a disposizione una potenza motrice assai grande.

Ecco il punto di partenza, le applicazioni ne derivano naturalmente. Quali risultati non siamo in diritto d'attendere, e quali preziose scoperte non dobbiamo sperare, quando l'impiego dell'elettricità, generalizzandosi, metterà in mano di tutti que-

sto fluido del quale gli effetti sono sì grandi? Quelle vaste capanne oscure ed affumicate sotto le quali si preparano il ferro e l'acciaio potranno essere nell'avvenire completamente rischiare col mezzo della luce elettrica. Nel laboratorio del tornitore di metalli, nelle fabbriche dei prodotti chimici, l'elettricità donerà il suo concorso giornaliero ed incessante alla doratura, all'argentatura ed a tutte le reazioni possibili.

La nuova forza della quale si potrà disporre è immensa. Se una sola coreggia ha potuto dare delle scintille di 25 centimetri di lunghezza capaci di rovesciare un uomo, quali non saranno gli effetti quando si sottometterà un corpo all'azione d'una corrente proveniente da dieci o venti coregge, e che si saranno prese tutte le precauzioni provate dalla scienza per raccogliere ed utilizzare tutta l'elettricità prodotta?

È da desiderarsi che su questi dati bentosto sieno tentati degli esperimenti, e che queste osservazioni, richiamando l'attenzione dei direttori di officine, gli impegnino ad utilizzare nell'industria un agente così prezioso, del quale siamo ben lungi dal conoscere tutti gli effetti.



ENDOSMOSI GASOSO; MEMORIA DI SAINT-CLAIR DEVILLE.

(*Comptes Rendus*, 2 Fevrier et 25 Mai 1863, N. 5 et 21).

L'Autore fa passare una corrente di gaz idrogene attraverso un tubo di terra porosa; raccoglie e fa l'analisi del gaz che esce dall'altra estremità del tubo e invece di trovare gaz idrogene trova aria quasi pura: ne risulta che l'idrogene si disperde nell'atmosfera e che l'aria atmosferica penetra nel tubo per una specie d'endosmosi.

In un'altra esperienza l'Autore mette il tubo poroso nell'asse di un altro tubo di porcellana verniciata e impermeabile. Con questa disposizione s'intende facilmente che si può far passare una corrente di gaz idrogene come prima nel tubo poroso e una corrente di gaz acido carbonico nel tubo esterno o nello spazio anulare che resta fra i due tubi. L'Autore ha trovato che facendo passare correnti dei due gaz suddetti nei due tubi, il gaz che esce dal tubo interno è quasi tutto acido carbonico, e quello che esce dal tubo esterno è quasi tutto gaz idrogene.

Queste esperienze proverebbero che l'endosmosi gassoso si opera con una intensità molto maggiore di quella che si supposeva dapprima.

L'esperienza è anche fatta in un altro modo, cioè sostituendo all'idrogeno il vapore d'acqua nel tubo poroso e riscaldando l'apparecchio fino a 1100 a 1300°. Si trova allora che i due gaz che escono dai due tubi, se si ha cura di assorbire l'acido carbonico colla potassa, formano il miscuglio esplosivo. Bisogna dunque ammettere che il vapor acqueo in contatto del tubo poroso riscaldato, si scompone come fa l'acqua in contatto del platino incandescente e l'idrogeno così generato traversa il tubo per endosmosi, e così dal tubo centrale esce ossigene e dall'esterno idrogene.

Ma anche più singolare di queste sono le esperienze ultime fatte dallo stesso Autore in compagnia di Troost. Invece del tubo poroso interno si metta un tubo di platino trafilato. L'apparecchio al solito è collocato in un fornello e si fa passare nel tubo di platino una corrente d'aria, nel tubo esterno una corrente di gaz idrogeno. In conclusione, in questo apparecchio circolano l'aria e l'idrogeno separati da una parete continua di platino. Se l'apparecchio non è riscaldato, l'aria e l'idrogeno si trovano puri. Ma alzando la temperatura il fenomeno cambia: da principio si trova che l'aria perde a poco a poco il suo ossigeno, e alla temperatura di 1100° l'aria interna è tutta ridotta a azoto e acqua e l'idrogeno è scomparso e alla fine esce dell'idrogeno anche dal tubo di platino. Se invece dell'idrogeno si fa passare l'ossido di carbonio si trova che questo gaz non traversa il platino. Lasciando raffreddare l'apparecchio le esperienze tornano come prima. Dunque il platino ad una temperatura molto alta diviene poroso per l'idrogeno, e questa esperienza cogli stessi risultati è stata ripetuta sopra un tubo di platino fuso grosso 2 millimetri.

Da questi risultati ne verrebbe che usando dei termometri ad aria colla bolla di platino per le temperature molto elevate, i risultati non sarebbero più paragonabili fra loro, usando certi gaz.



**ALCUNE OSSERVAZIONI RELATIVE PRINCIPALMENTE ALL' INFLUENZA
DEL SUCCO GASTRICO E DELL' ACIDO IDROCLORICO SULLA
FERMENTAZIONE AMIGDALICA; DEL PROF. PIETRO PIAZZA.**

È nota l' importante esperienza per la quale Bernard trovò, or sono quasi dieci anni, che introducendo per apposita fistola nel ventricolo di un cane a digiuno una certa quantità di *emulsina*, e dopo circa mezz' ora altrettanto di *amigdalina*, non avveniva sull' animale l' avvelenamento per l' *acido idrocianico*, che si sarebbe dovuto formare se la fermentazione amigdalica si fosse effettuata in tale circostanza; quando invece procedendo per egual modo su altro cane, a cui però aveva prima recisi i *due nervi vaghi*, ebbe luogo in tal caso il detto avvelenamento, in conseguenza appunto dell' avvenuta fermentazione amigdalica.

Da ciò adunque il celebre fisiologo ne trasse che nel *primo caso* il succo gastrico avesse alterata, anzi digerita l' emulsina, per modo da renderla così inetta a sdoppiare, come d' ordinario, l' amigdalina in *acido prussico*, *essenza e glucosio*; mentre che nel *secondo caso*, venendo sospesa la secrezione gastrica pel taglio dei pneumogastrici, l' emulsina poteva così rimanersi inalterata, e atta quindi a determinare la fermentazione amigdalica, e perciò anche a produrre l' avvelenamento per lo sviluppo dell' *acido idrocianico*.

Intanto però qualunque siasi il valore che si voglia dare a questa spiegazione, m' è parso tornare utile l' esaminare *a parte* l' azione *diretta* del succo gastrico sulla fermentazione amigdalica, nello scopo precipuo di vedere se questa viene assolutamente impedita per una proprietà *tutta speciale* del succo gastrico, ovvero per una causa più generale, ragguagliabile a qualcuna delle leggi fondamentali delle fermentazioni in genere, e perciò ottenibile egualmente, anche ricorrendo ad altri mezzi diversi affatto dal succo gastrico.

Considerando io avanti tutto che ogni fermentazione *speciale* per potersi compiere non solo esige uno *speciale fermento*, ma sì anche una *determinata* condizione *neutra, acida o alcalina* del mezzo, in cui si deve stabilire; e in secondo luogo che, in tutti i casi ove naturalmente avviene la fermentazione *amigdalica* si osserva che il mezzo in cui si effettua è chimicamente *neutro*, così son venuto nella determinazione di eseguire le seguenti esperienze, le quali, oltre all'avermi servito al fine principale per cui le destinavo, mi hanno eziandio permesso di trarne un'applicazione utile, a mio credere, sotto il rapporto *chimico-fisiologico*.

Ecco il sunto categorico delle esperienze eseguite:

I. Soluzione di *amigdalina* e d' *emulsina* in acqua stillata resa prima leggermente *alcalina* sì con bicarbonato di soda, che con carbonato neutro. Agitando la miscela, dopo pochi istanti ha porto un forte odore *di mandorle amare*, e poc' oltre si è avuta decisa reazione *di acido idrocianico*.

II. Soluzione di *amigdalina* e d' *emulsina* in otto grammi di acqua acidulata con *due gocce d' acido acetico concentrato*. Qui mancarono affatto anche due giorni dopo i risultati avuti nell' esperienza n.º 1.

III. *Amigdalina* ed *emulsina* sciolte in otto grammi di acqua, *appena acidulata* con acido acetico già diluito. La miscela quasi dopo un' ora ha presentato un leggiero odore di mandorle amare, e assaggiata dopo quattro ore ha data decisa la reazione dell' acido *prussico*.

IV. Le esperienze n.º II. e III. ripetute con acqua acidulata d' acido *butirrico*, e con altra acidulata d' acido *lattico* hanno dato gli stessi risultati che quelli ottenuti per l' acido *acetico*.

V. La soluzione n.º II. di *amigdalina* e di *emulsina* nell' acqua resa acida per l' acido *acetico*, e che non dava indizio alcuno, come già abbiamo detto, di avvenuta fermentazione.

tazione amigdalica, neutralizzata in parte con sciolto diluto di bicarbonato di soda fino a lieve reazione alcalina, e agitando in seguito la miscela, dessa ha svolto marcato l'odore di mandorle amare, e scorsi otto o dieci minuti si è avuta la decisa reazione dell'acido *prussico*.

VI. Soluzione di amigdalina e poscia di emulsina in *succo gastrico* (di cane) a forte reazione acida e previamente feltrato. La miscela ha dato leggiero odore di mandorle amare quasi *due ore* dopo, alla temperatura di 20° centigradi: l'odore poi si presentò ben marcato scorse quattro ore dall'esperienza, e si ebbe allora la reazione dell'acido *idrocianico*. Questo assaggio è stato ripetuto più volte, e con succo gastrico proveniente da altri cani, e sempre si ottennero pressochè uguali risultati.

VII. Soluzione di amigdalina e successivamente di emulsina, entro *succo gastrico*, previamente *neutralizzato* con bicarbonato di soda fino a reazione lievemente *alcalina*. Ha svolto pronto e ben marcato odore *di mandorle amare*, e dopo otto o dieci minuti il liquido presentava non dubbia reazione dell'acido *prussico*.

VIII. Soluzione di *sola emulsina*, entro *succo gastrico*, lasciata a se per oltre due giorni alla temperatura di 24° cent. Ha sempre conservato, come era naturale l'attendarsi, la forte reazione acida del succo gastrico. Questo, sciolto, è stato diviso in due parti; *in una* si sciolse dell'amigdalina, e questa miscela lasciò sentire, *quasi un'ora dopo*, un leggiero ma deciso odore di mandorle amare. L'*altra porzione* venne trattata con *bicarbonato di soda* sino a lieve reazione *alcalina*, e quindi vi si sciolse *dell'amigdalina*: in tal caso, pochi istanti appresso, si è ottenuto ben pronunciato odore di *mandorle amare*, e dopo *pochi minuti* si ottenne la decisa reazione dell'acido *prussico*. Per cui dunque il succo gastrico *non ha alterata* o digerita, come doveva avvenire secondo le vedute di Bernard, l'*emulsina* per modo, da distruggerne la sua caratteristica azione fermentifera.

ix. Soluzione di amigdalina e poscia di emulsina in *acqua acidulata di acido idroclorico* nella proporzione di una goccia di questo, concentrato, in 20 grammi della prima (circa 1 di acido per 400 di acqua). Questa miscela *non ha dato* nè odore di mandorle amare, nè reazione di acido prussico, anche quattro giorni dopo dall'esperienza.

x. Soluzione di amigdalina e di emulsina in acqua acidulata *di acido idroclorico*, ma ad un grado *di metà* minore nell'esperienza n.º ix; e cionullostante si è avuto uguale risultato.

xi. Soluzione di amigdalina e di emulsina in *succo gastrico* previamente acidulato da *acido idroclorico*, (6 grammi del primo e 1 goccia concentrata del secondo). Ha dato risultati perfettamente e permanentemente negativi, anche due giorni appresso.

xii. Soluzione di amigdalina e di emulsina in *succo gastrico* acidulato d' *acido idroclorico* (8 grammi del primo, e una goccia del secondo). Questa pure ha risposto in modo perfettamente negativo, come all'esperienza xi.

Da tutto l'insieme di questi risultati parmi poterne derivare *due* principali conseguenze: l'una di chimica *pura*, e l'altra nel senso *chimico fisiologico*; e così per riguardo alla *prima* dirò innanzitutto che, in generale *la fermentazione amigdalica*, per compiersi perfettamente, esige che la miscela di amigdalina e di emulsina siano sciolte in un liquido *neutro*, o anche *leggermente alcalino*; quando invece gli *acidi organici*, a meno non siano in soluzione piuttosto forte, la *ritardano* più o meno notevolmente, mentre le soluzioni di *acido idroclorico*, (e forse anche tutte quelle degli altri acidi minerali energici) *la impediscono completamente*.

Tutti questi risultati si possono rapportare, come già premettevo sin da principio, ad una delle leggi che governano le fermentazioni, che cioè *una speciale fermentazione*, per determinarsi, esige non solo uno *speciale fermento*, ma

sì anche una *ben determinata condizione chimica del mezzo* entro il quale deve compiersi; così ad es. la fermentazione *alcolica* vuole un mezzo *neutro*, o *leggièrement acido*; la *butirica* e *lattica* uno *neutro*, o *leggièrement alcalino*; la *gastrica*, o *pepsica* uno *acido*; la *salivare* uno *alcalino* ec.

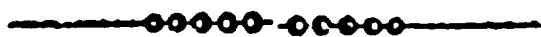
In quanto poi all'argomentazione, che nell'interesse *chimico fisiologico* credo poter trarre da varie delle suesposte esperienze, questa sembrami essere importante, e servire *indirettamente* a meglio appianare la grande quistione, già per tanto tempo da' chimici e fisiologi molto agitata e controversa *sulla natura dell'acido proprio del succo gastrico*, e che molti, come sappiamo, hanno ammesso, e altri tuttora ammettono, consistere, se non in tutto, almeno in gran parte in *acido idroclorico*. Ora: se le soluzioni così *estremamente diluite* come nelle esperienze IX. e X. di *acido idroclorico* *impediscono affatto* la fermentazione *amigdalica*, ne dovrebbe venire di conseguenza che, ove un tale acido fosse quello del succo gastrico, *quest'ultimo* dovrebbe per egual modo opporsi *stabilmente* alla detta fermentazione: e ciò tanto più perchè *la quantità* di *acido idroclorico* che si ammette trovarsi *libero* nel succo gastrico è *maggiore*, in media, *di quella* impiegata nelle dette esperienze; ma invece abbiamo visto che il succo gastrico *naturale* si limita soltanto *a ritardarla di qualche tempo*, e che solo la impedisce *permanentemente* quando ad esso si aggiunga (esperienze XI. e XII.) *qualche traccia di acido idroclorico*. Sicchè dunque una soluzione *acquosa* e diluitissima di *acido idroclorico*, non che *succo gastrico con tracce dello stesso acido*, impediscono *stabilmente* la fermentazione *amigdalica*; quando per l'opposto il succo gastrico *normale* non fa che *ritardarla*, mentre non la dovrebbe permettere neanche *in seguito*, se in esso *naturalmente* si contenesse dell' *acido idroclorico* libero, la presenza del quale perciò parmi potersi a ragione *escludere* dalla detta secrezione.

Ad ogni modo risulta certo che, almeno queste mie osservazioni si trovano in accordo con altre già note e citate per escludere la presenza dell' *acido idroclorico* libero nel succo gastrico; e così, fra le altre, l' *incapacità* di quest' ul-

limo *a saccarificare la fecola*, non che l'interessante esperienza di Bernard e Barreswil, dalla quale risulta che, mentre una soluzione *di cloruro di calcio* nell'acqua *a 2 millesimi di acido idroclorico* non intorbida per l'aggiunta *dell'acido ossalico*, invece questo reattivo organico *precipita* sempre *dal succo gastrico normale*, e sotto forma *di ossalato*, le tracce *di calce*, che allo stato di cloruro e di fosfato acido naturalmente vi si trovano, il qual effetto non dovrebbe aversi ove una tale secrezione contenesse l'acido idroclorico libero, nel quale, come sappiamo, si discioglie l'ossalato calcare.

N. B. In tutte le esperienze qui riportate si è avuta la precauzione di sciogliere separatamente e successivamente l'emulsina e l'amigdalina per modo, da non introdurre l'una senza prima avere sciolta l'altra.

Gioverà pure avvertire che la ricerca dell'acido idrocianico venne sempre fatta trasformandolo, colle norme prescritte, nel noto precipitato azzurro di ferrocianuro-ferrico.



**RICERCHE SULLA PROPAGAZIONE DELL'ELETTRICITA' ATTRAVERSO
AI FLUIDI ELASTICI MOLTO RAREFATTI; A. DE LA RIVE.**

(*Comptes rendus*, 13 Aprile 1863.)

L'illustre Fisico ricorda anzi tutto il fatto fondamentale stabilito da Gassiot, che il vuoto assoluto isola assolutamente e non lascia passare l'elettricità, ma che la più piccola traccia di materia ponderabile estremamente divisa è conduttrice. Diventando nulla la resistenza all'elettricità nel vuoto assoluto, si potrebbe anche concepire che in quel caso non vi è tensione possibile. L'Autore dice che operando sopra gaz tanto rarefatti da essere vicini al massimo di conducibilità si verifica in essi la legge della conducibilità, in ragione inversa della lunghezza.

L'Autore si è occupato specialmente del bel fenomeno delle stratificazioni luminose scoperte da Ruhmkorff. Si sa che le strie appaiono intorno all'elettrodo positivo e si estendono a misura che cresce la rarefazione: dopo le strie viene uno spazio nero, e finalmente l'atmosfera bluastra dell'elettrodo negativo. De La Rive ha notato che introducendo del gaz nello spazio rarefatto vicino all'elettrodo negativo, si vedono allora delle strie formarsi verso quest'elettrodo. Se il gaz è introdotto presso l'elettrodo positivo, allora si forma un getto luminoso pure striato, che penetra nella parte oscura. Questi fenomeni confermano secondo De La Rive la spiegazione puramente meccanica che dà Riess del fenomeno della stratificazione della luce elettrica. Esso sarebbe dovuto a dilatazioni e contrazioni alternative del gaz rarefatto prodotte dalla serie delle scariche più o meno discontinue che costituiscono il flusso elettrico.

Anche guardando al manometro si vedono oscillazioni corrispondenti. De La Rive ammette che gli strati dilatati essendo più conduttori restano oscuri, e che quelli più compressi resistono di più e diventano luminosi. Sarebbe come una ca-

tena composta alternativamente di fili di platino e di argento: quando la corrente vi passa, l'argento conduttore resta oscuro e il platino diventa incandescente. Per dimostrare coll'esperienza la sua spiegazione, De La Rive ripete un'esperienza fatta molti anni sono dal Matteucci, la quale consiste nell'immergere due fili di platino uniti al galvanometro nell'arco voltai-
co. L'Autore ha trovato che negli spazi neri la corrente derivata è molto più debole o nulla di quella che si ha negli spazi luminosi. Anche lo spazio nero vicino all'elettrode negativo mostra di essere meno resistente. Il calore risponde ai fenomeni luminosi. È da notare che una materia così sottile come l'idrogeno ridotta ad un millimetro di pressione, possa ancora riscaldarsi e divenire luminosa, come potrebbe dirsi che avviene della materia delle comete.

De La Rive studia l'azione del magnetismo sulla propagazione dell'elettricità nei gaz molto rarefatti. Egli ha trovato che l'azione del magnetismo fa crescere la resistenza del mezzo se è lo spazio nero che si avvicina ai poli magnetici, mentre non varia se è la parte vicina all'elettrode positivo. L'azione del magnetismo secondo che è attrattiva o ripulsiva, condensa o rarefa maggiormente i punti su cui agisce. I punti condensati diventano più resistenti e quindi si fanno luminosi, e i punti rarefatti conducono meglio e si fanno oscuri.

Questo soggetto merita sicuramente nuovi studi, perchè è sempre molto singolare che un mezzo conduca più quanto meno materia vi è.

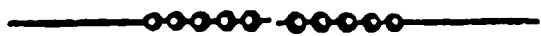


DELLA GRANDINE; DEL SIG. SANNO SOLARO.

(Comptes rendus, 27 Aprile 1863).

Sin qui si è ammesso che i grani della grandine si formavano successivamente, cioè che intorno ad un nucleo nevoso si deponevano successivamente diversi strati di ghiaccio. L'Autore annunzia sin da principio che secondo lui questo modo di rappresentarsi la formazione dei grani della grandine aveva impedito di avere idee giuste sopra questa meteora. Egli ammette che i grani si formano ad un tratto e come li vediamo sulla terra. Secondo lui la congelazione comincia dall'esterno; allora le bolle d'aria che si svolgono vanno al centro, ma la pressione prodotta rompe la crosta e in questa scossa avviene la congelazione della parte interna. In tal modo spiega l'Autore perchè lo strato esterno è di ghiaccio trasparente e l'interno di una cristallizzazione confusa e pieno di bolle d'aria. L'Autore ha imitata la formazione dei grani della grandine facendo congelare l'acqua contenuta in piccoli globetti di gomma elastica. Egli ha trovato la stessa conformazione dei grani della grandine colla differenza che i grani artificiali avevano più strati dei grani naturali. Egli operava a 17 sotto zero ed ha concluso dal fatto che i grani della grandine sono generalmente più grossi di quelli ottenuti artificialmente a condizioni eguali e che la grandine deve formarsi prontamente e che questa meteora esige una temperatura molto più bassa di quella. Nell'atto in cui i suoi grani artificiali cristallizzavano si sentiva un rumore di screpolio, che secondo lui spiega il rumore che precede la grandine.

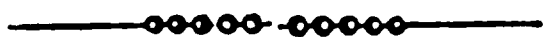
Fin qui le idee del sig. Sanno Solaro meritano una qualche considerazione. Crediamo inutile di esporre le ipotesi che fa per spiegare come avviene il raffreddamento, perchè non hanno valore di più delle ipotesi di Volta e di Bellani oggi generalmente abbandonate.



**SOPRA LA DIATERMANSIA DEI MEZZI CHE COMPONGONO L'OCCHIO;
DI FRANZ.**

(Poggendorff Annal. 1862).

È oggi ammesso generalmente che i raggi calorifici e i luminosi non presentano differenze essenziali fra loro e che solamente i calorifici non hanno la proprietà di agire sulla retina, o meglio che la retina non è sensibile a quei raggi. Altri suppongono, come Tyndall e Cima, che i mezzi dell'occhio non lasciano passare i raggi calorifici. Franz ha ripreso questo studio con esperienze più delicate ed è riuscito a dimostrare facendo successivamente passare le varie zone dello spettro ottenuto con un prisma di sal gemma prima di arrivare alla pila termo-elettrica attraverso alla cornea, all'umor acqueo, al cristallino e all'umor vitreo, che il maggior calore si aveva colla zona gialla attraverso alla cornea e che anche colle zone oscure attraverso a tutti gli umori dell'occhio si avevano segni di raggi calorifici trasmessi come per le zone più refrangibili. Così resta confermata l'idea del Melloni.



**NUOVE ESPERIENZE SOPRA LA VELOCITA' DELLA ELETTRICITA'
E SULLA DURATA DELLA SCINTILLA; DI R. FELICI.**

§. 1. Descrissi l'anno scorso nel presente Giornale alcune esperienze su questo soggetto, e dicevo che il mio apparecchio era allora troppo rozzamente costruito per misurare con discreta approssimazione la velocità della elettricità. Ma in questo anno lo ho potuto migliorare moltissimo, osservare meglio tutto, avvertire alcune cose nuove ed anche intraprendere la determinazione di quella velocità.

E mi giova ritornare su quelle esperienze per descrivere più chiaramente che nol feci il mio apparecchio, e il modo di sperimentare; riferendomi a un disegno, senza del quale, in cose di questo genere, o imperfette o troppo lunghe riescono le descrizioni e stancano il lettore.

Dissi già in questo Giornale, che adoperavo un disco di vetro; e questo disco nelle mie recenti esperienze era di 0^m,0014 di grossezza, e di 0^m,055 in diametro, ed era stato in una sua faccia ricoperto da un sottilissimo strato opaco, di cera mescolata a piombaggine, e poi diviso in 360°. La punta di acciaio della macchina per dividere levò in ciascun tratto, o linea che essa fece sul disco, lo strato opaco; dimodochè guardando il disco per trasparenza vi si vedevano all'intorno 360 intervalli o tratti lucidi e 360 intervalli neri, ossia opachi.

Per far rotare il disco intorno al suo asse, ossia intorno alla linea che gli è normale e che passa per il suo centro, si adatta ad un movimento di orologeria; ed io ve lo collocai in modo che il suo piano rimanesse verticale. Va collocato il disco di faccia alla finestra della stanza, perchè l'osservatore possa comodamente osservarvi i tratti

lucidi (ossia trasparenti) illuminati dalla luce diffusa. Ma l'esperimentatore osserva quei tratti lucidi, ossia la suddetta graduazione, con un microscopio collocato orizzontalmente e normale al piano del disco. Io adoperai l'obiettivo 4 di un antico microscopio di Oberhauser, e l'oculare 2 con micrometro di un buon microscopio di Hartnack di recentissimo modello. Avrei potuto far meglio se la forma del movimento di orologeria sul quale adattai il disco mi avesse permesso di adoperare anche gli obiettivi del microscopio Hartnack.

Dissi ancora, in questo Giornale, che il movimento di orologeria, il disco, e il microscopio, stanno rinchiusi e fissati entro una cassetta di legno; e questa è munita di piccole aperture, o finestruole per passarvi parte degli apparecchi a scintilla che or ora descriveremo, o per lasciare cadere sul disco la luce della finestra. Rammento che la cassetta è utile perchè non succeda alcun danno se il disco ruotante viene ad infrangersi, e per non essere costretti a chiudere le finestre della stanza, quando si vuole osservare il disco rischiarato dalla luce della scintilla, che si fa scoccare davanti al disco, ossia in modo che questi rimanga fra la scintilla e l'obiettivo del microscopio: Si può prevedere, o sappiamo già, che quando il disco ruota rapidamente si vedranno talora i suoi tratti lucidi nel campo del microscopio così ben distinti e senza apparenza di movimento, come se il disco stesse fermo; oppure che dovranno apparire più larghi del vero e con i loro bordi mal distinti e confusi, a seconda della minore o maggior durata della scintilla.

Nelle mie esperienze dell'anno scorso, avevo al microscopio un pessimo obiettivo di un antichissimo microscopio di Dollond, e un oculare dell'anzidetto microscopio di Oberhauser; di modo che non potevo mai vedere nulla di esatto, nemmeno col disco fermo, e non avevo mezzo per giudicare della larghezza apparente dei tratti lucidi nelle diverse esperienze, mancandomi il micrometro. Potei soltanto parlare del mio metodo di sperimentare, e di alcune cose relative alla durata della scintilla. Ed era anche imperfetto il mio apparecchio negli apparecchi a scintilla, sia per osservare

quella durata, sia per la misura della velocità dell'elettrico. Descriverò ora l'apparecchio a scintille come mi è riuscito di migliorarlo da quel rozzo che era.

§. 2. La *figura 1. Tavola I.* rappresenta un *apparecchio a scintilla*. fF è uno zoccolo di legno che regge un tubo di vetro, che ha dentro un bastoncino o, come suol dirsi, un'anima, pure di legno perchè a caso il tubo si rompa o screpoli, non cada e si guasti ciò che egli sostiene. p, p sono delle puntine di ferro che impediscono al zoccolo di traballare e di spostarsi facilmente nel piano del tavolo su cui è posato. $AB, A'B'$ sono due tubi di vetro paralleli fra di loro, e che hanno dentro ciascuno, una asticina conduttrice la quale è formata stabilmente agli estremi del tubo per mezzo delle piccole ghiera metalliche A, B, A', B' . In A ed A' si attaccano poi i fili conduttori quando l'apparecchio a scintilla fa parte di un circuito. Nella figura si osserva facilmente come quei due tubi sono sostenuti, e come per mezzo di una vite che è fissa in E si possa allontanare od avvicinare il tubo AB al tubo $A'B'$ che rimane fermo sul piano CD . Poi quest'ultimo piano, o lastra metallica, può esser fissato in un luogo qualunque del tubo Ff . La *fig. 5* rappresenta la preparazione generale dell'esperienza quando si vuol misurare la velocità della elettricità; ma può servire fin d'ora per intender meglio qualche particolare dell'apparecchio.

Non occorre che un solo apparecchio a scintilla quando si vuole studiare solamente la durata della scintilla; ma ce ne vogliono due per la esperienza sulla velocità dell'elettrico; ed allora uno di essi termina in B e B' come si vede nella *figura 1*, mentre l'altro è fatto in B e B' come è disegnato nella *figura 2*.

Questa ultima forma è quella che serve sola quando non si fa che studiare la durata della scintilla, aggiungendo in B e B' due punte $VS, V'S$, di platino, un poco ritorte l'una in faccia all'altra, perchè deve la scintilla scoccare fra di loro, cioè in S . Del resto si danno a quelle punte di platino curvature diverse a seconda dei casi, o come si vuole. La *fig. 3* fa vedere come è collocata davanti al disco la parte dell'apparecchio a scintilla disegnata nella *fig. 2*; dietro al

disco deve stare il microscopio, come già lo abbiamo detto.

Per la scarica avevo un apparecchio di Lane di 300 centimetri quadri di superficie esterna, e di 250 di superficie interna. La distanza fra le due armature, misurata lungo la superficie della bottiglia, era di 17 cent. Per fare l'armatura interna avevo empita la bottiglia, fino ad un certo punto, di mercurio.

Nel circuito di tale apparecchio scoccavano sempre nell'istante della scarica due scintille, in due luoghi differenti. L'una scoccava, come ordinariamente suol farsi, sulla pallina della armatura interna, e l'altra nel luogo S, figura 2, dell'apparecchio a scintilla. Infatti l'apparecchio di Lane non si sarebbe potuto caricare, se la sua armatura interna fosse stata messa direttamente in comunicazione con le punte dell'apparecchio a scintilla; cioè senza lasciare fra quelle punte e l'armatura interna una distanza esplosiva fra due palline conduttrici.

Quando il disco è fermo ed illuminato naturalmente dalla luce della finestra, i suoi tratti trasparenti ed opachi appaiono nel campo del microscopio come è disegnato nella figura *a*. Chiudendo la finestra della stanza, oppure il foro della cassetta dal quale la luce esterna può penetrare ed illuminare il disco, e collocato il luogo S (fig. 2) dell'apparecchio a scintilla di contro all'obiettivo del microscopio, vicino al disco, si osserva nell'istante in cui scocca la scintilla in S, la stessa immagine *a* della parte della graduazione del disco visibile al microscopio.

Anche quando il disco ruota, se la lunghezza del circuito dell'apparecchio di Lane dianzi descritto è solamente di cinque o sei metri, all'incirca, è la stessa immagine *a* che si osserva quando scocca la scintilla, precisamente come se il disco fosse immobile; non è dunque sensibile in questo caso per l'apparecchio la durata della scintilla. Il disco nella mia esperienza faceva 288 giri al secondo, ed essendo diviso in 360 gradi impiega dunque un 103680esimo di secondo per girare di un sol grado. Ciascun tratto lucido ha una larghezza apparente eguale a quattro divisioni del micrometro

in vetro dell'oculare del microscopio; l'intervallo di un grado comprende 22 delle stesse divisioni, e perciò il disco impiega un 2280960^{esimo} di secondo per fare una sola divisione del microscopio, ossia meno di un mezzo millionesimo di secondo. Nelle esperienze osservavo sempre il numero delle divisioni del micrometro comprese fra i bordi delle immagini dei tratti lucidi, e così potevo valutare delle frazioni di un mezzo millionesimo di secondo. La durata della scintilla si deduce dalla differenza fra il numero delle divisioni del micrometro comprese nell'immagine, qualunque, di un tratto lucido quando il disco ruota, e il numero delle divisioni stesse a disco immobile.

La durata della scintilla è variabilissima; dal non esser sensibile per un apparecchio capace di misurare una frazione piccola di millionesimo di secondo, essa può passare a delle durate di millesimo o di un centesimo, di secondo; ma allora il mio apparecchio non può più servire per tali misure, senza diminuire proporzionatamente la velocità di ruotazione del disco.

§. 3. La durata della scintilla dipende da molte circostanze; essa dipender può dalla *lunghezza del circuito* in cui la scarica si compie, e dal *rapporto fra la tensione e la quantità della carica*; e può dipender ancora dalla *distanza esplosiva e dallo stato delle superficie metalliche* nei luoghi fra i quali scocca la scintilla osservata.

Della influenza delle due prime circostanze, e di un poco ancora della terza, dissi l'anno scorso nel citato giornale; ma la cattiva costruzione dell'apparecchio mi impedì di valutarle giustamente tutte, almeno per quello che mi era necessario sapere per misurare la velocità. Vediamo ora come l'apparecchio descritto si presta a tale studio.

Abbiassi tutto disposto come lo abbiamo detto nella fine del precedente paragrafo; cioè per mezzo di un *apparecchio a scintilla*, terminato come si vede nella fig. 2, scocchi la scintilla in S davanti al disco ruotante, dietro al quale sta l'osservatore il quale guarda col microscopio la parte della graduazione del disco che può esser resa visibile, per trasparenza, dalla luce della scintilla stessa.

1.° « Sia solamente di cinque o sei metri all'incirca la « lunghezza del circuito scaricatore dell'apparecchio di Lane ».

Nell'istante della scarica la stessa immagine *a* della graduazione del disco apparirà al microscopio come se il disco fosse immobile. Non è sensibile all'apparecchio la durata della scintilla.

2°. « Sia di trenta o quaranta metri la lunghezza di « tal circuito scaricatore, senza nulla variare nell'apparecchio di Lane, da quello che abbiamo descritto ».

In questo secondo caso generalmente, se la distanza esplosiva in S è solamente di tre o quattro millimetri all'incirca, o se la distanza in S è assai più grande ma se le punte di platino non sono bene pulite, allora non è più l'immagine *a* che si osserva al microscopio. Non si osservan più i tratti trasparenti del disco ben definiti nei loro bordi come nell'immagine *a*; la parte del campo che nell'immagine *a* è nera e corrisponde agl'intervalli opachi della graduazione, rimane in questo secondo caso, in parte almeno, e talvolta interamente, sparsa di luce. Tali immagini in questo secondo caso sono differentissime a seconda delle circostanze anzidette, e della intensità della luce della scintilla che illumina il disco, e della velocità di rotazione del disco: ma ciò che in loro è sempre rimarchevole, e tanto più facilmente lo è quanto minore è il rapporto fra la tensione e la carica, è che partendo dalla massima luce e progredendo verso la parte oscura in direzione normale ai tratti, e nel senso della freccia che indica la direzione del moto apparente del disco (*fig. b*) la luce non va diminuendo a poco a poco, per continuità, ma ad intervalli di larghezza e di luce uguali fra di loro. Quando invece di adoperare l'apparecchio di Lane dianzi descritto si adoperano più bottiglie di Leida, od una sola ma più grande di quella da me adoperata, talchè la tensione essendo la stessa di prima sia aumentata di molto la carica, il detto fenomeno è visibilissimo; e basta che il disco faccia una cinquantina al più di giri al secondo per lasciar vedere al microscopio l'immagine di ogni tratto trasparente (immagine che nella *fig. a* è data da una sola striscia lucida) composta invece da tante striscie tutte uguali

in grandezza coi bordi ben netti e definiti, ma successivamente l'una meno chiara dell'altra, e talora in parte sovrapposte come nella figura *b*, e talora separate fra di loro da un intervallo nero.

Tutto ciò dimostra che in questo secondo caso la scintilla è composta da tante *scintille parziali* che si succedono rapidamente, e di intensità decrescente, formando il loro complesso la *scintilla totale*. Ogni scintilla parziale, dando un'immagine di ogni tratto, al microscopio, di ugual grandezza e ben definita ai bordi come quando il disco è immobile, ha dunque una durata inapprezzabile, per ora, dai nostri apparecchi.

Wheatstone credè anch'egli che la scintilla non avesse una durata sensibile nelle sue esperienze che perchè fosse costituita in quel modo.

Recentemente in Germania si sono fatte molte esperienze sulla scintilla. Il Prof. Feddersen di Lipsia ha stampato, nel Giornale di Poggendorff degli anni 1861-62, diversi lavori; nei quali è riuscito, prendendo l'immagine della scintilla con la fotografia, a mettere in evidenza grandissima la divisione della scintilla totale della bottiglia in tante scintille parziali e successive.

§. 4. Quando la scintilla totale si divide in tante altre scintille successivamente più deboli, la sua durata acquista un valore sufficiente per rendere le esperienze sulla velocità della elettricità assai incerte e difficili; perchè i bordi delle immagini dei tratti trasparenti vedute col microscopio diventano in generale poco distinti. Nella figura *b* ognuno dei tre tratti lucidi che restano compresi nel campo del microscopio ha dato una serie di immagini tutte uguali in larghezza, ma sovrapposte un poco l'una sull'altra; ma siccome la differenza di luce fra il primo tratto di ogni serie (contando secondo la direzione della freccia che indica la direzione del moto apparente del disco) tratto che è il più lucido, e il seguente della stessa serie, è molta, così i bordi del primo tratto restano assai distinti. Ma la figura *b* non rappresenta che un caso particolarissimo del fenomeno; non sempre la prima immagine del tratto è la più lucida della sua serie;

non sempre vi è una differenza così marcata di luce fra le diverse immagini; e perciò spesso nè il bordo a destra, nè quello a sinistra dell'immagine è distinto quanto bisogna per quella misura della velocità.

E quando la durata della scintilla totale è tanto sensibile, la luce della scintilla si distribuisce in un campo troppo grande, fra tante immagini separate; e difficile sempre più, per mancanza di luce, diviene la stessa misura.

A dir il vero la cattiva costruzione del mio apparecchio l'anno scorso mi fece credere che non avrei mai potuto mettermi in condizioni tali che la scintilla non si dividesse in altre successive, quando la scarica percorresse dei circuiti molto lunghi. Ma mi ero ingannato.

« Una lunghezza di molti metri nel circuito è una circostanza necessaria, ma non sufficiente per aumentare la durata della scintilla ». Così vidi col mio apparecchio; e quasi tutte le mie esperienze furon fatte con la bottiglia di Lane che ho descritta e di cui poca è sempre la quantità della carica, relativamente alla tensione nell'istante della scintilla; il mio scopo era quello di preparare un modo facile ed esatto, più dei già conosciuti, per la misura dell'anzidetta velocità, e non volevo aumentarmi le difficoltà prendendo degli apparecchi di Leida di più estese armature. Ma siccome non è molto probabile che il fenomeno dipenda da un valore assoluto della carica, così i risultati che ho ottenuti non possono sin d'ora dichiararsi limitati ad un caso particolare. Ciò avvertito seguitiamo la nostra esperienza.

§. 5. Sia il circuito della scarica di trenta o quaranta, o di un numero qualunque, molto maggiore di metri, e tutto sia disposto come lo dicemmo nel §. 2, ma le punte di platino dell'apparecchio a scintille siano vicinissime fra di loro, per esempio alla distanza di un millimetro. Non parlo della distanza esplosiva nell'apparecchio di Lane, perchè essa non influisce sensibilmente sulla durata della scintilla dell'apparecchio a scintilla, cioè in S. Siano pure accuratamente pulite le dette punte, ma nulladimeno in questo caso di poca distanza esplosiva, sarà *generalmente* grande la durata della scintilla; e questa, sparsa fra molte immagini pallidissime

illuminerà debolmente e tutto il campo del microscopio, di guisa che poco o nulla vi distinguerà l'osservatore. Dissi *generalmente* perchè il fenomeno dipenderà anche dallo stato delle dette punte; del quale stato, di fronte all'influenza che ha nel fenomeno, non può sempre per uguale grado ripro-mettersi l'esperimentatore.

Ciò fatto si vada aumentando a poco a poco la distanza esplosiva in *S*; ed avverrà che a poco a poco diverranno sempre più distinte le immagini dei tratti lucidi nel campo del microscopio, che dapprima non erano visibili; e continuando ad allontanare fra di loro le punte di platino si arriverà, se le dette punte furon ben pulite ed asciutte, a non veder più un'immagine simile a quella della figura *b*, ma si ritornerà alla *a* come se il disco fosse fermo, cioè come se la scintilla non avesse durata apprezzabile dall'apparecchio.

È da rimarcarsi che la prima immagine della serie di immagini date dallo stesso tratto lucido, come nella figura *b* (prima immagine contando nel senso del moto apparente del disco) diventa più vivace a misura che le altre della stessa serie impallidiscono; il che vuol dire che l'aumento della distanza esplosiva in *S* ebbe per conseguenza di sopprimere le scintille *parziali*, delle quali era composta la *totale* ossia di non dar luogo che ad una sola scintilla. Così quello solo che abbiamo veduto, relativo alla possibile divisione della scintilla nella scarica, non ci autorizza a dire che quel fenomeno ci indica alcun che di costante e relativo al modo ignoto col quale la elettricità percorre un circuito; potremo dire solo che il fenomeno è interessantissimo, ma che ci appare, per ora, come il risultato delle circostanze accessorie e variabili nelle quali, nelle esperienze, la scarica si compie.

Dell'influenza della lunghezza del circuito parlai nel già citato Giornale; e, come il sig. Feddersen, trovai io pure che aumentando la detta lunghezza, può rapidamente aumentare la durata della scintilla, ma che oltre i primi cinquanta metri all'incirca un maggiore aumento non ha influenza sensibile.

La resistenza del circuito non ha influenza sensibile che sulla intensità della scintilla.

§. 6. È facile vedere come la più piccola alterazione nello stato superficiale delle punte influisce sulla durata anzidetta. Quando la distanza esplosiva in S non è molto grande, ma di sei o sette millimetri e che le punte sono pulite non è difficile l'osservare le immagini dei tratti lucidi come nel caso della figura *a*. Ma se le dette punte sono state molto adoperate, ossia se fra di loro sono esplose molte scintille, allora cominciano a cangiarsi le apparenze nel microscopio ed a presentarsi la figura *b*. Allora è facile osservare le estremità delle punte coperte da una polvere nera; tolta la quale, con una lima sottilissima o con la punta di un temperino, le apparenze della figura *a* ritornano come prima.

E senza neppure adoperare quelle punte basta che siano lasciate a sè per molte ore, perchè vi sia bisogno di ravvivare la loro superficie.

Basta inumidire una punta di platino con un poco di acqua, o con una goccia di acido, o di alcool, o di un liquido qualunque, che si lascia sospesa alla punta superiore rivolta in basso, per osservare con le più strane apparenze nel microscopio, delle durate grandissime nelle scintille.

§. 7. Nel citato Giornale ho detto abbastanza della causa di errore nella quale facilissimamente si può cadere volendo misurare la velocità della elettricità, osservando le due scintille che scoccano nel tempo della scarica in due o più luoghi differenti di uno stesso circuito, come fece il Wheatstone. Nelle mie ultime esperienze io aveva, come nelle mie prime, due spirali di filo di rame affatto scoperto, e formate avvolgendo il filo sopra dei cilindri di vetro di 0^m,10 e di 0^m,07 di diametro. Queste due spirali cilindriche entravano comodamente l'una entro l'altra, ed erano col mezzo di cordoni di seta sostenute ed isolate fra di loro e dal suolo come si vede nella figura 5. I giri del filo erano nelle spirali tenuti circa mezzo centimetro distanti l'uno dall'altro.

La scarica diretta dell'apparecchio di Lane passava nella spirale interna, la quale era fatta con trenta metri di filo, di 0^m,003 di diametro, comprese le parti del filo che servivano per stabilire le comunicazioni con l'apparecchio di Lane e con l'apparecchio a scintilla, come si vede nella figura 5.

La spirale esterna era presso a poco di ugual lunghezza di filo della spirale interna, ed apparteneva ad un circuito di filo di rame, pure scoperto, di 0^m,001 di diametro, isolato e lungo 632 metri. In questo secondo circuito stava l'apparecchio a scintilla come è disegnato nella figura 1, e a distanza uguale, misurata nel filo, dai capi della spirale. Il filo era isolato avvolgendolo a due rocchetti attorno ai quali erano fissati dei tubi di vetro bene verniciati, per isolare il filo. Nella figura 3. quei due rocchetti vi sono, ma per non rendere troppo difficile il disegno non sono stati disegnati esattamente come quelli che ho realmente adoperati. Nella figura si vede che uno degli apparecchi a scintilla è interposto fra i due rocchetti.

Nell'istante della scarica la spirale interna induce una scarica nella esterna, ed una scintilla scocca nell'apparecchio a scintilla della figura 1; mentre la scintilla della scarica diretta, la inducente, scocca in un altro apparecchio simile al primo, ma che termina come è disegnato nella figura 2.

Tutte e due le scintille scoccano davanti al disco, ma l'una più vicina, l'altra più lontana al disco, ed è quella del circuito inducente.

L'apparecchio a scintilla del circuito indotto non termina come l'altro, dove scocca la sua scintilla, ma come ora andiamo a descrivere. La parte T O M' M L della figura 1 è disegnata a parte nella figura 5.

a b c d a' b' c' d' è una lastrina di avorio a faccie parallele e rettangolari; *M b' d' M'* è una sottile lamina di mica incollata in *a' b' c' d'* nella faccia inferiore della lastra di avorio, e sporgente colla sua parte *a' M M' c'*, per circa un centimetro, da un lato della lastra stessa. *L g s* è una sottile e stretta lamina di platino incollata sulla faccia superiore della mica, nella anzidetta parte sporgente; in *s* la lamina di platino è saldata ad una asticina di ottone che serve di sostegno alla lastra di avorio, e che entra e si sostiene a sfregamento in un cilindretto, unito per mezzo di una ghiera alla estremità dell'asta metallica inferiore di un apparecchio a scintilla, quale è stato già descritto. I movimenti che posson darsi all'asta dell'apparecchio a scintilla, ed i movimenti dei quali

evidentemente è suscettibile l'asticina conduttrice che regge l'avorio, permettono di orientare e collocare la lamina di mica in tutte le posizioni possibili. Si vede nella figura 1 che rimane la estremità dell'asta AB orizzontale, superiore dell'apparecchio a scintilla, armata di una punta; e questa è pure di platino, ma curvata verso la mica, pressochè normalmente e di contro alla lastrina di platino che vi è incollata. La scintilla indotta scocca fra la punta e la lastra di platino. Ecco le dimensioni che all'incirca ho date a quest'ultima parte dell'apparecchio. $ab = 0^m,01$; $a'M = d'M' = 0^m,008$, $aa' = 0^m,003$; $ac = 0^m,025$.

§. 8. Si comincia dal collocare la mica vicina e normale al piano del disco, dicontro all'obiettivo del microscopio, che rimane dall'altra parte, dietro al disco. Il bordo della mica vicino al disco deve essere prossimamente normale alla direzione dei tratti trasparenti del disco che stanno contro al detto obiettivo. Il piano della mica deve passare a un dipresso per il prolungamento dell'asse ottico del microscopio.

Ciò fatto approssimativamente illuminando il disco con la luce della finestra, guardando nel microscopio, ed approfittando di una vite di richiamo, che fa scorrere l'asta $A'B'$ orizzontalmente, e degli altri movimenti dell'apparecchio, si riesce facilmente e presto a dividere il campo del microscopio in due metà col bordo della lamina di mica. Vero è che se si è messa al fuoco del microscopio l'immagine dei tratti lucidi del disco, non potrà essere nel tempo stesso distinta la immagine del bordo della mica; ma siccome non si fa uso di un fortissimo ingrandimento, e che ciò non è necessario, basterà vedere il campo del microscopio diviso da una linea scura un poco sfumata, come si osserva anche con troppa esagerazione nella figura a' .

Con tal disposizione dell'apparecchio, la scintilla indotta non illumina, scoccando, tutto il campo del microscopio, ma solamente una sua metà, come si vede nella figura c . Perchè questa scintilla non scocca sul bordo della mica ma un poco più lontana dal disco, di modo che la mica gli fa da diaframma sufficientemente opaco, per l'altra metà del campo.

Dopo si colloca l'altro apparecchio a scintilla con la

sua parte *s*, dove scocca la scintilla inducente, vicina al prolungamento dell'asse ottico del microscopio ed un poco più lontano dal disco, e così con la luce di quest'altra scintilla si illumina l'altra metà del campo; il che è presto fatto. Così quando si ha la sola scintilla indotta davanti al disco, si vede nel microscopio l'apparenza *c*; quando si ha la sola inducente, si vede la figura *d*; quando scoccano tutte e due davanti al disco si osserva la figura *a'*, che è simile alla figura *a* eccettuata l'ombra sottile della mica che ne divide il campo.

La figura 4 rappresenta il disco, e le due estremità degli apparecchi a scintilla che vi stanno dicontra. *M M'* è il profilo della lamina di mica. *B* è la punta di platino. Si vede che la parte di avorio serve per la luce della finestra da diaframma al disco, per la metà del campo del microscopio, ma che lascia libera la luce della scintilla della scarica diretta, per illuminare l'altra metà del campo. Si usano tutte le già narrate cure per avere le immagini dei tratti lucidi quando il disco ruota, uguali a quelle che si osservano quando il disco è fermo. Convienne allontanare dal disco la scintilla inducente fino a che essa illumini il disco con la stessa intensità di luce della scintilla indotta.

§. 9. 1.^o Si comincia col disco immobile, ed allora nell'istante in cui scoccano le scintille si osserva la figura *a'*.

2.^o Si esperimenta col disco ruotante, ma lasciando al circuito indotto una lunghezza di poco maggiore di quella del filo della spirale indotta; ed allora è sempre la figura *a'* che si osserva come se il disco fosse immobile.

3.^o Si allunga molto il circuito indotto, come dianzi lo dicemmo, ed è allora l'apparenza della figura *b'* che si osserva.

Nella figura *b*, la direzione della freccia indica la direzione del moto del disco. Nella parte superiore del campo si trova l'immagine della metà dei tratti del disco visibile al microscopio, per la parte del disco illuminato dalla scintilla inducente; nella parte inferiore del campo della figura, sotto la linea opaca, si trova l'immagine dell'altra metà dei tratti lucidi, che è relativa alla parte del disco illuminata dalla

scintilla indotta. Le immagini dei bordi di ogni tratto lucido non si trovano più sulla stessa linea retta, ma formano una addentellatura, perchè il disco ruotava, e perchè le due scintille non scoccano nello stesso istante.

Fra l'istante in cui scoccò la scintilla inducente e quello in cui scoccò la indotta, corse un certo tempo; durante questo tempo il disco descrisse una certa frazione di grado, determinabile misurando col micrometro dell'oculare del microscopio, la ampiezza della dentellatura anzidetta, nella direzione del moto del disco, cioè normalmente ai tratti lucidi; i quali tratti sono nella direzione dei raggi del disco:

Egli è sovente utile di inclinare leggermente il piano della mica all'asse ottico, per ricevere più liberamente la luce della scintilla inducente.

§. 10. Per la facile esecuzione di questa esperienza abbiamo a fare alcune brevi osservazioni. La luce della scintilla indotta non è mai molto intensa e perciò conviene non allontanarla troppo dal disco; ma quando la scintilla indotta è troppo vicina al disco, essa rischiara una porzione troppo piccola del campo del microscopio, per l'ingrandimento da noi adoperato; e siccome essa non scocca mai precisamente sullo stesso luogo della lamina di platino *L g*, (*fig. 5.*) le sue oscillazioni imbarazzano l'osservatore. Si può rimediare a quelle oscillazioni diminuendo la distanza esplosiva della scintilla, cioè avvicinando la punta di platino alla lamina *L g*, ma allora è troppo difficile l'ottenere le immagini dei tratti lucidi assai vivide e coi bordi ben definiti: bisognerebbe piuttosto limitare la parte della lamina di platino dalla quale scocca la scintilla. Ma sarà sempre possibile l'ottenere bastante intensità nelle immagini date dalla scintilla indotta, migliorando gli isolamenti, facendo delle saldature nei luoghi di giunzione dei fili, e facendo uso di circuiti con filo assai grosso; allora si potrà mantenere la detta scintilla ad una distanza dal disco più comoda per le esperienze.

Sarà inutile di variare la distanza esplosiva nell'apparecchio di Lane, per variare la durata della scintilla nell'apparecchio a scintilla; ma sarà utile l'aver molta luce disponibile. E perciò si farà la distanza esplosiva nell'apparecchio di

Lane la maggiore possibile, avendo riguardo però alla resistenza del vetro della bottiglia. La bottiglia di cui feci uso ha molto isolate fra di loro le due armature, di una distanza misurata nella bottiglia, non ordinaria; e perciò essa può raggiungere una tensione ragguardevole. E per la stessa ragione conviene che il vetro della bottiglia, od apparecchio di Lane, non sia di pareti molto grosse, ma però molto isolanti. La macchina elettrica deve avere un disco non minore di un metro e non troppo armata di punte vicino al vetro, e il conduttore deve esser cortissimo e bene isolato. La macchina di cui feci uso mi poteva dare sei o sette scariche durante che il disco si muoveva con moto assai uniforme, mosso da un sistema di orologeria di Breguet, e che si caricava volta per volta.

Egli è qualche volta utile, qualche volta nò, di interporre nei circuiti un corpo liquido, come dell'acqua, per diminuire la durata, quando è troppo sensibile, della scintilla. In questo caso particolare io non ho fatte sufficienti esperienze.

§. 11. Veniamo ora ai risultati delle fatte esperienze sulla velocità della elettricità.

Il disco faceva 288 giri al secondo, e, come già lo dicemmo, impiegava

$$\frac{1}{103.680}$$

di secondo per fare un grado. L'intervallo di un grado comprendeva 22 divisioni del micrometro, e il tratto lucido misurato nella sua larghezza, nel campo del microscopio, ne conteneva quattro.

Se lo spostamento o dentellatura, fra le due metà dell'immagine di uno stesso tratto lucido, (*fig. b'*) fosse stata di un grado, il tempo impiegato dalla elettricità a percorrere un kilometro sarebbe:

$$x = 1'' \frac{1000}{346.103680} = 1'' \frac{100}{3276288},$$

giacchè la distanza fra la scintilla e la spirale indotta è di 346 metri. Dunque in questo caso, ipotetico, la elettricità

sarebbe all' incirca di 32762 metri al secondo. Ma questo caso è ben presto ravvisato impossibile, nella osservazione, perchè quella dentellatura è molto più piccola di un grado.

Se quella dentellatura, ossia se lo spostamento fra le due metà dell' immagine di uno stesso tratto, fosse uguale alla larghezza di un tratto lucido, ossia a quattro ²²_{esimi} di grado, il tempo anzidetto dovrebbe essere ridotto nella stessa proporzione, cioè si avrebbe

$$x = 1'' \frac{100}{3276288} \frac{2}{11} = 1'' \frac{100}{18019584} .$$

In questo secondo caso la elettricità percorrerebbe circa 180000 chilometri al secondo, e si cadrebbe sul numero dato dai signori Fizeau e Gonelle; ma lo spostamento suddetto è stato minore e non uguale a quattro divisioni del micrometro.

Molte osservazioni, mie e di altre persone, fatte col mio apparecchio, stabilirebbero che il detto spostamento non fu mai maggiore di tre divisioni del micrometro, ma circa fra i $\frac{2}{3}$ ed i $\frac{3}{4}$ della grandezza di un tratto lucido. Ciò darebbe per la velocità in questione, in termine medio, 260000 chilometri al secondo.

Per avere il numero 460800 dato dalle esperienze di Wheatstone, lo spostamento avrebbe dovuto essere minore di due divisioni del micrometro, vale a dire un poco maggiore della metà dello spostamento medio osservato.

§. 12. Abbenchè le mie ultime esperienze siano state fatte in condizioni molto migliori di quelle dell' anno scorso, pure mi hanno lasciato ancor molto da desiderare nelle condizioni stesse.

Con dischi divisi con tutta la esattezza, che si può attendere dai migliori costruttori di macchine di precisione che si conoscono ora; e con circuiti di varii metalli di diametro assai maggiore di quello del filo di cui feci uso, ed un movimento di rotazione di maggior forza, avrei potuto dare a queste ricerche maggiore estensione ed esattezza di misura.

Il lettore avrà rimarcate le grandi differenze fra i numeri che i diversi sperimentatori hanno dati per la misura dello spazio percorso in un filo di rame dall'elettrico in un secondo di tempo.

Wheatstone disse	460800	kilometri
Fizeau e Gonelle dissero . .	180000	»
Gli Astronomi di Greenwich e di Edimburgo.	12200	»
Gli Astronomi di Greenwich e di Bruxelles	4300	»

Ma si scorge da una interessante esperienza del Faraday, che la differenza fra quei numeri, non proveniva da diversa velocità della elettricità, ma dalle azioni laterali induttive che si esercitano sul filo dal mezzo in cui è immerso, e che diventano perciò cause di errori grandissimi in quella misura, quando quel mezzo è acqua, o che il filo è coperto da un involuppo isolante di gutta-percha. Ed è perciò che io ho sempre adoperati fili isolatissimi, ma senza involuppi, fuorchè l'aria.

Una causa di errore considerevole si deve ancora presentare nelle esperienze quando si adoperano dei galvanometri, o delle elettro-calamite per quella misura; essendochè il tempo impiegato dal ferro dolce per calamitarsi, e dall'ago per ubbidire all'azione a distanza della corrente, non può non essere dello stesso ordine di grandezza del tempuscolo che si vuol misurare.



SULLA CONDUCIBILITA' ELETTRICA DEI LIQUIDI; DI W. BEETZ.

(*Poggendorff annalen*, 1862).

L' Autore nella prima serie delle sue esperienze conferma il fatto scoperto da J. Regnault e da Matteucci del non formarsi polarità secondarie allorchè si usano elettrodi di zinco amalgamato immersi in una soluzione satura di solfato di zinco neutro. Tutti quelli che s' occupano di elettro-fisiologia sanno che fin dal 1857 il Matteucci usa le estremità del galvanometro fatte con due tubi di vetro piegati ad U pieni di un' amalgama di zinco, la quale nel braccio più largo è coperta di uno strato di solfato di zinco. Accostando i due sifoni l' uno all' altro si chiude il circuito o direttamente o per mezzo dell' elettro-motore animale. Con questa disposizione le correnti sono molto più forti che non lo sono quando si usa la soluzione di sale marino, e quello che importa di più, le deviazioni sono costanti per delle ore. Questo viene perchè le polarità secondarie non si producono.

Parlando della resistenza che oppongono i diaframmi metallici al passaggio della corrente, si credeva generalmente che avesse due cagioni, cioè la polarità secondaria sopraggiunta e il passaggio da un conduttore liquido a un solido e *viceversa*.

Il Matteucci due anni sono lesse all' Accademia delle Scienze di Torino una nota per mostrare che la seconda cagione non esisteva. Si fa perciò un' esperienza, introducendo in un canale pieno di solfato di zinco, diversi strati di zinco amalgamati e mostrando che la corrente non varia, lasciando o togliendo alternativamente quelli strati.

Il sig. Beetz ha confermate tutte queste esperienze, forse ignorando che fossero state fatte prima e poi è passato a studiare la conducibilità di molti liquidi. Egli ha trovato che in generale la resistenza diminuisce proporzionalmente alla temperatura; e che, come ha fatto Ed. Becquerel, vi è un *minimum* di resistenza per un certo grado di concentrazione, il quale però varia colla temperatura.



SULLA CONDUCIBILITA' ELETTRICA DEI METALLI; MATTHIESSEN.

(Estratto).

In una memoria sulla conducibilità elettrica dei metalli alcalini pubblicata nel fascicolo del Febbraio 1857 del *Philosophical magazine*, il sig. Matthiessen descrive il metodo seguito per ridurre in fili tali metalli e per sperimentarne la conducibilità per l'elettrico.

Per avere i fili di potassio o di sodio egli comprimeva in un foro cilindrico praticato in un blocco d'acciaio il metallo quale si trova in commercio per guisa da obbligarlo ad uscire per un sottil foro circolare e così ridursi in filo. Questa operazione era disposta in modo che il filo di sodio o di potassio appena usciva dalla pressa si trovava immerso nell'olio di nafta ben privato d'ossigeno, onde non venisse guastato dalla ossidazione; e quando era divenuto della lunghezza richiesta veniva disteso sopra una lastra di vetro immersa in una vaschetta di olio di nafta, e alle sue estremità eran connessi due grossi fili di rame che servivano in seguito a porlo in comunicazione con gli altri fili che avrebbero costituito il circuito della corrente elettrica.

I fili di calcio, strontio, e magnesio, non potevano ottenersi con la compressione senza l'aiuto del calorico; e per avere i fili di tali metalli il blocco d'acciaio dentro al quale venivano compressi era riscaldato, del resto il processo rimaneva lo stesso.

Il metodo per determinare la resistenza elettrica dei fili ottenuti è quello dovuto al Wheatstone conosciuto sotto la denominazione di ponte galvanico. Il principio del metodo del ponte galvanico è il seguente: quando quattro fili son congiunti fra loro in modo da costituire un quadrilatero, ed altri due fili metallici son congiunti ai vertici di questo quadrilatero in modo da costituirne le diagonali, se in una di queste diagonali è

interposta la pila e nell'altra è interposto un galvanometro, onde l'ago di questo stia a zero, le resistenze dei 4 fili costituenti il quadrilatero, devono formare una proporzione. Supponiamo ora che il primo dei lati del nostro quadrilatero sia costituito dal metallo di cui la resistenza W è incognita, e dalle sue appendici di rame di cui la resistenza è b ; il secondo da un filo d'argento chimicamente puro, tenuto ad una temperatura costante e nota avendolo immerso in una vaschetta di petrolio, del quale la resistenza n è conosciuta, e dalle sue appendici di rame delle quali la resistenza sarà a ; il terzo e quarto lato del quadrilatero son costituiti da due porzioni di un filo di rame teso sopra un regolo di legno diviso. Le estremità di questo filo di rame costituiscono i due vertici del quadrilatero in comunicazione con i due poli della pila. Gli altri due vertici devono essere in comunicazione col galvanometro, ed infatti, uno dei capi di questo pesca nella stessa vaschetta di mercurio ove si trovano i reofori tanto del filo da sperimentare quanto del filo di argento che è preso come unità di misura, e l'altro capo comunica con una lastra di rame che essendo attaccata ad un blocco di piombo si può fare scorrere lungo la tavoletta ed appoggiare ai varii punti del filo di rame. Così il quarto vertice del quadrilatero, ossia il punto di contatto del secondo capo del galvanometro si può far muovere sul filo di rame finchè l'ago del galvanometro sia ridotto a zero. Se lo zero della scala sottoposta al filo di rame è equidistante dalle due estremità di questo filo, ed l è il numero delle divisioni di questa scala, contenute nella metà della lunghezza del filo medesimo e L la divisione sulla quale si trova la lastra in comunicazione col galvanometro nel caso dell'equilibrio, le resistenze dei due lati del quadrilatero costituiti dal filo di rame saranno proporzionali ad $l - L$ e ad $L + l$ quindi avremo

$$\frac{W + b}{n + a} = \frac{l + L}{l - L}.$$

Così con varie esperienze l'A. ha determinato il numero W di volte che la resistenza del filo in esame del quale la lunghezza è L , il diametro δ , e la conducibilità λ , equivale alla resistenza di un millimetro di fil d'argento di diametro r e di

conducibilità s . Da tal numero ha dedotto la conducibilità λ richiesta con la formula

$$\lambda = \frac{r^2 L}{\delta^2 W} \cdot s$$

Prendendo il numero 100 per esprimere la conducibilità s_0 dell'argento a zero gradi, dalla media di varie esperienze ha dedotto i seguenti valori per le conducibilità dei metalli studiati:

a 21°,7 centigradi pel sodio	$\lambda = 37,43$
17,0 » magnesio	$= 25,47$
16,8 » calcio	$= 22,14$
20,4 » potassio	$= 20,85$
20,0 » litio	$= 19,00$
20,0 » strontio	$= 6,71.$

Il sodio ed il potassio adoperati furon quelli del commercio. Il calcio, lo strontio, il magnesio ed il litio furono ottenuti elettroliticamente.

L'Autore ha poi studiato la conducibilità del sodio e del potassio a differenti temperature, avendo modellato con la fusione questi metalli nell'interno di un tubo di vetro. I risultati ottenuti concordano presso che tutti a meno di 0,1 con i numeri che si possono dedurre dalle formule

Pel potassio fra 0 e 46°,8 $\lambda = 20,14 - 0,0819t + 0,000235 t^2$

Pel sodio fra 0 e 95°,4 $\lambda = 32,54 - 0,1172t + 0,00012 t^2$.

Quando i metalli eran fusi ha trovato giuste le seguenti:

Potassio fra 56°,8 e 100° $\lambda = 13,35 - 0,03393 t$

Sodio fra 95°,4 e 120° $\lambda = 23,38 - 0,07222 t$.

Ma attese le irregolarità che la cristallizzazione generava nel filo

metallico contenuto nel tubo di vetro alle prime due, l' A. sostituirebbe invece le seguenti:

$$\begin{array}{ll} \text{Pel potassio} & \lambda = 22,62 - 0,0920 t + 0,000263 t^2 \\ \text{Pel sodio} & \lambda = 40,52 - 0,1459 t + 0,000158 t^2 . \end{array}$$

In una Memoria pubblicata nelle *Transazioni Filosofiche* del 1862, il sig. Matthiessen prende a studiare la influenza della temperatura sulla conducibilità elettrica dei metalli.

Il metodo impiegato è quello stesso del ponte galvanico di Wheatstone, e la disposizione dell'apparecchio è la stessa che quella da lui usata nelle precedenti ricerche; se non che la vaschetta in cui si trova il filo da sperimentare è ripiena d'olio d'oliva e portata a temperature più o meno elevate da becchi a gas. Egli cominciò dall'assicurarsi che la conducibilità dell'olio d'oliva tanto a basse che ad elevate temperature è tanto piccola che non avrebbe potuto menomamente influenzare i risultati. Notò peraltro che i fili metallici a temperature elevate potevano essere attaccati chimicamente dall'olio entro il quale venivano immersi, e quindi trovò comodo di cominciare dal verniciarli.

Egli osservò che tenendo per vario tempo alla temperatura di 100° i fili di argento, di rame, di bismuto, quando anche poi si facciano raffreddare si trova un aumento nella loro conducibilità tanto più grande quanto maggior tempo sono stati mantenuti alla temperatura elevata di 100°, in modo che per tal guisa la loro conducibilità può avvicinarsi a quella che gli spetta quando sian ricotti. La formula con la quale egli ha calcolato le conducibilità è

$$\lambda = x + y t + z t^2,$$

dove λ è la conducibilità a t gradi centigradi x la conducibilità a 0°, y e z delle costanti. I valori di x y z non dedotti dalle osservazioni col metodo dei minimi quadrati.

Dalla media di varie determinazioni fatte con fili dei metalli chimicamente puri ma ottenuti con processi differenti, egli ha avuto per le loro conducibilità i seguenti risultati:

Argento incrudito	$\lambda = 100,00$	$- 0,38287 t$	$+ 0,0009848 t^2$
• rincotto	$\lambda = 108,574$	$- 0,41570 t$	$+ 0,0010624 t^2$
Rame incrudito	$\lambda = 99,947$	$- 0,38681 t$	$+ 0,0009004 t^2$
• rincotto	$\lambda = 102,213$	$- 0,39557 t$	$+ 0,0009208 t^2$
Oro incrudito	$\lambda = 77,964$	$- 0,28648 t$	$+ 0,0006582 t^2$
• rincotto	$\lambda = 79,327$	$- 0,29149 t$	$+ 0,0006697 t^2$
Zinco. . . .	$\lambda = 29,022$	$- 0,10752 t$	$+ 0,0002401 t^2$
Cadmio. . . .	$\lambda = 23,725$	$- 0,087476 t$	$+ 0,0001797 t^2$
Stagno	$\lambda = 12,366$	$- 0,044554 t$	$+ 0,00007588 t^2$
Piombo	$\lambda = 8,318$	$- 0,032237 t$	$+ 0,00007608 t^2$
Arsenico . . .	$\lambda = 4,7623$	$- 0,018571 t$	$+ 0,00004228 t^2$
Antimonio . . .	$\lambda = 4,6172$	$- 0,018389 t$	$+ 0,00004788 t^2$
Bismuto. . . .	$\lambda = 1,2454$	$- 0,0043858 t$	$+ 0,000007134 t^2$
Mercurio . . .	$\lambda = 1,656$	$- 0,0012326 t$	$- 0,000001368 t^2$

Il tellurio ha dato risultati assai stravaganti; il mantenere a 100° per qualche tempo tal metallo sembra che ne faccia diminuire grandemente la conducibilità; e le formule che esprimono il valore di λ pei vari campioni sperimentali di tal metallo son fra loro in completo disaccordo.

Può notarsi come una delle proprietà che distinguono i metalli dai metalloidi, che « i metalli diminuiscono in conducibilità quando la temperatura si eleva, mentre sotto le medesime circostanze la conducibilità dei metalloidi aumenta ».

Onde meglio confrontare i vari risultati ottenuti con i metalli, l'Autore ha costruito le formule che esprimon λ secondo le osservazioni, prendendo per 100 la conducibilità di ogni metallo a 0°, esso ha trovato:

Argento. . .	$\lambda = 100$	$- 0,38287 t$	$+ 0,0009848 t^2$
Rame . . .	$\lambda = 100$	$- 0,38701 t$	$+ 0,0009009 t^2$
Oro . . .	$\lambda = 100$	$- 0,36745 t$	$+ 0,0008443 t^2$
Zinco . . .	$\lambda = 100$	$- 0,37047 t$	$+ 0,0008274 t^2$
Cadmio. . .	$\lambda = 100$	$- 0,36872 t$	$+ 0,0007575 t^2$
Stagno . . .	$\lambda = 100$	$- 0,36029 t$	$+ 0,0006136 t^2$
Piombo. . .	$\lambda = 100$	$- 0,38756 t$	$+ 0,0009146 t^2$
Arsenico . .	$\lambda = 100$	$- 0,38996 t$	$+ 0,0008879 t^2$

Antimonio. . $\lambda = 100 - 0,39826 t + 0,0010360 t^2$

Bismuto . . $\lambda = 100 - 0,35216 t + 0,0005728 t^2$

Per la media di } $\lambda = 100 - 0,37647 t + 0,0008340 t^2$.
 tali metalli.

Di modo che *ogni metallo puro allo stato solido varia in conducibilità fra zero e 100° con la stessa legge.*



DI ALCUNE PROPRIETA' FISICHE E CHIMICHE DEL SUOLO, E DELLE FORZE PRODUTTIVE DEL SUOLO D'INGHILTERRA; DEL DOTT. VOELCKER.

(*R. Institution*, 8 Maggio 1863.).

In tutti i suoli fertili si trovano quantità variabili di ammoniaca, acido nitrico, fosforico, solforico, silicico e potassa, soda, calce, magnesia, ossido di ferro, magnesia, cloro ec., in somma di tutte le materie minerali che formano le ceneri delle piante. Queste materie non sono accidentali ed anzi sono necessarie or l'una or l'altra per la maturazione delle diverse piante. Le combinazioni in cui le materie minerali delle piante esistono nel suolo, le loro varie distribuzioni a diverse profondità, le proprietà fisiche del suolo per le quali sono modificati i concimi, sono tutti argomenti grandemente connessi colla fertilità dei terreni.

Prima della pubblicazione della chimica agraria di Liebig si credeva che la fertilità dipendesse interamente dalla quantità d'*humus* che vi era nel terreno. Dopo l'opera di Liebig che ha mostrata l'importanza delle materie minerali siamo andati all'eccesso opposto e tutto si è ridotto a concimi minerali. Il Prof. Way ha studiato il potere assorbente dei diversi terreni per diversi sali o liquidi o concii in soluzione. L'Autore ha ripetuto e variato queste esperienze ed è giunto alle conclusioni seguenti :

1.° Il suolo calcare assorbe sei volte più di ammoniaca, di un liquido di concio che si fa filtrare attraverso di quello che fa un terreno sabbioso magro.

2.° Un liquido di concio attraverso un suolo calcare si carica di calce mentre passando attraverso alla sabbia, perde calce.

3.° Il suolo calcare assorbe molto più potassa che il terreno sabbioso.

4.° Il cloruro di sodio non è assorbito nè dall'uno nè dall'altro di questi terreni, mentre quei due terreni assorbono acido fosforico.

5.° Il liquido di concio perde acido silicico passando attraverso al suolo calcare, mentre ne guadagna passando attraverso il suolo sabbioso.

Tutte le materie solubili se sono messe in contatto delle radici in stato di concentrazione si oppongono al rapido aumento delle piante. Quindi fra le funzioni del suolo vi è quella di convertire certi composti insolubili in combinazioni poco solubili e che via via si disciolgano in contatto delle radici. La proprietà dei terreni di modificare i concimi dipende in gran parte dalla chimica composizione del suolo che la modifica utilmente per la pianta. Così l'ufficio del terreno non è solo di fornire gli elementi minerali alle piante, ma di renderli assimilabili, e di non mettere le radici in contatto di soluzioni molto saturate, di diffondere uniformemente le materie minerali di cui le piante abbisognano.

Liebig considera queste proprietà del terreno molto analoghe a quelle che ha il carbone sulle materie coloranti, mentre il Prof. Way spiega l'assorbimento del suolo colla presenza di alcuni doppi silicati di allumina. L'Autore crede infatti che gli effetti del suolo sieno di origine chimica; così per l'assorbimento della potassa e dell'ammoniaca l'attribuisce agli ossidi idrati di ferro e di allumina; l'assorbimento dei fosfati o dell'acido fosforico all'ossido di ferro o al carbonato di calce. Certo è anche che la coltivazione meccanica del terreno ha una grande importanza sopra questi effetti. Così quando col lavoro la porosità e l'attrazione capillare si fanno più attive, l'acqua che via via evapora dal suolo fa risalire per capillarità gli elementi minerali che si trovano ancora nei sottoposti strati.

Ecco perchè un terreno di cui la superficie è esausta mentre a una certa profondità vi è una gran ricchezza minerale, resta improduttivo finchè il sottosuolo rimane impermeabile e la pioggia non gli giova se non è alternata con lavori meccanici per accrescere la porosità.

I terreni inglesi presentano due estremi; sabbie sterili e terreni calcari fertilissimi. Le sabbie sterili per quanto acquistino la facoltà di dare prodotti abbondanti usando concimi molto abbondanti e forti, pure non acquistano mai vera fertilità e la perdono subito appena si cessa di concimarli. Al contrario i terreni calcari sono sempre produttivi e i minerali del sottosuolo gli danno una fertilità costante. L'attuale stato di fertilità di una terra non dipende tanto dalla quantità assoluta dell'alimento minerale del sottosuolo quanto dalla buona condizione di questo alimento nello strato superficiale.

Si può stabilire che l'ammoniaca e i nitrati sono indubbiamente le materie fertilizzanti più utili, facendone un uso moderato. Siccome però nell'atmosfera e nella pioggia ci sono sempre ammoniaca e acido nitrico e tutti i terreni coltivati contengono e formano ammoniaca e materie organiche azotate, ne viene che l'uso dei nitrati o dei sali ammoniacali non è tanto essenziale per la fertilità del terreno, quanto altre materie minerali di cui può essere mancante. Ci sono dei terreni in cui non c'è magnesia, calce, silice, sal marino, potassa, acido fosforico ec.; quest'ultimo soprattutto si esaurisce rapidamente. In questi casi bisogna realmente aggiungere al terreno queste materie minerali. Quando sia per mancare il guano, ciò che non tarderà ad accadere fra non molti anni, bisogna che l'agricoltura inglese si sia preparata per tempo, colla scienza, coll'economia, e coll'applicazione del vapore al lavoro meccanico della terra a trar partito dalle condizioni naturali di fertilità del suolo che sono ancora molto lontane dall'essere esaurite.



**SULL' ELETTRICITA' CHE TRAVERSA L' INVOLUCRO ISOLANTE DEI
CANAPI TELEGRAFICI IMMERSI; PER IL SIG. I. M. GAUGAIN.**

(Estratto).

Ha osservato il Gaugain che la corrente elettrica trasmessa dal filo interno del canapo telegrafico al liquido o al metallo che lo involuppa segue due vie differenti: una parte di elettricità segue la superficie della guttaperga, l'altra traversa la grossezza di questa sostanza. Egli ha potuto separare la prima dalla seconda, e questa gode delle seguenti proprietà:

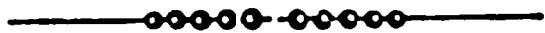
Non si ha una corrente diretta come si avrebbe per un sistema di conduttori che ricevesse elettricità prosità ad un estremo, e fosse coll'altro estremo in comunicazione col suolo. Giacchè in questo caso si otterrebbe in un elettroscopio a scariche che comunicasse ad un punto intermedio una carica di elettricità positiva, mentre nel caso nostro stando un'estremità del filo metallico interno in comunicazione con una sorgente elettrica costante positiva, l'altra estremità in comunicazione col suolo, e comunicando col suolo anche il conduttore esterno del canapo telegrafico, per un tempo assai lungo per cui sia stabilito il flusso dell'elettricità attraverso alla guttaperga, se questo conduttore esterno si farà comunicare con l'elettroscopio si vedrà questo istrumento traversato da una quantità più o meno di elettricità negativa.

Allorchè una corrente elettrica che percorre un filo metallico con intensità costante è messa in comunicazione coll'elettroscopio per mezzo di un conduttore igrometrico, come un fascio di fili di cotone bagnato, si nota che la scarica va crescendo finchè non si è posta ad un massimo permanente. Ma nei conduttori telegrafici, ove deve attraversare lo strato isolante, il flusso diminuisce gradualmente durante il primo periodo di

variabilità finchè non acquista uno stato permanente, il quale dà un minimo di flusso.

Un sistema di conduttori, il quale presenti solo le ordinarie resistenze interne, e che sia con un estremo in comunicazione col suolo e coll'altro estremo con una sorgente costante di elettricità produce un flusso di elettricità proporzionale alla tensione della sorgente. Mentre il flusso che si propaga per l'involucro isolante del canapo telegrafico cresce in una proporzione molto più rapida che la tensione della sorgente.

Da questi tre fenomeni deduce l'autore che il movimento dell'elettricità che ha considerato non è sottomesso alla legge della teoria d'Ohm, a cagione della resistenza esterna della guttaperca, la quale ha qualche cosa di particolare dalle resistenze ordinarie, e rassomiglia quella che si ha nella trasmissione elettrolitica, nell'alterare entrambi le leggi della propagazione. Per renderne conto, egli ammetterebbe che il fluido neutro fosse continuamente decomposto nell'interno dello strato isolante, e ricomposto in ciascun punto del piccolo spazio che separa quello strato dalle sue armature. E questa ipotesi conforme alla dottrina che si suole ammettere per spiegare la conducibilità de' corpi conduttori, farebbe intendere che nello stato permanente tal decomposizione fatta sull'armatura esterna del canapo equivale alla ricomposizione che si effettua nei piccoli intervalli compresi tra l'armatura e lo strato di guttaperca, ed è pure equivalente alla decomposizione del fluido neutro che si produce nell'interno di questo strato. Nello strato variabile al contrario la polarizzazione della superficie della guttaperca va aumentando, e perciò la decomposizione del fluido neutro deve farsi sempre maggiore sull'armatura, e quindi l'elettroscopio mostrerà una decrescenza di scariche finchè lo stato permanente non è stabilito.



**LINEE NELLO SPETTRO SOLARE, SECONDD LE OSSERVAZIONI
FATTE IN UN PALLONE VOLANTE IL 31 MARZO DECORSO;
DAL SIG. J. GLAISHER.**

(Monthly Notices of the R. Astronomical Society. Aprile 1863.)

• (Traduzione)

Il Regio Astronomo mi prestò lo stesso apparecchio, che aveva servito al Prof. Smyth sul Picco di Teneriffa onde osservare le linee oscure dello spettro; esso consiste d'un prisma, di una fenditura sottile e variabile posta nel fuoco di un obiettivo di 14 pollici di distanza focale, e di un cannocchiale della stessa lunghezza diretto al prisma. Non ho fatto misure angolari, ma solo ad occhio ho fatto le osservazioni ed il confronto delle differenze nello spettro veduto sulla terra ed alle varie distanze da essa durante il viaggio.

Sulla terra innanzi di lasciarla, un esame accurato dello spettro del cielo mostrò la linea B come il limite della estremità rossa, l'estremità violetta sembrava terminare un poco al di là della linea G, e si vedevano tutte le linee principali.

Il pallone lasciò la terra il 31 Marzo, un quarto d'ora dopo le quattro pom. All'altezza di mezzo miglio lo spettro mostrava una general corrispondenza con quello che era stato veduto innanzi di sollevarsi, ma io penso che G fosse meno distinta, e tale era certamente B.

All'altezza di un miglio lo spettro era luminoso ma più corto tanto dal lato rosso che dal violetto, G aveva raggiunto il limite, B non era più visibile, e C dubbia.

All'altezza di due miglia G era interamente perduta, potei vedere F e D ma non al di là.

All'altezza di tre miglia lo spettro era assai corto; potei vedere poco al di là di D e di E, F era affatto perduta.

All'altezza di quattro miglia, potei vedere una piccola tinta di giallo ma nessuna linea.

A quattro miglia e mezzo di altezza non ebbi alcuna traccia di spettro anche con la fessitura assai aperta. Tutti questi spettri eran dati dal cielo ad una altezza di 60°; per quanto il tempo mi permise guardai lo spettro che li poteva ottenere; dirigendo lo strumento orizzontalmente non potei scorgere niuna differenza notevole fra esso e gli spettri che nello stesso tempo otteneva con lo strumento volto più in alto. Il risultato generale di questi esperimenti si è, che niuna linea spari nello spettro se non con la perdita dello spettro stesso, e che lo spettro scorciava con l'aumentare della distanza dalla terra.

Lo scaricare dello spettro con l'aumentare della elevazione può esser dovuto a mancanza di luce (sebbene pei miei sensi ve ne era abbondanza) il cielo era di un blu denso ed oscuro, il sole era basso, ed è possibile che la luce fosse insufficiente. Per questo genere di osservazioni sarebbe necessaria una ascensione nella mattina o sul mezzo del giorno, onde paragonare i risultati con i precedenti e determinare se veramente lo spettro scorcia o no con la distanza dalla terra.



SU' CALORICI SPECIFICI DE' CORPI SOLIDI ; RICERCHE DI H. KOPP.

(Estratto).

La dottrina atomistica in chimica acquista sempre maggior credito nelle scuole e dipendentemente da questa vanno stabilendosi le recenti ricerche sovra i calorici specifici dei corpi in conformità ai principii stabiliti dall' Avogadro, dal Cannizzaro ed altri moderni chimici. Quindi è interessante che vengano raccolte le deduzioni dai fatti e dai metodi di sperimentare che in questa dottrina vengono stabilite come sarebbero queste del sig. H. Kopp.

Molte combinazioni solide che hanno una composizione atomica simile, han pure il medesimo calore atomico (prodotto del peso atomico e del calorico specifico) purchè l' analogia di composizione sia rivelata dall' ammettere per certi elementi i nuovi pesi atomici. Contuttociò il calore atomico di una combinazione sembra dipendere unicamente dalla composizione empirica e non dalla composizione razionale, e vi sono alcune combinazioni analoghe anche isomorfe nelle quali un gruppo o radicale composto ha preso il posto di un elemento, le quali possiedono calori atomici differenti, ed in questa situazione sono le combinazioni dell' ammonio che hanno calore atomico più elevato delle combinazioni corrispondenti del potassio, come anche quelle del cianogene che han calore atomico maggiore delle combinazioni corrispondenti del cloro.

Il calore atomico di un corpo che è contenuto, o del quale si può ammettere l' esistenza in una combinazione può

senza dubbio esser dedotto indirettamente dal calore atomico di questa combinazione, sottraendo da questo il calore atomico di tutto il resto del composto: per cui se dal calore atomico de' cromati o titanati $-R-R-\Theta^4$ (R significa un atomo nonoequivalente di un metallo ed $-R-$ un atomo biequivalente) si sottrae quello della base $-R-\Theta$ resta quello dell'acido $-R-\Theta^3$, e si ottiene il medesimo resto sottraendo dal calore atomico del cromato acido di potassa $K^3\Theta^4\Theta^7$ quello del cromato neutro $K^3\Theta^7\Theta^4$. Per altro tali indirette determinazioni possono essere incerte o perchè in alcuni casi le combinazioni analoghe che dovrebbero possedere il medesimo calore atomico lo hanno in realtà assai differente; o perchè tutta l'incertezza o errore inerente al calorico specifico della combinazione, e del fattore che se ne deduce, si riferisce al resto cioè ad un fattore relativamente piccolo. Pure se tali deduzioni si fanno non per de' casi particolari, ma per serie intere di corpi corrispondenti, esse acquistano sufficiente grado di sicurezza da somministrare assai interesse.

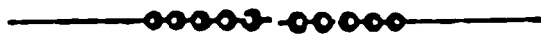
Sappiamo che i calori atomici degli elementi, dei quali il calorico specifico è determinato allo stato solido sono sensibilmente gli stessi, ed in media $= 6,4$ circa. Si ammette pure generalmente che questa legge di Dalton e Petit si applichi a tutti gli elementi, e se ne trae partito per la determinazione de' pesi atomici. Contuttociò per certi elementi non è così: per il carbonio, per il boro, per il silicio, per esempio, i prodotti de' calorici specifici e de' pesi atomici per quanto portano le considerazioni chimiche sono ineguali, e sempre più piccoli dei prodotti ottenuti da altri elementi di cui è stato determinato il calorico specifico allo stato solido. E queste considerazioni tanto più interessano quando si vogliono referire ai calori atomici delle combinazioni avendo dedotte dai calori atomici degli elementi. Per la legge del Dalton si avrebbe il calore atomico (C. A) crescente a proporzione degli elementi, e perciò essendo n il numero degli atomi elementari sarebbe $\frac{C. A}{n} = 6,4$ circa, come vedesi per i cloruri, bromuri e ioduri metallici, ed anche per i cloruri che racchiudono 7 e 9 atomi elementari in una mo-

lecola della combinazione p. e. $Z-nK^3Cl^6$, PlK^3Cl^6 . Non è però tanto rigorosa per le combinazioni dei metalli con lo zolfo, ove $\frac{C \cdot A}{n}$ è generalmente < 6 , nè per gli ossidi metallici ove $\frac{C \cdot A}{n}$ è costantemente molto più piccola di 6 e tanto più quanto gli atomi dell'ossigene predominano nell'ossido sugli atomi del metallo. Lo stesso diremo per il caso dell'acqua, nel quale questa regolarità si verifica anche meno, avendosi nell'acqua solida $\frac{C \cdot A}{n} = 3$ circa, e per il caso delle combinazioni organiche come lo zucchero e l'acido tartrico ove quel numero è anche più piccolo.

Il non mostrarsi tale regolarità in un gran numero di combinazioni può spiegarsi nel seguente modo: che esse racchiudono elementi che almeno in quelle combinazioni possiedono un calore atomico differente da quello che corrisponde alla legge di Dulong e Petit. Alcune volte è stato ammesso che il calorico specifico e per conseguenza il calore atomico di un elemento può esser differente allo stato libero e allo stato di combinazione, e può variare in diverse combinazioni. Una tal supposizione è arbitraria perchè, primieramente le variazioni del calorico specifico che offrirebbe un solo e medesimo elemento entrando nelle combinazioni sarebbero molto più considerevoli delle variazioni che si son dimostrate possibili per un dato corpo seguendo i suoi differenti stati fisici; in secondo luogo si trova per molte combinazioni che gli atomi che esse racchiudono vi possiedono lo stesso calore che allo stato libero; infine i calori atomici di certi elementi che non si accordano colla legge di Dulong e di Petit, e che si son dedotti indirettamente dai calori atomici delle combinazioni si accordano sensibilmente con i calori atomici di questi medesimi elementi come si sono trovati per lo stato libero cioè direttamente.

Sembra adunque doversi ammettere: 1.º che ciascun elemento possiede allo stato solido e a una distanza conveniente dal punto di fusione un solo calorico specifico e per

conseguenza un solo calore atomico; 2.^o che questo calorico specifico può subire certe variazioni secondo le condizioni fisiche del corpo semplice, la sua densità, la sua coesione, il suo stato cristallino o amorfo, ma che queste variazioni non presentano l'ampiezza di quelle che sarebbero offerte da certi calorici specifici se tutti gli elementi avessero seguito la legge di Dulong e Petit; 3.^o che il calorico specifico di un elemento è lo stesso allo stato libero, e allo stato di combinazione.



**PROCESSO PER RIPRODUZIONI FOTOGRAFICHE;
DI F. A. OPPENHEIM DI DRESDA.**

(*Ann. der Phy. und Chemie. Poggendorff*, November 1862).

Non è nuovo il pensiero di fare immagini positive usando la maniera del processo negativo. Io stesso ne feci menzione nel giornale *La Lumière* 1852, 1853. Dopo ho fatto molte prove ma non trovai le immagini così forti come le ordinarie. Ora sono riuscito a fare delle riproduzioni positive, che hanno la stessa forza delle altre e di più maggiori vantaggi.

È importante che le sostanze fotogeniche sieno per quanto è possibile sulla superficie della carta per le prove positive; mentre per le negative vuolsi che sieno penetrate nell'interno della carta. Ecco il mio metodo:

1°. Si prepara del siero mescolando a caldo il latte con acido tartarico; si passa per un panno, si chiarisce con chiaro d'uovo e si filtra per carta.

Nel siero, quando è freddo, si scioglie il 5 per cento di ioduro di potassio, e si filtra di nuovo per carta, il che riesce facile. Poi si prepara dell'albumina, battendo il chiaro d'uovo finchè sia montato, lasciandolo riposare e decantando il chiaro; poi si mescola con siero a volumi uguali. La proporzione dell'albumina e del siero si può variare a piacere, semprechè si prendano due once e mezzo di ioduro di potassio per cento di liquido. Oltre all'ioduro aggiungi ancora un sedicesimo del suo peso di cianuro di potassio, il quale però non lo credo necessario. Se l'albumina è un poco torba non importa, ciò non impedisce le seguenti opera-

zioni. Dopo aver lasciate le carte sul liquido per mezzo minuto si sospendono per farle asciugare. Esse si conservano lungamente, ed anche guadagnano in qualità.

2.^o La carta bene asciugata si mette sopra una soluzione di nitrato d'argento, al 5 per cento, senza aggiungere acido acetico. Dopo un minuto si pone la carta nuotante entro acqua distillata, per un minuto. Poi s'immerge in altra acqua distillata pure, ma per cinque minuti. Frattanto si mettono altre carte preparate nella stessa acqua. Ma la prima acqua deve essere cambiata dopo le prime tre o quattro carte, mentre la seconda può servire più a lungo. Nella prima lavatura è necessario che la carta rimanga nuotante per evitare un precipitato dell'albumina, il quale nuocerebbe alla chiarezza dell'immagine. La seconda lavatura è necessaria per poter conservare le carte fino all'indomani. La coagulazione dell'albumina si completa solamente dal nitrato d'argento; l'alcool o il calore non basterebbero. La carta lavata si asciuga fra della carta da filtro o sospendendola. La soluzione d'argento si chiarisce con kaolino, e di tempo in tempo va rinforzata.

3.^o L'esposizione si fa al solito ma per poco tempo. La luce diretta del sole deve essere evitata, perchè agisce troppo presto. Non si può dire il preciso tempo necessario, per la diversità della luce e delle immagini negative; ma i precetti seguenti basteranno per trovare ogni volta il tempo giusto.

I. Quando nell'immagine negativa i contrasti fra luce ed ombra sono forti, quali debbono essere, bisogna che quando la carta si leva dall'esposizione, non mostri alcuna traccia dell'immagine, o tutto al più qualche cosa pei luoghi più trasparenti dell'immagine negativa. Il solo margine della carta che è fuori dal telaio deve essere più scuro.

II. Nel caso che il contrasto fra la luce e l'ombra nella negativa sia troppo forte, bisognerà prolungare l'esposizione fino a che si vegga una traccia dell'immagine apparire sulla carta.

III. Se nell'immagine negativa i contrasti non sono bene espressi, talchè

a. sia tutta troppo scura ;

b. sia tutta troppo chiara ;

allora bisogna abbreviare il tempo dell' esposizione ancor più che nel caso *a.* perchè nulla apparisca dell' immagine.

Nel caso *b* sarà solamente possibile diminuire la velocità dell' effetto, ponendo sotto l' immagine negativa uno o parecchi fogli di carta bianca. Dopo poca pratica conoscerà il fotografo il tempo giusto. Io per esempio trovai che per un vetro molto scuro, il quale doveva col metodo ordinario stare esposto alla luce diretta del sole almeno un ora, col mio processo in un giorno non tanto chiaro, colla luce diffusa bastavano solamente dieci secondi; mentre per un vetro assai trasparente bastavano due soli.

4.^o L'immagine si sviluppa con acido gallico, aggiungendovi nitrato d'argento ed acido acetico. Perciò può anche servire dell'acqua nella quale furono lavate le carte della prima bagnatura nella soluzione di nitrato; ma quell'acqua dovrà essere chiarita con kaolino e poi filtrata. Non è essenziale prescrivere le proporzioni nelle quali si mescolano le sostanze di detta soluzione. Fotografi esercitati troveranno facilmente la giusta proporzione, ma per i poco pratici servino le proporzioni seguenti:

Per 100 oncie della soluzione argentea suddetta,

25 grani acido gallico,

$\frac{1}{6}$ d'oncia di una soluzione di nitrato,

5 grammi acido acetico.

Si mescola tutto con un pennello, finchè non sia affatto sciolto l'acido gallico, il quale non deve essere sciolto e filtrato avanti. Se si voglion fare comparire parecchie immagini nello stesso liquido, bisogna che sia assai copioso. È da prevedere che le carte non si attacchino perchè non si macchino. La stessa soluzione può servire finchè non sia molto torba. Si lascia l'immagine nel liquido fino a tanto che non abbia la forza dovuta, ma non più tempo come si usa col solito processo, poichè col nostro metodo essa indebolisce pochissimo nel fissarsi. Si interrompe l'effetto del-

la soluzione lavando qualche volta la carta con acqua ordinaria. Si rinforza l'effetto della soluzione aumentando l'acido gallico e il nitrato d'argento, oppure scaldando.

5.° L'immagine si fissa alla luce del giorno in una soluzione concentrata di iposolfito di soda. Presto si fa la fissazione, ed è finita quando il color giallo dell'ioduro d'argento, è sparito.

6.° Alla fine bisogna molto lavare con acqua.

Il colore dell'immagine è un bel bruno di sepia, quando fu fatta secondo i precetti. Nel caso che l'esposizione sia stata troppo tempo manca il contrasto fra luce ed ombra, se l'immagine è veduta per riflessione, mentre se è veduta per trasparenza sembra forte: e il colorito è allora un brutto rosso. Analogo è l'effetto, se la soluzione argentea ha servito troppo. Nel caso che il tempo dell'esposizione sia stato troppo breve, l'immagine non compare interamente.

Se si desidera altro colore si lasci l'immagine nell'acido gallico un poco più, e dopo lavata si passi in una soluzione neutra di cloruro d'oro; allora l'immagine passerà per diversi colori fino al plumbeo. Così si possono anche migliorare le immagini troppo rosse.

L'immagine ha nella fine perduta una parte dell'albumina e gli deve essere restituito il lustro verniciandola.

Ma si può conservare l'albumina ed il lustro (benchè io non lo creda molto desiderabile) lasciando la carta nuotante sulla soluzione di nitrato d'argento al cinque per cento per quattro minuti quando si fece la operazione indicata al N. 2.° e ponendola solamente dalla parte dell'immagine sull'acido gallico.

A cagione dell'azione più forte della soluzione di nitrato d'argento avviene che:

- 1.° L'albumina si coaguli affatto e così si conservi;
- 2.° La sensibilità della carta diminuisca per cui bisogna allungare il tempo dell'esposizione;
- 3.° Il colorito diviene bruno verdastro invece di bruno di sepia se il tempo dell'esposizione è stato troppo breve.

Nell'operazioni precedenti si può anche omettere l'albumina, purchè si ponga nel siero la metà dell'ioduro di potassio indicata. La differenza che passa fra l'operare con o senza albumina, è la stessa che nell'operare con o senza albumina col metodo ordinario.

I vantaggi del nuovo processo sono:

1.^o Si possono in un cattivo giorno d'inverno, tirare centinaia d'immagini positive da una negativa, mentre il processo ordinario darebbe appena una positiva.

2.^o Con una immagine negativa difettosa si possono trarre buone positive.

3.^o Vi è bisogno di poco nitrato d'argento, e generalmente si fa senza sale d'oro.

4.^o Si conservano le immagini lungamente, ed ancor più quando non si fa uso d'albumina.

È sempre necessario usar grande pulizia, filtrar bene le soluzioni, ed operare in camere ben difese dai raggi fotogenici.



**SOPRA UN NUOVO PROCESSO D'ARGENTATURA A FREDDO;
DI M. A. MARTIN.**

(Estratto).

Fra i molti processi di argentatura il più atto alla costruzione dei telescopi con specchi di vetro è quello di Drayton descritto da Foucault al Tomo V. degli *Annales de l'observatoire Imperial* di Parigi, al quale richiedesi un operatore abile, onde torna utile cercare un metodo che alla semplicità, e sicurezza unisca la facilità dell'operazione. Quello del signor Martin presenta questi requisiti, e richiede che l'operatore si prepari

1°. Soluzione di 10 grammi di nitrato d'argento in 100 grammi di acqua distillata.

2°. Soluzione acquosa d'ammoniaca pura che segni 13 gradi all'areometro di Cartier.

3°. Soluzione di 20 grammi di soda caustica pura in 500 grammi d'acqua distillata.

4°. Soluzione di 25 grammi di zucchero bianco ordinario in 200 grammi di acqua distillata. In questa si versi un centimetro cubo di acido nitrico a 36 gradi; si faccia bollire per 20 minuti per produrre l'intervensione; e si completi il volume di 500 centimetri cubi con acqua distillata, e con 50 centimetri cubi di alcool a 36 gradi.

Per procedere con questi liquori alla preparazione del liquido argentifero si versano in un matraccio 12 centimetri cubi della soluzione del nitrato d'argento, otto centimetri cubi di quella d'ammoniaca, 20 della soluzione di soda, e con 60 centimetri cubi di acqua distillata si completano 160 centim. Il liquore resterà limpido, e una goccia di soluzione di nitrato d'argento vi produrrà un precipitato permanente. Pure si lascerà riposare per 24 ore, e dopo potrà la soluzione usarsi con sicurezza. La

superficie di cristallo da inargentarsi verrà ben pulita con piumaccio di cotone imbevuto con qualche goccia d'acido nitrico a 36 gradi, indi sarà lavato con acqua distillata, sgocciolata, e posata in un bagno composto col rammentato liquore argentifero, al quale sarà stato aggiunto da $\frac{1}{10}$ ad $\frac{1}{12}$ della soluzione di zucchero intervertito. Allora sotto l'influenza della luce diffusa il liquido nel quale immerge la superficie da argentarsi diventerà giallo, poi bruno, e dopo due o cinque minuti l'argentina coprirà tutta la superficie: dopo 10 a 15 minuti lo strato avrà acquistato la grossezza desiderabile, e solo converrà lavare il pezzo prima coll'acqua ordinaria, poi con quella distillata, e si lascerà seccare all'aria libera. Asciugata la superficie presenterà un pulimento perfetto, coperto con un leggiero velo biancastro, e questo sparirà con un piccolo fregamento di un piumaccio di pelle di camoscio sparsa di poco rossetto, ed il brillante dell'argento renderà la superficie bene adatta all'uso dell'ottica per il quale si destina.



**ALCUNI SCRITTI INEDITI DI MICHELANGIOLO POGGIOLI PUBBLICATI PER CURA
DI GIUSEPPE AVV. POGGIOLI. ROMA COI TIPI DELLA S. C. DE PROPAGANDA
FIDE 1862, CON RITRATTO.**

L'elogio del Prof. *Michelangelo Poggioli* fatto dalla Società Medico-chirurgica bolognese ci scusa l'allargarci nel commendare l'illustre trapassato. Non ci possiamo però tener dal rammentarne i belli esperimenti circa l'influenza dei raggi dello spettro solare sulla vegetazione, le sperienze da lui primamente immaginate ed eseguite intorno ai fluidi animali e segnatamente intorno al sangue per dimostrarne la propria vita, da ultimo i commenti sulle tavole fitosofiche del Cesi, cui rivendicò il merito di singolari scoperte intorno alla scala degli esseri, al sonno, alla veglia, al doppio sesso delle piante, non che il pregio di avere abbozzato innanzi a tutti il corpo della scienza botanica, e presentito la necessità di ordinare le piante giusta un sistema naturale.

Ora colla presente pubblicazione fatta per cura dell'Avvocato Giuseppe di lui figlio, viene nuovo lustro al nome del botanico romano. Tralasciamo di parlare della II. e IV. dissertazione, le quali comechè di sommo pregio per dottrina fisiologica e medica, tuttavia non entrano nell'ambito di questo Giornale. Ci contenteremo di dire alcuna cosa delle altre.

Nella I. dissertazione svolge il Poggioli i brevi cenni di una delle tavole fitosofiche con tal criterio e dottrina da farne riconoscere nel Cesi, il primo istitutore della botanica. Movendo dalla considerazione della pianta nel suo complesso procede analiticamente per tutte le parti e ce ne presenta tutti gli aspetti sì assoluti come relativi. Lungo sarebbe il riferire le squisite riflessioni, ond'è illustrata in questo scritto la brevissima tavola del Cesi. Dal ragionamento del Poggioli apparisce, il Cesi essere stato il primo a scoprire la scala degli esseri e a presentire la necessità di un *naturale* ordinamento delle piante.

Non minor pregio e bellezza presenta la III. dissertazione, in che l'Autore si mostra quel valentissimo botanico che gli era. Noverati i sistemi botanici egli ne prende a paragonare tre soli, siccome principali: quello del Tournefort, quello del Linneo, quello del Jussieu. Da siffatto paragone s'inferisce che il sistema linneano stimasi sopra il merito e quello del Tournefort meno del dovere, laddove il più bell'ordine finora immaginato è quello di Anton-Lorenzo Jussieu, sia che si consideri la botanica separatamente, sia che si consideri rispetto agli altri rami delle fa-

Continuazione e fine dell' Articolo: Sugli effetti del calore e dell' umidità sopra gli organi elementari delle piante e sui loro gruppi, e fisiologica importanza di essi; Prof. C. Toscani (1).

Posti così solidamente i principii, scendo alle applicazioni, non già colla pretensione di esaurire questa materia, la quale è piuttosto riserbata a coloro, che, coltivando quasi esclusivamente lo studio dei vegetali, sono meglio di me al caso di conoscere gl' innumerevoli e svariatisimi fenomeni, che emanano da quelle leggi. Poste in luce quelle proprietà generali degli organi, rimane agevole a chicchesia il riscontrare quando e come esse intervengano nelle varie e singole manifestazioni della vita organica, purchè non si perdano di vista certi canoni di meccanica, purchè non si pretermetta un accurato studio anatomico di quelle parti in cui si presenta quel dato fenomeno, purchè in fine non si trascuri alcuna delle resistenze passive e delle molte forze estrinseche, le quali ponno così adombrare gli effetti immediati delle intrinseche, da farne quasi dimenticare l' esistenza tuttochè efficacissima. In questa ch' io chiamo la parte pratica del lavoro mi sono unicamente proposto di dare un saggio dell' importanza fisiologica di siffatta maniera di ricerche.

Ho dimostrato esistere in tutte le piante due forze in continuo antagonismo, credo di averne anche assegnata la origine; ho detto che queste forze esistono in organi e gruppi d' organi separati e distinti, e che una di esse risiede costantemente nelle fibre del sistema medio e qualche volta in quelle del corticale; che l' altra trovasi sempre nei vasi del sistema centrale e nelle fibre del corticale, quando queste ultime non siano padroneggiate dalla forza stessa che presiede ai movimenti immutabili del sistema medio.

(1) Vedi Fasc. di Dicembre 1862, pag. 341.

Ognuno vede che quest' antagonismo di opposte forze, antagonismo di cui natura spesso si giova, può generare il movimento come la quiete; può inoltre avvenire, nel caso di movimento, che la resultante padroneggi tutte le resistenze passive, tutte le forze estrinseche, le quali in questo caso non farebbero che rendere meno intensi quei movimenti senza turbarne le leggi; ma può altresì verificarsi che le resistenze e gli agenti esteriori vincendola sulle forze interne, ne mutino talmente gli effetti da fare quasi perdere la traccia delle leggi che le governano. Queste considerazioni mi portarono a scindere nei tre seguenti gruppi tutti i fenomeni che tolsi qui a sindacare. Il 1.^o comprende quelle combinazioni nelle quali manca ogni movimento sensibile, tanto progressivo che periodico, e non rimangono che piccole oscillazioni dipendenti dalla mutabile influenza degli agenti fisici esteriori, oscillazioni che siamo costretti ad ammettere quantunque non si appalesino ai nostri sensi, e che non possono non avere un'altissima importanza fisiologica. Al 2.^o gruppo appartengono tutti quei casi nei quali oltre ad aversi dei movimenti impercettibili periodicamente contrari, si rende decisamente manifesto un moto progressivo, una volubilità completa, subordinata a quelle leggi che regolano le volubilità degli organi elementari. Nel 3.^o gruppo si racchiudono finalmente tutte quelle combinazioni, che furono da natura scelte per ottenere, colle medesime forze, movimenti incompleti o di semplice incurvazione, talora periodici, tal altra irregolari.

1.^o GRUPPO

Casi di compensazione tra le due volubilità opposte.

Sanno i fisiologi come i primi a manifestarsi nel germoglio, nella foglia, nel petalo, nella parte in fine del vegetale che si organizza, sono i fasci tracheali, quelli cioè che secondo i miei studii costituiscono un sistema motore dotato di volubilità a sinistra per riscaldamento e per diminuzione d'umidità. Sanno che quelle cellule allungate, che son chiamate fibre del legno e che io vidi dotate di volubilità opposta a quella dei vasi, si svolgono più tardi e crescono progressivamente di numero. Cre-

do avranno pure avvertito che dal momento in cui il germoglio o la foglia, uscite dallo stato embrionale, vengano ad essere rivestiti intieramente di uno epidermide capace di compiere le funzioni che sono a lei proprie, la quantità relativa dei materiali allo stato liquido, che ha toccato il suo massimo al cominciare di questa vita piena, va in generale progressivamente scemando. Premesse queste considerazioni siamo portati a concludere che: supponendo costante la temperatura, dal momento in cui si attivano le funzioni dei vasi e dell'epidermide, i fasci tracheali tendono con forza sempre crescente a formare spira di sinistra e la formerebbero, se liberi, o produrrebbero forti trazioni nel tessuto cellulare, se a questo collegati, qualora il progressivo diminuire dei materiali liquidi non fosse accompagnato da crescente produzione di fibre, che in quelle condizioni esercitano conati opposti. Avvertita la possibilità di un così semplice e maraviglioso sistema di compensazione, facilmente i fisiologi ne valuteranno l'importanza, facilmente comprenderanno come la mancanza di esso in certe piante erbacee ne renderebbe più breve la vita. Ed in vero: se ne conoscono molte le cui nervature procedono per lunghi tratti come inguainati, senza cioè un saldo legame col tessuto cellulare circostante: in questo caso, se avessimo una prevalenza d'azione o degli organi volubili a destra o di quelli volubili a sinistra, ben tosto contorsioni della nervatura intiera produrrebbero stramenti arditi nell'epidermide, strozzature nei piccoli e nei grandi vasi, che avrebbero per necessaria conseguenza il disturbo ed anco l'estinzione delle funzioni della vita. Nè molto meno nocevole sarebbe per risultare il difetto di questo equilibrio in quelle piante in cui le nervature sono saldamente congiunte con uno scarso e prestevole tessuto cellulare. Questa compensazione così completa, come io l'ammisi nel mio ragionare, questo crescere d'azione del sistema volubile a destra in quantità equivalente all'aumento progressivo dell'influenza del sistema volubile a sinistra, questo decrescere finalmente dell'umidità relativa in ragione tale da mantenere piena e perfetta quella compensazione, sono cose tutte che nello stato di vita normale di certe piante l'esperienza rigorosamente conferma. Ritorno qui sopra un fatto, che esposi già nel discorrere delle

leggi generali, il quale riassume e comprova il sopra asserito. Prendete un intero cespo di *plantago* e ponetevi a studiare anatomicamente nei diversi ranghi delle foglie lo stato delle nervature in sito, che sono tra quelle che, specialmente nel lungo picciolo, procedono libere cioè senza uno stabile legame col tessuto cellulare circostante, e voi troverete in esse sempre diritti e paralleli i vasi e le fibre; ma se così rimangono finchè sono in sito e in uno stato d'idratazione che muta coll'età della foglia, tolte via dalla pianta e messe così in condizioni eguali per rispetto all'umidità e alla temperatura, formano tosto delle eliche marcatissime, che sono decisamente e intieramente sinistrorse per le nervature delle foglie più giovani, intieramente destrorse per quelle più esterne e più stagionate; che sono sinistrorse finalmente alla sommità superiore, destrorse all'inferiore, e che non presentano volubilità alcuna nella parte media per le nervature che appartengono a foglie nè troppo adulte, nè troppo tenerelle. Ognuno vede che se una diminuzione progressiva nell'umidità interna concorre a mantenere l'eguaglianza tra le due forze contrarie, questa eguaglianza assoluta deve mancare allora quando si abbiano cambiamenti d'umidità e di temperatura *periodici* o *irregolari*. Quindi è che l'alternanza del calore diurno che quando è moderato e la pianta è rigogliosa, favorisce l'endosmosi e l'imbibizione dei tessuti, col fresco della notte il quale, nelle medesime condizioni, dimostrammo essere sfavorevole alla detta imbibizione, non può non generare dei movimenti periodici, piccoli se vogliamo, la cui importanza fisiologica credo presto si farà a noi manifesta, se continueremo a studiare le piante sotto questo nuovo punto di vista (1). Frattanto senza perderci ora nel campo delle congetture ci contenteremo dire: I grandi movimenti possono essere impediti, e lo sono effettivamente in molte combinazioni, da un sistema di compensazione che a costituirlo concorrono due forze opposte, una delle quali si sviluppa e cresce a misura che l'altra si esagera, per il diminuire progressivo dei materiali liquidi; ma appunto perchè la compensazione che garantisce dai

(1) Il calore può divenire causa di prosciugamento soltanto quando eccede, e quando la pianta è in via di deperimento.

movimenti estesi e perniciosi ha per necessaria cagione un continuo e progressivo diminuire dell'umidità interna, restano sempre i movimenti piccoli alternativi occasionati da variazioni periodiche o accidentali dello stato d'idratazione degli organi motori, movimenti dei quali rimane ancora a conoscere la portata e il vero ufficio.

2.^o GRUPPO

Casi di volubilità completa.

Ciascun sistema motore gode come si è veduto di due incurvazioni in piani reciprocamente normali, e perciò formano, se sono isolati, delle eliche che sono o destrorse o sinistrorse. Abbiamo veduto poco sopra che, quando la nervatura è completa e in sito, possono le due contrarie azioni compensarsi, ma questa compensazione se è frequente, non è però un fatto costante: riscontriamo anzi che spesso natura si vale nelle buone condizioni fisiologiche, nello stato d'idratazione normale, della prevalenza di una delle due volubilità. La volubilità di certi germogli, lo schiudersi di certi fiori, l'aprirsi di certe valve o ricettacoli dei semi sono effetti immediati della prevalenza di uno dei due sistemi motori sopra l'altro, e sopra tutte le resistenze passive e forze esterne che tendenti a menomarne l'influenza.

Volubilità dei germogli.

Giova avvertire come frequentemente si riscontrano due diverse volubilità sopra il medesimo fusto. Una di queste che chiamerò primitiva consiste in un avvolgimento a spira di tutte le parti interne all'asse del germoglio; l'altra, che dico secondaria, spesso appariscente più della primitiva, è l'avvolgimento a spira dell'asse e perciò di tutto il germoglio sopra un sostegno qualunque, o sopra un altro fusto della medesima pianta. Dutrochet ammette come legge generale l'una volubilità sia costantemente l'inversa dell'altra, e per spiegare questa inversione, paragona il fatto naturale da lui più supposto che pro-

vato, alla fabbricazione artificiale della fune, e dice: che due rami volubili a destra devono formare, addossandosi, spira di sinistra, per quella ragione stessa per cui due cordicelle formate di fili torti a destra e portate l'una appresso dell'altra, tendono ad avviticchiarsi formando spira di sinistra. Ognuno per poco che sia versato nei principii di meccanica intende che quel confronto non regge ad una sana critica; in quanto nell'un caso la volubilità dipende da forze insite, è volubilità naturale, e non può pertanto occasionare movimenti inversi per reazione, mentre nell'altro caso l'avvolgimento primitivo essendo l'effetto di una coazione, di necessità si genera la reazione che è in ultima analisi una tendenza a detorcersi dei singoli filamenti, la quale imprime al sistema quel tal moto inverso. Ma non solo il confronto è vizioso, è altresì infondato il fatto. Ecco i risultati di osservazioni accurate ed estese a quante piante volubili si dicotiledoni che monocotiledoni, s'incontrano nelle nostre campagne, e si coltivano negli orti botanici di questa provincia. Ecco le leggi che regolano le due volubilità dei germogli:

1.^o In condizioni normali, quando cioè il virgulto non presenta lesioni e possa liberamente disporsi a seconda delle forze che lo signoreggiano internamente, presenta volubilità secondaria di destra, quando è pure di destra l'elica primitiva.

2.^o Quando (sempre in condizioni normali) la spira primitiva è di sinistra, frequentemente ma non sempre, la secondaria è di destra.

3.^o Il germoglio in via di vegetazione alla sua estremità non presenta volubilità di sorta: talvolta questa assenza d'ogni volubilità si riscontra per la lunghezza di diversi nodi, e ciò specialmente in quelle piante il cui sviluppo è molto rigoglioso.

4.^o Una volta che la volubilità primitiva si è manifestata, se essa in origine è di destra, tale si conserva per tutta la lunghezza del ramo; se invece è di sinistra, nella parte più indurita spesso va perdendosi, e non di rado si trasforma in spira di destra: il luppolo in particolar modo presenta frequentemente questa importante inversione (1).

(1) Non bisogna ritenere come necessario che quando la volubilità primitiva di sinistrorsa si è mutata in destrorsa debba, nelle parti più

5.^o Quando la volubilità naturale è visibilmente collegata con una diminuzione progressiva dell'umidità interna, le nervature, nel germoglio staccato dalla pianta e perciò in via di prosciugamento che diremo artificiale, prendono quella stessa disposizione che assumerebbero nell'invecchiare sul fusto vivente; tale è il caso del luppolo. Quando, invece, la volubilità naturale si opera (come nella *periproca greca*) tuttochè costante ed eccedente sia la quantità di linfa che bagna i tessuti, le nervature, nel prosciugamento artificiale, assumono una disposizione inversa a quella che prenderebbero nello stato di vita. Riflettendo all'ordine col quale gli organi elementari dei diversi sistemi motori si succedono nello svilupparsi e nel prender consistenza, e ripensando alle loro proprietà fisiche all'influenza varia cioè che su loro spiegano le variazioni d'umidità e di calore, facilmente ravviseremo un perfetto accordo tra i principii e i fatti. Avremo cioè la chiave non solo delle cinque leggi sopra registrate, ma altresì dell'anomalie offerte dai fenomeni di volubilità primitiva e secondaria dei germogli. Togliamo ad esempio il luppolo, che ci offre l'epilogo di quasi tutti i fatti che si riscontrano nelle piante volubili. Fino a tanto che il germoglio si organizza, nessuna volubilità manifestasi nelle sue nervature costituite quasi esclusivamente di vasi (1);

prossime alla radice, conservarsi costantemente di destra, si hanno invece delle anomalie a spiegar le quali convien riflettere che durante lo sviluppo di un germoglio possono cambiare notabilmente le condizioni del suolo e dell'atmosfera. Avviene, certo non frequentemente, che sopra un medesimo fusto si scorgono varie inversioni ciò si verifica specialmente quando durante la vegetazione del germoglio, a più o meno certi periodi, alternano stagioni fresche e umide con calde e secche, o quando le foglie o l'epidermide del fusto non ebbero il loro naturale sviluppo per opera di agenti estrinseci; del resto la semplice ispezione oculare ne farà avvertiti che le anomalie si presentano là dove compaiono delle innormalità nello stato di nutrizione del germoglio. La volubilità secondaria offre maggiori anomalie che la primitiva, perchè la risultante di quelle forze interne che dovrebbero determinare il senso della spira formata dal germoglio, per la disposizione stessa delle componenti, e sempre debole, quindi facilmente dominata dalle forze esteriori e in special modo dall'azione solare sul tessuto epidermico, ma ciò sarà meglio chiarito quando parlerò della formazione dei cirri o viticci.

(1) Si vedono talvolta delle nervature disposte a elica nelle parti tuttavia tenerelle; ma fino a tanto che la gomma è nel primo periodo della

mano a mano che quei tratti invecchiano e si prosciugano, la prima a manifestarsi è la volubilità primitiva di sinistra, perchè il sistema vascolare in quell'età è prevalente, e perchè le poche fibre allora esistenti (specialmente quelle del libro che sarebbero volubili a destra per prosciugamento) tendono piuttosto a sinistra per eccesso di freschezza: più tardi per il crescere e per l'invecchiare delle fibre la torsione lentamente diminuisce, le nervature tornano dritte e finiscono spesso col formare spira di destra appunto perchè i sistemi corticale e medio han preso il disopra sul sistema centrale. La volubilità secondaria, manifestandosi costantemente dopo la primitiva, sarà di sinistra se trova sempre eccedente l'azione dei vasi; sarà di destra se l'azione delle fibre ha prevalso; per cui è destrorsa l'elica secondaria in quei tratti in cui è destrorsa la primitiva: può esser sinistrorsa o destrorsa là dove la primitiva è sinistrorsa.

I fenomeni che offre la *periproca greca*, come pianta volubile, potrebbero per avventura sembrare una smentita alle mie dottrine per colui che, con troppa leggerezza e senza le necessarie cognizioni, si ponesse allo scrutinio dei rapporti tra i fatti e la teoria.

Ed invero: in quella pianta è di destra tanto la volubilità primitiva come la secondaria, mentre, per prosciugamento artificiale, formano elica sinistrorsa tanto i vasi che le fibre del libro, e le fibre del sistema medio hanno debole volubilità di destra, per cui, se le cose procedessero per la *periproca greca* in vegetazione come per il luppolo o come per i germogli della *periproca* stessa staccata dalla pianta, le due volubilità dovrebbero essere di sinistra anzichè di destra; ma se ben si consi-

vita, in quel periodo cioè in cui la cellula genera la cellula, e i vasi e le fibre si organizzano, la disposizione che assumono le parti non è a riguardarsi come l'effetto delle proprietà da me riscontrate nelle fibre adulte, e nei vasi atti a dar libero movimento ai fluidi che trovansi nel loro interno, ma deve invece attribuirsi a delle leggi speciali d'ordinamento di quelle parti, leggi analoghe a quelle che presiedono gli aggrupamenti molecolari nella materia priva di vita. Gli organi elementari e i loro sistemi possono diventare e diventano effettivamente motori nel secondo e nel terzo periodo della vita organica, nei periodi cioè della vegetazione semplice, e del deperimento.

dera grande è la differenza che passa fra il luppolo e la periproca quanto allo stato di idratazione delle loro parti; non occorre scandagliare lo stato interno, basta la semplice ispezione dell'epidermide per vedere come è grande, e quanto persiste in quest'ultima la freschezza del sistema corticale; è perciò: che in quella pianta le fibre del libro, che sono sensibilissime, trovandosi in uno stato d'idratazione massima, in conformità dei principii stabiliti, tendono a destra nel germoglio vivente, mentre volgono a sinistra nel germoglio reciso (1).

Sbocciamiento di alcuni fiori.

I fiori in generale si chiudono per semplice incurvazione in fuori delle nervature; fenomeno il quale rientra tra quelli della terza categoria secondo la divisione da me adottata: ma ve ne sono alcuni nelle cui boccie le nervature sono decisamente disposte a elica: in queste pertanto lo sbocciamiento è subordinato allo svolgersi d'una spira, è in parte fenomeno di volubilità. L'elica che formano le nervature nei fiori in boccia è per alcuni sinistrorsa, come nelle *ipomee* o *convolvuli*; in al-

(1) Il Dutrochet per spiegare la volubilità muove, non da un fatto, ma da un'ipotesi: pensa cioè che maggiore sia lo sviluppo nella parte corticale che nella centrale, e dice: che onde trovi spazio ove distendersi questa maggior lunghezza del sistema corticale, il ramo deve volgersi a spira; ma per l'ipotesi del Dutrochet sarebbe indifferente l'andamento dell'elica, mentre sappiamo che la direzione della spira, specialmente primitiva, è determinata dalla natura della pianta; come potrà poi quella teoria dar ragione delle inversioni studiate sul luppolo? come spiegherà la volubilità dei teneri germogli staccati dalla pianta? come l'assenza di ogni volubilità delle parti estreme o troppo giovani o troppo stagionate? avrei ben volentieri evitata questa critica delle dottrine emesse sui movimenti delle piante dal benemerito Fisiologo francese, e che ritenevo ormai abbandonate; ma da discussioni accademiche ebbi a conoscere, che un'eccessiva deferenza ai meriti di quel dotto spingeva tuttavia alcuni botanici ad ammetterle ed a calorosamente difenderle in tutte e singole le loro parti; e quindi vidi la necessità di confutare quei punti che, più specialmente, formarono soggetto di grave discussione. Valga questa dichiarazione a scusarmi da ciò che, di superfluo per i fisiologi, dissi e sarò per dire sulle dottrine del Dutrochet.

tri è destrorsa, come nelle *mirabilis* o gelsomini della bella notte.

Legge 1.^a Quei fiori, le cui nervature sono disposte a elica di sinistra, si schiudono nel giorno;

2.^a Quei fiori nei quali le nervature sono disposte a spira di destra si schiudono nella notte:

3.^a Tanto per gli uni che per gli altri le nervature formano spira sinistrorsa, dall'estinguersi della vita del fiore, o per prosciugamento artificiale quando siano staccati dai petali.

A meglio vedere la relazione che passa tra la proprietà degli organi e quelle leggi, giova ricordare che la disposizione assunta dalle nervature e dalle altre parti dei fiori che tuttavia si trovano in quel periodo nel quale si completano, è un fatto che discende unicamente da una legge d'ordinamento. Ciò premesso, consideriamo il fiore in boccia al termine del primo periodo cioè completamente organizzato in tutte e singole le sue parti: se in esso le nervature erano disposte a elica destrorsa, come nelle *mirabilis*, perchè il fiore possa schiudersi, dovrà diminuire in quegli organi il concorso dei materiali liquidi; il che non può effettuarsi sotto l'azione della luce e del calore, se non quando l'evaporazione è libera ed eccedente; circostanza che non si realizza mai prima dello sboccamento. Dunque in questa speciale disposizione delle nervature il fiore non potrà schiudersi che nella notte, perchè solo allora mancando gli eccitatori delle funzioni vitali, oltre all'affievolirsi dell'imbibizione una parte della linfa ascisa abbandonerà l'estremità cedendo il posto all'aria atmosferica, e tornerà verso le radici, se non altro per la contrazione delle bolle di gas, che, come altrove dimostrarai, alternano costantemente colla linfa stessa; così i vasi subiranno un prosciugamento che porterà lo svolgimento dell'elica destrorsa, svolgimento secondato dalla pressione delle cellule ormai giunte al colmo di loro turgidezza. Questa turgidezza del cellulare bentosto svanisce per la riattivata traspirazione all'apparire del sole, e tutte le parti del fiore ad eccezione delle nervature principali, che nella *mirabilis* sono difese da un grosso strato di tessuto cellulare il quale conserva lungamente la freschezza, appassiscono e s'incurvano obbedendo alle nervature minori. Le nervature principali, per le ragioni

addotte non hanno dunque nè possono avere all'appassir del fiore, volubilità decisa, e cedono solo all'azione delle nervature minori; ma se venissero isolate e sottoposte ad un prosciugamento ardito non tarderebbero a formare spira di sinistra. Quando nel fiore in boccia l'elica formata dalle nervature è sinistrorsa, si rende invece necessario un maggior concorso di linfa, perchè quell'elica si deterca e il fiore si schiuda; si richiede cioè che la luce e un moderato calore riattivino le funzioni della vita assopita nella notte. Ecco perchè le *ipomee* sbocciano nelle prime ore del mattino; ecco perchè all'apparir del sole, il quale, esagerando troppo l'evaporazioni, rende per rispetto ai materiali liquidi maggiore la perdita del guadagno; il fiore appassisce e le nervature che non sono in questo fiore, come nella *mirabilis*, difese da un grosso strato di cellulare, tornano tosto a prendere la disposizione che avevano prima, tornano cioè a foggarsi a elica sinistrorsa.

Avviticchiamento delle valve deiscenti.

I ricettacoli dei semi di molte piante si schiudono talvolta per semplice incurvazione, più spesso lo staccarsi delle valve è un effetto della diversa forza d'incurvazione delle nervature terminali, opposte, e quando il tessuto fibro-vascolare che congiunge le grosse nervature non è troppo resistente, all'incurvazione semplice succede un avviticchiarsi a spira coadiuvato dalla disposizione obliqua delle parti che costituiscono la lamina fibrosa che si attacca a quelle nervature; fenomeno che tanto favorisce la disseminazione. Non mi diffondo nei particolari di questa maniera di volubilità, perchè, mentre dovrei spendere molte parole farei opera oziosa in quanto basta la semplice ispezione oculare a rendere in quei fatti manifesta la più immediata applicazione delle proprietà degli organi elementari sopra definiti (1). Aggiungerò solo esservi dei pericarpi le cui

(1) Nelle silique delle baccelline il sistema vascolare è esterno per rispetto alla lamina fibrosa, e poichè le fibre per prosciugamento s'incurvano sempre dal lato opposto alla posizione di quel sistema, così in questo caso le dette fibre presentano la prima incurvazione in dentro. Le

nervature sono disposte a elica fino dall'origine di quei ricettacoli; in questo caso è anche più esplicita l'influenza del prosciugamento sulle nervature. Le nervature delle valve tenerelle degli *strettocarpus* formano bella spira di sinistra; col diminuire progressivo dell'umidità il tessuto fibroso, coadiuvato dal cellulare epidermico, provoca la detorsione e perciò la separazione delle due valve.

L'apertura dei ricettacoli dei semi, e la disseminazione per certe piante, come per la *momordica elaterium* e per l'*impatiens balsamina*, si operano in un modo che ha qualche cosa di speciale, modo che quantunque rientri, in ultima analisi, nelle decifrate proprietà degli organi elementari, non può tuttavia confondersi colla semplice incurvazione progressiva, e molto meno colla volubilità. Di questi e di altri fatti consimili ne formerò un quarto gruppo sotto la rubrica: *Fenomeni d'elasticità e di catalepsi*.

3.º GRUPPO

Casi d'incurvazione semplice.

Non sempre nei sistemi motori può applicarsi una delle due forze d'incurvazione degli organi elementari, e precisamente quella che operar dovrebbe nel piano normale alle sezioni longitudinali o principali, o perchè le resistenze passive la soverchiano, o perchè essi organi elementari hanno nel sistema una tal disposizione da dar luogo ad un resultante nulla. In questo caso rimane sola efficace la forza operante nelle sezioni principali, mancano quindi i movimenti di volubilità, e non restano che semplici incurvazioni. In questa categoria rientrano: i movimenti di certi fiori i quali sembrano secondare quello del sole: il sonno e la veglia dei fiori e delle foglie: la formazione dei cirri o viticci, fenomeni tutti che passeremo successivamente in rassegna.

nervature terminali più volubili sono le opposte a quelle a cui si attaccano i semi. Da questa disposizione e da quelle proprietà ne deriva che, mentre la volubilità delle parti è destrorsa, le due valve si foggiano a spira inversa.

Movimenti dell' helianthus annuus volgarmente detto girasole.

Un esempio di semplice incurvazione l'abbiamo nel girasole; in questa pianta il fiore tuttavia in boccia, e che pertanto si eleva sopra un fusto assai prestevole, mentre nella notte tien verticale il suo asse e tale lo conserva nei giorni nuvolosi o di pioggia, allorchè è investito dai raggi solari piega a questi la faccia, in quanto il fusto, poco al di sotto del fiore e perciò nel luogo ove è più adusto, s'incurva in modo che la concavità si forma nella parte in luce. Queste incurvazioni dirette e moderate dall'azione solare cessano allorchè il fiore è fatto pesante e il fusto ha troppo perduto della sua flessibilità. Anatomizzate quel fusto e troverete: un tessuto midollare copiosissimo e succhioso; l'astuccio costituito di vasi vi si offrirà in uno stato d'idratazione massima e poco variabile in quell'età appunto per la turgidezza e freschezza del midollare che contiene. Troverete un sistema medio assai ricco di vasi fibrosi in quell'età arrendevoli e sensibilissimi alle variazioni dell'umidità e del calore. Piuttosto tenue il sistema corticale, per cui il libro, che fa parte di quello, e il sistema medio, presto risentono sulla faccia esterna dell'azione solare. Non esiterete pertanto a conchiudere che l'incurvarsi dello stelo di quel fiore e il volgersi di questo in guisa da presentare, fintantochè è in boccia, la faccia al sole, è l'effetto puro e semplice di un diseguale riscaldamento delle facce in luce e in ombra dello stelo medesimo.

Sonno e veglia dei fiori.

Per alcuni fiori la vita è brevissima, è vita di poche ore; al mattino si schiudono, alla sera i loro petali sono appassiti con decisa incurvazione in dentro; avviene però di quelli la cui vita è assai più durevole e che presentano quei movimenti periodici che sono chiamati di sonno e di veglia. La causa che determina l'incurvazione in dentro tanto nell'un caso che nell'altro è la stessa, è sempre cioè un difetto relativo d'umidità perchè l'unico sistema motore, nei petali, è il vascolare. Nel fiore che appassisce è l'eccedente evaporazione quella che occa-

sione l'incurvarsi in dentro dei vasi. Nel fiore che a sera si chiude, tuttochè vigoroso, la sospensione di certe funzioni vitali; l'affievolimento dell'imbibizione; la depressione delle colonne discontinue di linfa, sono cause tutte che concorrono ad operare un prosciugamento seguito da un movimento delle nervature quale è reclamato dal loro nuovo stato d'idratazione.

Sonno e veglia delle foglie.

Nelle piante le cui foglie godono di quei movimenti che son detti di sonno e di veglia, i picciuoli portano corrispondentemente al punto d'incurvazione un rigonfiamento del tessuto cellulare, il quale corrisponde talvolta alla metà interna, tal'altra alla metà esterna del detto picciuolo. Nel tempo del sonno il rigonfiamento occupa costantemente la parte convessa della curva; per cui, in quelle piante nelle quali esso corrisponde alla pagina superiore, si avrà, nel sonno, l'abbassamento delle foglie, mentre si avrà l'innalzamento se il rigonfiamento ha rapporto colla pagina inferiore. In alcune piante come nella *mimosa pudica*, si incontrano le due combinazioni, ed è perciò che in quella mimosa, all'imbrunire, i grossi picciuoli si abbassano, mentre le fogliette s'innalzano. L'ubicazione del rigonfiamento è pertanto una norma per conoscere a prima giunta il modo di assopimento delle foglie, e dei picciuoli; non può dunque impugnarsi l'importanza di quella esagerazione del tessuto cellulare; ma è esso l'organo motore? Dutrochet lo crede il motore per la veglia, mentre attribuisce all'ossigenazione delle fibre e dei vasi i moti del sonno.

Confutammo già nella parte teorica le vedute di quel sommo Fisiologo sulle funzioni del tessuto cellulare; dimostrammo allora coll'appoggio di esperienza diligentemente eseguita, l'assoluta passività di quel tessuto. Escluso dunque il tessuto cellulare dal novero dei sistemi motori, qual parte prende nel sonno e nella veglia il rigonfiamento chiamato dal Dutrochet *motore*? A me sembra che gli esperimenti che scendo a descrivere, siano, su tal proposito, bastantemente eloquenti.

Scheletrite due fogliette opposte di *mimosa arborca*, lasciandole unite al picciuolo comune; portate via cioè tutto il

tessuto cellulare delle fogliette e dei loro corti picciuoli, le nervature così nudate si accartoccieranno all'indietro per prosciugamento, i corti picciuoli rimarranno immobili. Immergete nell'acqua questa preparazione, e vedrete che mentre i picciuoli conservano la posizione relativa che avevano, le nervature delle fogliette si distendono tornando a formare superfici piane. La ragione dei descritti fenomeni, è ovvia. Nelle nervature, corrispondentemente alla pagina interna, metteste al nudo le trachee la cui azione in quei sistemi, specialmente verso l'estremità, è prevalente su quella delle fibre che poneste al nudo sulla pagina esterna. Nello scheletro del corto picciuolo invece le fibre delle varie nervature, fatte già molto più rigide, riunendosi formano un cilindro, diversamente compatto sulle due pagine se vogliamo, ma che cinge da ogni lato i vasi e di qui l'immobilità del picciuolo sotto un uniforme stato d'idratazione. Fate ora una preparazione simile alla sopra descritta, ma lasciate la metà inferiore del corto picciuolo ricoperto del suo cellulare, cioè del rigonfiamento impropriamente detto *motore*. In questo stato di cose, anche i corti picciuoli si moveranno per prosciugamento, e manifesteranno decisa tendenza a prendere la posizione del sonno. Se ora immergete nell'acqua la vostra preparazione, così essiccata, avrete luogo d'osservare questo fatto importantissimo: con una prontezza ammirabile i due corti picciuoli opposti si moveranno l'uno contro dell'altro procedendo in quel senso stesso in cui si mossero durante il prosciugamento; le nervature delle fogliette si addosseranno faccia a faccia; lo scheletro tutto, infine, prenderà quella disposizione che prenderebbe nel sonno naturale delle foglie (1). Prima di analizzare questo ultimo risultato, cambiate l'esperimento nei modi che appresso: Preparate come sopra è indicato lo scheletro, ma invece di lasciarvi il rigonfiamento, lasciate sui corti picciuoli quel poco di tessuto cellulare che corrisponde alla pagina superiore, e voi non tarderete a vedere, tanto nell'aria

(1) Notate come questo movimento non prodotto ma provocato dall'endosmosi del cellulare è precisamente l'opposto di quello presentato da Dutrochet perchè per esso l'endosmosi dovrebbe portare un incurvamento all'infuori, e non all'indietro.

che nell'acqua, una completa inversione dei moti del picciuolo, inversione tanto decisa che, a preparazione immersa nell'acqua, verranno a confrontarsi e a combaciare, invece delle superiori, le pagine inferiori delle fogliette. Già dall'esposto chiaro appare qual'è l'ufficio del rigonfiamento chiamato motore, ma continuate ancora a sperimentare, e tolto tutto il tessuto cellulare applicate, o sulla faccia interna, o sulla esterna dei corti picciuoli, piccole fettucce di carta bibula; immergete quindi la preparazione nell'acqua, e vedrete la carta bibula funzionare in essa come negli esperimenti precedenti operava il tessuto cellulare; il picciuolo cioè si curverà foggendosi a superficie convessa là dove riposa la carta. Se in luogo di scheletrire l'intera fogliette vi limiterete a operare su i corti picciuoli, i movimenti di questi si effettueranno in un modo perfettamente identico. Dalle citate esperienze risulta: che il tessuto cellulare non è organo motore per l'endosmosi: che i rigonfiamenti chiamati motori operano invece come serbatoi d'umidità la quale, agendo sul tessuto fibroso, ne provoca l'incurvamento; il fatto è ormai luminosamente provato, resta solo a vedere per qual ragione quei rigonfiamenti sono attivi soltanto quando il tempo è piovoso, quando manca la luce, o quando l'azione solare è troppo energica.

L'identità degli effetti prodotti da un'esagerata azione solare, e da un'eccessivo difetto di calore e di luce, è appunto un criterio che dritto ci mena alla soluzione del quesito. Ed invero, un calore troppo ardente toglie dalle fibre e dai vasi una maggior quantità di materiali liquidi di quella che può per essi ascendere, cosicchè quegli organi si prosciugano massime verso l'estremità, e si prosciugherebbero uniformemente nella stessa sezione normale all'asse, se uniforme fosse intorno ad essi lo strato del tessuto cellulare; ma questo non è il caso. Abbiamo detto che sopra una faccia del corto picciuolo avvi un rigonfiamento rimarchevole, ebbene, questo operando come serbatoio d'umidità, come una spugna imbevuta di acqua, cederà alle fibre attigue una porzione dell'umidità che conteneva e che non poteva sloggiare che per l'endosmosi, e così si avrà un disturbo nell'equilibrio, un movimento quale appunto il fatto naturale e le citate esperienze lo portano. Se all'incontro ven-

gono di troppo a difettare le azioni calorifica e luminosa; l'imbibizione dei tessuti s'affievolisce; l'ascensione del succo si fa scarsa ed anche si arresta; le colonne discontinue che occupano i piccoli e i grandi vasi si deprimono, se non altro per la contrazione dei materiali gassosi, che concorrono a formarle; l'aria esterna, che penetra per le estremità, va ad occupare il luogo che teneva la linfa (1); i sistemi motori così si prosciugano come avveniva per un calore eccedente, e quindi si rende egualmente efficace l'azione dei rigonfiamenti situati sui corti picciuoli.

Sappiamo che la *mimosa pudica* oltre quei movimenti di sonno e di veglia, di cui godono molto altre piante, offre dei fenomeni speciali di eccitabilità che a ragione formarono soggetto di vaste ricerche.

Mentre mi propongo render noti con altro lavoro i risultati dei miei studii su quella eccitabilità della sensitiva, credo poter dire fin d'ora, che l'eccitabilità non è proprietà esclusiva di quella pianta, ma che invece si riscontra, sebbene in proporzioni minori e spesso quasi inapprezzabili, in tutte o quasi tutte quelle che presentano fenomeni di sonno naturale. Aggiungerò inoltre esistere un rapporto tra il grado di eccitabilità delle singole piante, e l'estensione dei movimenti del corrispondente sonno normale, per cui da questi e da altri riscontri che lascio oggi di riferire, sarei portato a concludere: *che le piante le quali godono d'un sonno, hanno altresì l'attitudine a porsi, sotto l'azione degli stimoli, nelle condizioni necessarie al rinnovamento di quel fenomeno naturale.*

(1) Se il Dutrochet il quale riferisce il sonno all'ossigenazione, intendesse per ossigenazione, una pura e semplice sostituzione d'aria atmosferica alla linfa, fino ad un certo punto anderebbe d'accordo; ma mentre il rinomato Fisiologo vede la necessità d'una prevalenza di materiali gassosi, pensa che il gas operante sia puro ossigeno, e che penetri per endosmosi nei vasi, e nelle fibre a cagione d'uno speciale cambiamento avvenuto, nelle funzioni chimiche della vita, per l'assenza della luce. Io non posso pensare che i moderni siano per ammettere così fatti mutamenti nelle funzioni chimiche che si compiono nell'organismo degli esseri, credo invece ammetteranno semplicemente delle variazioni d'attività chimica; e vorranno poi considerare, specialmente dopo i fatti discussi, l'introduzione dei materiali, il loro modo di circolazione, e i movimenti degli organi come effetti puramente meccanici.

Formazione dei cirri o viticci.

Potrei passarvi di parlare di questi fenomeni in quanto è così appariscente la relazione loro colle proprietà degli organi elementari sopra discusse, che quasi superfluo diventa l'intrattenersi a ragionarne, pur tuttavia memore d'alcune obiezioni che una Commissione accademica moveva alle mie dottrine basandosi appunto sulle frequenti inversioni di volubilità che si riscontrano nei viticci, duopo è che io mi vi trattenga per dimostrare agli onorevoli Obiettanti che quelle inversioni, anziché essere uno scoglio insormontabile per quelle dottrine, sono invece una luminosa conferma dei principii, che ne formano la base. I cirri altro non sono che frazioni di rami abortiti; eseguita infatti una sezione trasversa si vede che in essi i tre sistemi motori formano una specie di doccia ripiena di tessuto midollare e rivestita del solito tessuto epidermico. In altri termini: un viticcio vi si presenta, come un germoglio a cui venisse tolto da un lato, longitudinalmente, e per una estensione più o meno grande, tuttociò che non è cellulare propriamente detto, tuttociò pertanto che ha una potenza propria d'incurvazione. È facilissimo il comprendere che in questa disposizione, grande esser deve la forza tendente a incurvare il sistema all'infuori, cioè dal lato della convessità della doccia, e massima nel piano che divide per metà la detta doccia; inquantochè quella forza è la differenza tra una debole disposizione a incurvarsi in dentro del sistema centrale, ed una energica opposta dei sistemi medio e corticale (1). È egualmente facile il ravvisare come in forza di quella disposizione nulla o quasi nulla esser deve la tendenza dell'intero germoglio abortito a curvarsi in un piano normale a quello di prima incurvazione, e come quindi incerta debba risultare la direzione dell'elica a doppia curvatura che pure spesso si forma, se non altro perchè

(1) A cagione del ricco tessuto cellulare che gli difende dalla parte interna, possono i vasi venire per lunga pezza sottratti all'azione delle cause prosciuganti, e può così mancare affatto la tendenza all'incurvazione in dentro, ed anco risvegliarsi in quegli organi la disposizione all'incurvazione in fuori.

52
il troppo stringersi delle varie spire dell'elica primitiva, obbliga quelle a uscire dal piano. Questa incertezza nell'andamento dell'elica, incertezza reclamata dalla disposizione stessa degli organi motori, fa sì che azioni estrinseche tutto che deboli possono facilmente invertire quell'andamento *lasciando però che resti nell'interno ciò che era nell'interno fino dall'origine.* Una tra le varie cause estrinseche determinanti la direzione del viticcio è l'azione dei raggi solari i quali influiscono sui movimenti in questione come in quelli del girasole, e come nella disposizione che prendono i germogli delle piante volubili quando si avvolgono ad un sostegno (1). Riepilogando dirò: i fatti sono in piena armonia colle resultanze teoriche e le obiezioni che contro le mie dottrine furono mosse, prendendo a base di quelle l'incertezza della volubilità dei viticci, perdono ogni valore; perchè quell'incertezza è reclamata dalla disposizione stessa degli organi motori, disposizione per la quale, la spirale formata dai cirri in origine deve essere piana come lo è, più tardi per il troppo serrarsi delle spire, o per l'azione dei raggi solari, o per il peso finalmente che quell'organo è destinato a sostenere, deve assumere, come assume, la forma d'elica o destrorsa o sinistrorsa, facilmente invertibile, e a spire molto ravvicinate, quando una forte trazione non le costringa ad allontanarsi. Le inversioni sul medesimo viticcio possono esser varie, ma un'elica si congiungerà, come effettivamente si congiunge, alla sua inversa *mediante un arco la cui corda è sempre parallela, mai perpendicolare agli assi delle due spire, il che porta, che, malgrado il cambiamento di direzione rimane sempre nell'interno dell'una ciò che costituiva la parte interna nell'altra e che è costantemente la faccia convessa della doccia formata dai tre sistemi motori.*

(1) Dissi, parlando della volubilità dei germogli, che a questo luogo il lettore avrebbe trovato meglio sviluppate le ragioni delle frequenti anomalie che la volubilità secondaria presenta. Infatti, se ben riflette le cause che rendono incerta la seconda curvatura nel mezzo ramo o viticcio, sussistono ancora per il germoglio intiero; se non che, per i germogli volubili una causa determinante l'andamento dell'elica secondaria (tuttochè deboli) è la disposizione a elica delle nervature nella spira primitiva, in quanto quella disposizione turba la simetria d'azione che era reclamata per un perfetto equilibrio.

Fenomeni d'elasticità e di catalepsi.

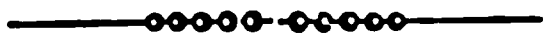
Parlerò in questo gruppo d'alcuni fenomeni d'elasticità che non ebbero spiegazione, o che vollero spiegarsi coll'endosmosi la quale, come già dimostrammo nella parte teorica, e come qui ripeteremo, non vi entra per nulla. Cresce tra noi spontaneo il *verbascum thapsis* il quale gode, quando è in fiore, della curiosa proprietà, che, battuto con verga rigida il suo fusto, a poco a poco i suoi fiori si staccano dal calice e slanciandosi superano l'ovario e cadono a terra. Facilissimo è lo spiegare questo fenomeno studiata che sia la struttura anatomica di quella pianta. Nel fusto e nei rami prevale un sistema medio rigidissimo. I fiori sono costituiti da cinque petali saldati, i quali non hanno rapporto col fusto che per mezzo di cinque tenuissimi fasci tracheali, in quanto il rimanente della corolla è semplicemente appoggiata al fondo d'una scanalatura compresa tra l'ovario e i separti. Urtando la pianta, il sistema medio resiste, oscillano notabilmente i fasci tracheali per la loro eminente elasticità. Non potendo il fiore, stirato, abbassarsi, perchè come appoggiato ad una solida colonna, avviene lo strappamento dei cinque fasci là dove il fiore al fusto si connette; fatte libere così le estremità inferiori delle nervature principali del fiore, e non essendo più il rapporto vitale colla pianta, in forza delle leggi stabilite, quelle nervature si contraggono e si incurvano in dentro, cosicchè la corolla si stringe addosso all'ovario il quale, per la sua forma e per essere ricoperto da una fina e morbida piluria, agevola lo slancio del fiore. Un fenomeno d'elasticità è egualmente quello a tutti noto, che presentano le valve dell'*impatiens balsima*. Quelle valve portano sulla loro faccia interna una membrana fibrosa, la quale, quando il frutto si accosta a maturità, staccandosi da quel tessuto cellulare che circonda i semi, viene a prosciugarsi e ad accorciare, mentre resta ancora turgido, e continua altresì ad alimentarsi il tessuto cellulare esterno. Così abbiamo, in ciascuna parte di quella valva, una forte tendenza ad incurvarsi verso

l'interno, incurvamento che è impedito dalla tendenza identica che hanno le altre parti simili e similmente disposte. Questo frutto ci rammenta una volta o cupola costituita di cunei che si reggono l'un l'altro, e che sono fortemente ma egualmente carichi sui loro vertici; fintantochè tutti rimangono in sito si ha l'equilibrio, ma se uno di quei cunei è rimosso, la cupola si scollega e precipita.

È pure fenomeno d'elasticità quello curiosissimo che offre la *mamordica elaterium*. Questa peponide di forma ovoidale, sotto uno strato corticale non molto grosso, porta dieci nervature principali che tracciano altrettante linee meridiane, e si riuniscono all'estremità del frutto opposta al picciuolo. Da queste nervature principali diramano molte altre minori, cosicchè il tessuto cellulare interno, che è assai compatto e grosso, rimane involto in una fitta rete eminentemente contrattile. Il picciuolo si interna alquanto nella peponide chiudendo, a guisa di turacciolo, una larga apertura che questa porta all'estremità superiore e non è collegato al detto frutto che mediante cinque nervature doppie le quali ivi si innestano alle dieci principali del pericarpio, e per quattro esilissimi fasci tracheali che correndo l'asse del frutto costituiscono i capi saldi liberi dei quattro scompartimenti nei quali si accoglie il seme. Mano a mano che la maturità del frutto si avvanza, si riscontra un prosciugamento crescente nella regione della rete contrattile, mentre nella cavità interna i semi nuotano in una materia vischiosa la quale, se non cresce in quantità, guadagna in fluidità. Così le nervature contraendosi esercitano una forte pressione sopra a quell'umore, il quale reagisce alla sua volta e determina finalmente il picciuolo a rompere i deboli legami che lo univano al frutto. In allora il pericarpio ci offre lo spettacolo di una cupola a cui venga tolta la chiave mentre forti pressioni si esercitano sopra i di lei fianchi. Turbato così l'equilibrio la contrattilità può produrre tutto il suo effetto, e quell'umore vischioso insieme coi semi vien lanciato a distanza, e prontamente, per quella larga apertura che il picciuolo lasciava staccandosi.

Il Dutrochet vorrebbe spiegare le descritte proprietà della *impatiens balsamina*, e della *momordica elaterium* colla sola

endosmosi. Io non nego, all'umore che avvolge i semi della *momordica* un potere depletivo per endosmosi; sia pure che il tessuto cellulare circostante perda della sua umidità per questa endosmosi depletiva, non è però mai la contrazione del cellulare quella che produce gli effetti sopra descritti; portate via infatti le nervature, e voi non avrete più quelle incurvazioni che per endosmosi impletiva e depletiva ottenne il Dutrochet nelle esperienze esibite in appoggio delle sue dottrine. Se egualmente si toglie dai pericarpi della *balsamina* quella membrana fibrosa che ne riveste la faccia interna (operazione che può eseguirsi facilmente e senza che venga leso il tessuto cellulare al quale debolmente aderisce) noi vediamo assolutamente mancare i fenomeni dal Fisiologo francese annunziati quali effetti d'endosmosi, e che secondo lui spiegano le noverate proprietà della *balsamina*. Concludiamo: la turgescenza delle cellule favorisce l'incurvazione delle valve delle *impatiens balsamina*, ma se sopra la loro faccia interna non vi fosse distesa quella lamina fibrosa che si accorcia per prosciugamento, e si oppone ad una distensione uniforme del tessuto cellulare, non si avrebbe la contrattilità, e quindi l'accartocciarsi di quelle valve. L'endosmosi depletiva, che si suppone prodotta dal succo viscoso il quale trovasi nell'interno della *momordica*, può dare maggiore cedevolezza al tessuto cellulare, può aumentare ancora un poco il volume della massa semifluida che circonda i semi; ma quella contrazione che produce la diminuzione istantanea dei due diametri del frutto, e perciò la proiezione dei semi e del liquido in cui notano, è unicamente prodotto dalle nervature, perchè senza di quelle i noverati fenomeni vengono a mancare.



**SULL'IRRAGGIAMENTO E ASSORBIMENTO DEL CALORICO DAI GAS;
PER IL SIG. TYNDALL.**

Il Tyndall ha ripreso lo studio delle proprietà termiche dei gas usando per sorgente calorifica una lastra di rame scaldata da un becco a gas fino alla temperatura di 300° circa, e contenendo il gas da sperimentare in un tubo di vetro di 84 centimetri di lunghezza sovra 6 di diametro. Nel resto ha seguito il suo modo di sperimentare conducendo a zero l'ago del galvanometro col fare agire contemporaneamente sulle due facce della pila l'irraggiamento della sorgente calorifica trasmesso attraverso del tubo vuoto, e quello di un cubo pieno d'acqua bollente destinato a far da compensatore. La deviazione dell'ago quando veniva introdotto nel tubo il gas o vapore indicava al Tyndall il calorico assorbito nelle seguenti distinte questioni:

Potere assorbente de' gas semplici a confronto con quelli composti. — L'estrema debolezza nel potere assorbente dei gas semplici ossigene, idrogene e azoto già notata nel primo lavoro è stata confermata pel cloro e per il vapore di bromo dal che ne è venuta anche una conferma nelle vedute teoriche dell'Autore. Questi ultimi due corpi fortemente colorati nel loro stato semplice, formano con l'idrogene combinazioni perfettamente incolore e trasparenti, e se l'esperienza avesse mostrato che l'acido cloridrico, e l'acido bromidrico assorbono rispettivamente il calorico raggianti della lastra a 300° in una più forte proporzione del bromo, si accrescerebbe la ragione per pensare che lo stato di combinazione de' gas è favorevole all'assorbimento delle vibrazioni eterie a lungo periodo. Tale è precisamente il risultato che Tyndall ha ottenuto: sotto la pressione ordinaria l'assorbimento del cloro essendo misurato da 39, quello dell'acido cloridrico era di 53; e l'assorbimento del vapore di bromo sotto la pressione di cinque centimetri, essendo misurato da 11 quello dell'acido bromidrico sotto la stessa pressione era

di 30. La tavola seguente riunisce e ravvicina l'assorbimento dei diversi gas osservati sotto la pressione atmosferica.

Aria	1
Ossigene	1
Azoto	1
Idrogene	1
Cloro	39
Acido cloridrico	53
Ossido di carbone	90
Acido carbonico	90
Protossido d' azoto	355
Acido solfidrico	390
Gas delle maree	403
Acido solforoso	710
Gas olefiante	970
Gas ammoniaco	1193.

Sotto una pressione più debole questa gran differenza tra i gas semplici e composti è anche maggiore. Le esperienze precedenti portano l'Autore a riguardare l'assorbimento nell'aria, e degli altri gas pochissimo assorbenti come sensibilmente proporzionale alla pressione ed a stimare per conseguenza quello che diverrebbe quest'assorbimento sotto la pressione di $\frac{1}{30}$ di atmosfera. D'altra parte l'assorbimento degli altri gas sotto questa pressione può misurarsi direttamente con certezza, e dalla combinazione di queste due categorie di risultati deduce la tavola seguente:

Aria	1
Ossigene	1
Azoto	1
Idrogene	1
Cloro	60
Vapore di bromo	160
Ossido di carbone	750
Acido bromidrico	1005
Biossido d' azoto	1590
Protossido d' azoto	1860
Acido solfidrico	2100

Gas ammonico	7260
Gas olefiante	7950
Acido solforoso	8800.

Il biossido d'azoto avendo minor potere assorbente del protossido sembrerebbe che la condensazione del gas nell'atto della combinazione fosse favorevole all'assorbimento del calore oscuro.

Potere assorbente dei vapori. — Nei vapori incolori e trasparenti è risultato il potere assorbente superiore a quello dei gas. Per osservarlo con certezza introduceva Tyndall il liquido in un matraccio con rubinetto avendo per mezzo della macchina pneumatica levata l'aria, e quindi col mezzo del rubinetto faceva comunicare il matraccio col tubo delle esperienze a grado a grado avendo cura di evitare l'ebullizione ed ottenne i numeri seguenti:

	P R E S S I O N E		
	di 2 ^{mm} ,5	di 12 ^{mm} ,5	di 25 ^{mm} ,
Solfuro di carbonio .	15	47	62
Ioduro di metile . .	35	147	242
Benzina	65	182	267
Cloroformio	85	182	236
Spirito di legno . .	109	390	590
Ioduro d'etile . . .	158	200	390
Amilene	182	535	823
Etere solforico . . .	300	710	870
Alcool	325	622	„
Etere formico . . .	480	870	1075
Etere acetico . . .	590	980	1195
Etere propionico . .	596	970	„
Etere borico. . . .	620	„	„

Sorprende la grandezza di questi numeri. Si vede che l'etere acetico in vapore sotto la pressione di 25^{mm} produce lo stesso effetto dell'ammoniaca sotto la pressione atmosferica; e calcolando quanto diverrebbe sotto la pressione di $2^{\text{mm}},5$ il potere assorbente dell'aria si trova che quello dell'etere borico è sotto questa pressione 186000 volte più grande. Può anche notarsi che l'ordine in cui stan disposte le sostanze per questo potere assorbente non è lo stesso sotto le differenti pressioni, e ciò accade anche per i gas perchè sotto la pressione di 25^{mm} l'acido carbonico produce un effetto doppio di quello dell'ossido di carbone mentre sotto la pressione ordinaria non produce che un effetto eguale o anche inferiore.

Riscaldamento dinamico dei gas. — Con questo nome viene indicato il riscaldamento prodotto nella compressione. Ha osservato l'Autore che introducendo dell'aria secca nel vapore si aveva compressione e riscaldamento, come si aveva sempre raffreddamento nella rarefazione del vapore, e gli effetti erano più grandi a misura che i poteri assorbenti de' vapori erano più elevati. Il vapor d'etere borico ha dato resultamenti straordinari, giacchè sotto la pressione di $2^{\text{mm}},5$ ha prodotto una deviazione di 56° nell'atto dell'ingresso dell'aria secca ed una deviazione di 28° quando si è fatto il vuoto; ed ha manifestati effetti simili allorchè si è ridotta la quantità di vapore esistente nel tubo ad una quantità minimissima, con fare tre volte il vuoto, e con lasciarvi ciascuna volta rientrare l'aria secca. Mentre l'aria secca senza l'introduzione precedente di alcun vapore, ha mostrato una deviazione da 6 a 7° nelle medesime circostanze, e l'idrogene e l'ossigene han dato il medesimo effetto, e gli altri gas un effetto più grande che si è portato fino a 63° per il gas olefiante. Resulta che il calore comunicato all'aria colla compressione non si dissipa che lentamente per il raggiamiento, lo che ribatte l'obiezione dal Callis opposta alle vedute teoriche di Laplace sulla celerità del suono.

Esperienze su' poteri assorbenti de' profumi. — Ognun sa a quale eccessiva tenuità sien ridotte le emanazioni che danno odore, e con tuttociò facendo passare sovra materie odorose l'aria, Tyndall ha ottenuto da quella, assorbimenti singolarmente superiori a quelli dell'aria pura. Preso quest'ultimo per

unità ha dedotto per gli assorbimenti de' diversi profumi, i numeri seguenti:

Pascioli.	30
Legno di Santal	32
Geranio.	33
Essenza di garofani	33,5
Essenza di rose	34,5
Bergamotta	44
Essenza di fior d'arancio.	47
Essenza di lavanda.	60
Essenza di cedro	65
Muschio	73
Rosmarino.	74
Essenza d'alloro.	80
Essenza di cassia	109
Anaci	372

Esperienze sull'ozono. — Alcune precedenti esperienze avevano condotto Tyndall a ritenere nell' ozono un considerevole potere assorbente; e riprese quelle con l'introdurlo nel tubo a pareti tutte di cristallo decomponendo l'acqua con elettrodi di sei centimetri quadrati in superficie entro ad un vaso circondato da mescolanza refrigerante per evitare che lo svolgimento del calorico dissipasse l'ozono, egli è giunto ad ottenere dell'ossigene che esercitava un assorbimento 136 volte più forte di quello dell'ossigene ordinario.



**SULL' ASSORBIMENTO DEL CALORICO PRODOTTO DA STRATI D'ARIA
DI DIVERSA GROSSEZZA; PER IL SIG. MAGNUS.**

(Estratto).

È noto che se facciamo passare un fascio di calorico (eterogeneo) a traverso un mezzo diatermano, il maggiore assorbimento si fa ne' primi strati, e divien questo quasi insensibile quando il calorico ha attraversato una sufficiente grossezza della sostanza. Ora il Magnus ha studiato questo fenomeno nell'aria atmosferica (*Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften Berlin 1862*) asciutta, e umida. A tale oggetto ha usato un tubo orizzontale, nel quale poteva a volontà fare il vuoto, chiuso all'una estremità con una lastra di sal gemma grossa 12^{mm}, e contenente nel suo interno la pila termo-elettrica. L'estremità chiusa dal sal gemma stava rivolta alla sorgente calorifica, e venivano confrontate le deviazioni galvanometriche a tubo vuoto e pieno d'aria. Se le due deviazioni erano eguali, se ne dovea concludere che lo strato d'aria che separava la lastra di sal gemma dalla sorgente calorifica aveva assorbita tutta la porzione dell'irraggiamento che l'aria poteva assorbire, e con tentativi facili ad immaginarsi si poteva determinare la grossezza al di là della quale ogni assorbimento diveniva insensibile. Magnus ha in tal modo trovato che l'irraggiamento del nero fumo a 100° non era assorbito dall'aria in modo sensibile, quando aveva traversato uno strato d'aria grosso 30 centimetri. Egli considera come precauzione indispensabile a tal genere d'esperienze il collocare la pila nell'interno del tubo che è alternativamente vuoto e pieno d'aria, perchè se si trovasse fuori del tubo lo strato d'aria, che ne lo separerebbe, darebbe luogo a nuovo assorbimento, e non permetterebbe di osservare l'effetto prodotto da uno stato di minore grossez-

za. Bisogna pure aver riguardo al raffreddamento che accompagna la rarefazione dell'aria prodotta dalla macchina pneumatica, e aspettare che la sua influenza sia tolta prima di cominciare alcuna esperienza. « Fino ad ora, dice l'Autore, nelle ricerche sulla trasmissione attraverso ai gas del calorico raggianti non è stato tenuto conto dell'influenza degli strati d'aria di differenti grossezze, e secondo che la sorgente calorifica (o la pila) è più o meno lontana dal tubo destinato all'assorbimento il rapporto tra il potere assorbente del tubo vuoto, e quello del tubo pieno d'aria può avere valori differentissimi. Questo rapporto non può essere determinato esattamente che quando non esiste alcuno stato d'aria che separa sia la sorgente del calorico, sia la pila termo-elettrica del tubo d'assorbimento. Questa condizione era sodisfatta nelle ricerche che ho inserite nel tomo CXII. degli *Annales de Poggendorff* e che sono state eseguite con un apparecchio verticale nel quale la superficie del vetro scaldato a 100° si trovava in contatto immediato con lo spazio successivamente vuoto e pieno d'aria. Il sig. Tyndall ha posto in dubbio l'esattezza de' risultati dati da quell'apparecchio perchè secondo lui l'aria in contatto con la sorgente del calorico la raffreddava. Egli attribuisce senza dubbio il raffreddamento alla conducibilità propria del gas, perchè la posizione verticale dell'apparecchio non permetteva che si stabilissero correnti d'aria. Ma, come ho dimostrato, la conducibilità calorifica di tutti i gas, eccetto l'idrogeno è sì debole essendo la propagazione del calorico più contrariata dal potere assorbente di questi corpi, e non essendo favorita dal poter conduttore. Il calorico si propaga così più facilmente attraverso il vuoto, che attraverso un gas qualunque, ad eccezione dell'idrogeno. Per questa ragione la temperatura della superficie vitrea raggianti non può esser sensibilmente abbassata dall'introduzione di un gas in un apparecchio verticale, ammenochè questo gas non sia mescolato all'idrogeno ».

Secondo Magnus l'aria umida non differirebbe in modo apprezzabile per il potere assorbente dall'aria secca, e pensa che le seguenti esperienze la provino. Un tubo, lungo

un metro, è stato chiuso alle sue estremità con lastre di cristallo disposte in modo da potersi levare facilmente senza cangiare lo stato del tubo qualunque esso sia: da un lato è stata posta la sorgente calorifica, e dall'altro la pila termoelettrica: con una tromba ad aria si è fatta passare per lungo tempo dell'aria asciutta attraverso al tubo: poi sono state tolte rapidamente le lastre di vetro e si è misurato l'effetto prodotto sulla pila dal suo riflettore conico. È stata ricominciata l'esperienza sostituendo alla corrente dell'aria secca quella dell'aria futura di vapor d'acqua per suo passaggio su alcuni frammenti di vetro bagnati. L'effetto osservato nella prima esperienza essendo rappresentato da 100, quello della seconda è stato 99,1. L'aria umida dunque assorbe realmente un pò più di calorico di quella secca, ma la differenza è debolissima, e non può essere apprezzata che con apparati molto delicati. Contuttociò dovrà stimarsi il potere assorbente del vapore d'acqua quadruplo o quintuplo di quello dell'aria, se si stima che l'assorbimento vari proporzionalmente alla pressione. Esperienze eseguite con un tubo costantemente chiuso da lastre di sal gemma han dato risultati simili a quelli di Tyndall, ma variabilissimi da un'esperienza all'altra. L'aria umida sotto una grossezza di un metro, è sembrato che arrestasse da' 24 a 40 per 100 del calorico trasmesso sotto la stessa grossezza di aria secca. In tutti i casi la superficie interna delle lastre di sal gemma si è mostrata coperta di acqua condensata.

Queste riflessioni ed esperienze del Magnus fan senza dubbio desiderare una conferma dei risultati ottenuti dal Tyndall, ed invitano i fisici ad occuparsi del soggetto dell'assorbimento del calorico prodotto dai gas, il quale dovrà esser ben definito, se vorrà studiarsi l'assorbimento che ha luogo negli altri corpi. Così belle grandiose, e dirò anche sorprendenti sono le conclusioni alle quali siamo tratti dalle esperienze del Tyndall, che la spiegazione delle grandi differenze di potere assorbente tra i diversi vapori e gas composti impegnerà gli scienziati in nuovi studi capaci di dar luogo a sviluppi di interessanti principii scientifici, o di togliere anomalie che a prima vista sorprendono. Non può

nelle diverse esperienze che si volessero intraprendere sul calorico raggiante procedersi con piè sicuro se non si saprà determinare l'effetto che vi avrà prodotto il mezzo gassoso che esso ha dovuto attraversare. E quand'anche fosse un tale effetto piccolo per rapporto all'aria pura, se le altre sostanze aeriformi ad esso frammiste, anche in piccola dose, lo potranno notabilmente accrescere, converrà assicurarsi o della purezza del mezzo che il calorico raggiante ha attraversato o determinarne i componenti per tenerne in calcolo gli effetti.



APPUNTI RELATIVI ALL'ERUZIONE DELL'ETNA 1863;
DI G. M. ARCONATI.

6 *Luglio*. Rombi e fumo. Tutti i fenomeni ebbero luogo dal cratere principale.

7. *Luglio*. Rombi, fumo e pioggia di arena in Catania dalle 3 alle 5 pomeridiane. (Ne cadde un centimetro all'incirca).

Fino al 24 *Luglio* l'Etna restò calmo, solo si vide qualche sfumacchiata.

24 *Luglio*. Detonazioni fortissime, fumo e getti infuocati, visibili per oltre un'ora. Questi fenomeni non furono accompagnati da alcuna scossa di terremoto.

I massi infuocati, le scorie ed i lapilli non scesero però fino a Nicolosi, di modo che il danno si ridusse alla quasi distruzione della *casa degli Inglesi*.

Queste osservazioni mi furono comunicate dal Prof. Silvestri al mio arrivo in Catania il giorno 31 di *Luglio*.

Il primo *Agosto* un pennacchio di fumo coronava la cima dell'Etna, ma questo fenomeno essendo isolato, io partii l'indomani verso il tocco col Silvestri e il mio cugino per Nicolosi. Il cielo era sereno, l'Etna scoperto. (28 centigradi all'ombra nei posti più ventilati).

Si giunse a Nicolosi alle 4 $\frac{1}{2}$ e si aspettarono i muli fino alle 8 $\frac{1}{2}$.

Osservai che a Nicolosi la medesima arena, ch'era caduta in Catania, ricuopriva il suolo collo spessore di circa 3 centimetri. Tutto prometteva una bella ascensione, il cielo continuava sereno e un po' di vento grecale abbassava la temperatura a 25° $\frac{5}{10}$ (all'ombra).

Il barometro aneroido segnava 70 $\frac{6}{10}$.

Finalmente verso le nove c'incaminammo, la luna illuminava la nostra via fatta difficile dalle scorie del 1669.

Mano mano che si saliva, il freddo aumentato dal vento diveniva molesto; ci riposammo mezz'ora a metà di strada e si dormì come potemmo in un letto di lava. Avvicinandoci alla base del cono cessarono le scorie e non si camminò più che nell'arena. Alle tre della mattina giunsi alla casa degli Inglesi intirizziti dal freddo; si accese un po' di fuoco nell'unica camera rimasta illesa e si ottennero così $9^{\circ} \frac{5}{10}$. Al di fuori il termometro centigrado segnava 7° .

Il barometro aneroide $53.7 \frac{1}{4}$.

Alle quattro partimmo a piedi per il cono; l'ascensione ne fu difficilissima, l'ultima arena eruttata il 24 Luglio rendeva il pendio più sdruciolevole.

A questo s'aggiungeva un vento gagliardissimo.

Giungiamo al cratere alle $5 \frac{1}{2}$.

Termometro centigrado 4° .

Barometro aneroide $51 \frac{7}{10}$.

Misurai col clinometro l'inclinazione media del versante sud-est pel quale eravamo saliti: essa era di 35° .

La temperatura dei lapilli a un centimetro di profondità era di 74° , di modo che mentre i piedi bruciavano si battevano i denti.

Frattanto s'alzò il sole e l'Etna progettò un immenso triangolo di ombra sulla *Piana di Catania*. Il panorama era stupendo. A sinistra la Calabria e lo stretto di Messina. Sotto di noi e a destra la baja di Catania e i Monti rossi, crateri dell'eruzione del 1669.

Il vento N. O. soffiava con tanta violenza che il Silvestri per tre volte fu gettato a terra: e disgraziatamente il tubo di Liebig ch'egli portava in mano si ruppe.

Frattanto la temperatura si alzò a 9° e si poterono cominciare le osservazioni.

Il cratere è depresso di cinque o sei metri circa dalla parte S. E. (e da lì scese la lava). Quindi la misura presa da Waltershausen di 3304 metri ora sarà diminuita.

Il fondo del cratere non dava segni d'agitazione e non si udivano neppure quelle detonazioni così frequenti al Vesuvio

ancorchè nello stato normale. Ma lungo le pareti interne del cratere si scorgevano lunghe spaccature dalle quali usciva molto fumo biancastro che il vento con molta violenza ci spingeva sul viso.

Altri fumajoli incoronavano il cratere, si vedevano più frequenti dal lato orientale e seguivano le due scarpe del corso dell'ultima lava.

Esaminammo particolarmente i fumajoli della parte est del cratere ed il Silvestri riconobbe uscirne

del gaz acido solforoso
 » solforico
 » idroclorico.

Sublimazioni di zolfo, sale ammoniaco e cloruro di ferro, coloravano in giallo, in bianco e in rossiccio, la lava e le scorie d'intorno al cratere.

Il Prof. Carlo Gemmellaro che ora sta facendo la relazione dell'ultima eruzione, fu indotto in errore dai racconti delle guide. Egli dice che nel fondo del cratere si formò un piccolo cono di sollevamento o di eiezione dal quale sarebbe uscita la lava e le scorie; e che la parte depressa del gran cratere andava a livello colla base del cono suddetto. Questo è inesatto. Il cratere presenta attualmente l'aspetto di un imbuto e nulla più: ed anche dalla parte depressa del cratere, 180 metri di fune non bastarono a scandagliarne la profondità. Da questo lato depresso uscì la corrente di lava il giorno 24 di Luglio, scorrendo dapprima sopra una inclinazione di 35°. Andò così regolarmente per la lunghezza di 1230 metri, con 85 metri di larghezza e cinque o sei metri di spessore. Si diresse dapprima dal N. O. al S. E. Dopo i 1230 metri, un piccolo ramo si diresse all'est ed il rimanente della massa di lava andò verso il sud e si fermò dopo un corso totale di 3700 metri circa. Essa però non giunse alla casa degli Inglesi come lo dice un corrispondente anonimo dell'*Italie*. La casa degli Inglesi fu incendiata dalle scorie e dai lapilli che caddero sopra di essa.

Lungo le scarpe della corrente di lava si trovano per un tratto di 1200 metri partendo dal cratere dei fumajoli di acido

solforoso, solforico ed idroclorico, come quelli osservati alla cima del cono, ma non si rinvenne alcuna traccia di idrogeno solforato. La temperatura più bassa di questi fumajoli era tra i 60° e 70° . I miei termometri non giungevano a misurare se non 107° , di modo che non potei valutare la temperatura maggiore. Il termometro (cent.) posto nelle scorie a un decimetro di profondità ed a cinque o sei metri distante dal cratere segnava 74° . La temperatura dunque dal vertice del cono alla sua base, decresceva rapidamente, giacchè al cratere stesso osservai la temperatura di 74° ad un centimetro soltanto di profondità.

La lava ha l'aspetto scoriaceo, e non doveva essere molto fluida al suo scorrere lungo il pendio del cono, giacchè, benchè l'inclinazione massima del pendio fosse di 35° , tuttavia l'inclinazione media della lava può valutarsi di 29° . Essa però si sarà raffreddata lentamente come lo mostrano le sublimazioni di ferro formatesi alla superficie. La massima larghezza della corrente di lava dall'estremità del braccio che si diresse all'est, all'estremità sud dev'essere circa di 180 metri: ed il suo massimo spessore, è senza dubbio superiore a quello misurato sul pendio di 35° , sia perchè nella massima larghezza l'inclinazione del cono è minore, sia perchè la lava giunta colà essendo più densa doveva accavallarsi.

Ai piedi del cono trovansi un centinaio circa (ne contammo fino a sessanta) di massi erratici di cui i diametri massimi variano da un metro a un metro quaranta, di cui la circonferenza è di 4 in 5 metri.

Questi massi di forme irregolari e scabrose, sono coperti di sublimazioni bianche che non potemmo determinare, e di sublimazioni rosse di cloruro di ferro. I massi sono di lava compatta, nera ed alcune volte rossiccia assai diversa dalla lava scoriacea e porosa eruttata il 24 Luglio.

Non è presumibile che cotali massi sieno stati lanciati in istato pastoso, poichè l'urto contro il terreno li avrebbe depressi, e questo non si osservò. Secondo ogni probabilità cotali massi formavano il fondo del cratere, e sono composti di lava della penultima eruzione. Questo fondo fu rotto dai gaz e quindi l'antica lava, sarà stata lanciata in massi fuori del cratere, alla

distanza di 4 o 5 chilometri. Quindi la lava in fusione sarà uscita tenendo la direzione che accennai più sopra.

La scarpa della corrente di lava ha circa 31° d'inclinazione e 10 metri di lunghezza. Ai piedi del cono osservasi un piccolo cratere dal quale non escono che vapori acquei, prodotti probabilmente da uno scolo sotterraneo di nevi che si svapora attraversando la lava tuttora calda. Tuttavia detto cratere al dir delle guide è anteriore alle ultime eruzioni.

Alle nove e mezzo tornammo alla casa degli Inglesi ove ci aspettava una piccola refezione. Avendovi lasciato inavvertitamente l'acqua distillata, non potei far uso dell'ipsometro se non ai piedi del cono. Non saprei quanto precisa riuscisse l'esperienza, ma il termometro, di detto ipsometro segnò $93^{\circ} \frac{5}{10}$.

Dopo aver fatta ampia provvista di saggi di lava, di scorie e di sublimazioni, ripartimmo alle undici per Nicolosi ove arrivammo alle 3 pomeridiane.



**SUL BONIFICAMENTO DELLE PALUDI; MEMORIA DEL PROF. COMM.
MAURIZIO BRIGHENTI.**

1. La cagione principale della *mal' aria* (salvo qualche rara eccezione), che genera le febbri endemiche delle paludi, è tutta riposta nella stagnazione delle acque poco profonde, e specialmente distese in veli sottili. Comunque sia prodotta questa stagnazione, o dalla mancanza dei condotti di scolo, o dalle disuguaglianze naturali del suolo abbandonato, o dalla giacitura troppo bassa rispetto al recipiente ove recapitarle; il fatto è che il suolo così bagnato, o anche solamente inumidito impaluda, e imputridisce, come la esperienza costante dimostra d'ogni paese.

2. Accrescono la potenza di nuocere ai terreni paludosi le acque contenenti sostanze minerali saline, come accade quando alle acque dolci si mescolano le salse del mare, o le polle minerali del suolo; e senza ciò quando il suolo sottoposto agli stagni sottili contiene elementi minerali salini solubili, o sostanze animali e vegetabili putrefatte, e quando anche la umidità permanente del terreno, in apparenza asciutto, mantiene la disposizione a sciogliersi e vaporare, degli indicati elementi minerali o delle putredini organiche, le quali abbondano in alcune marne, come le salmastraje, e i mattajoni notati dall'Illustre Prof. Paolo Savi, e in molte parti il suolo dell'Agro Romano, e del Volterrano in Toscana.

3. Perchè la stagnazione delle acque divenga più o meno nociva nelle suindicate condizioni, occorre un certo grado di calore, atto a promuovere l'evaporazione delle sostanze organiche, o minerali con esse naturalmente mescolate o chimicamente combinate; e questo grado di calore sembra

la condizione, *sine qua non* dello svilupparsi il miasma paludoso, la cui essenza è tuttavia un mistero.

Difatti nei terreni paludosi i più pestilenti si vive l'inverno senza pericolo, e le febbri non regnano ordinariamente che dal Giugno all'Ottobre; che se in qualche altro mese dell'anno per andamento straordinario delle stagioni, allora solo che alla umidità si congiunge un insolito calore. Si osserva ancora;

« Che nei paesi delle zone temperate, esposti ai venti meridionali, il miasma è più intenso e pestilenziale che in quelli esposti ai venti settentrionali, come a cagion d'esempio fra noi, lungo la costa meridionale del Mediterraneo, apetto della settentrionale Adriatica. Forse perchè in questa i venti affrici portano al mare, in quelle entro terra.

« Che nei paesi freddi, come nella Svezia, nella Norvegia, nell'Olanda ec. si vive tutto l'anno sulle gronde degli stagni, quanto sulle terre alte.

« Che in alcuni paesi aperti e ventilati, quantunque circondati da paduli, gli abitanti ne sono preservati, come ad Orbitello, a Livorno, a Comacchio, a Venezia ec., onde l'azione del vento libero sembra efficacissima a disperdere i miasmi, sebbene non basti in alcuni altri, ove le paludi siano salmastrose, come a Follonica, a Castiglione ec., esposti anch'essi ad ogni vento in riva al mare ».

4. Da queste considerazioni discende che la malsania delle paludi deriva da circostanze molto varie, e si compone di molti elementi, non bene determinati ancora, e che sarebbe follia il pensare, che riuscendo a liberare un padule da uno solo dei detti elementi si ottenesse di sanare il paese; mentre ciò non potrebbe accadere che quando l'elemento eliminato fosse il solo che la cagionasse. Per contrario l'eliminazione di uno, o anche più dei tanti elementi dai quali la malsania si produce potrebbe riuscire insufficiente a mitigarla, quando i rimanenti fossero per se bastevoli a generare il miasma che uccide, o troppo gravemente affligge la salute dell'uomo.

Quindi è che lo studio delle scienze deve rivolgersi ad eliminarli tutti, o quel maggior numero che basti a preser-

vare la sanità; e poichè la stagnazione delle acque poco profonde, e soprattutto diffuse in sottili falde è senza dubbio, come abbiamo notato, la cagione più generale della malsania dei terreni paludosi, conviene innanzi ad ogni altra cosa rivolgere l'attenzione a rendere possibile lo scolo pronto delle acque siano delle piogge, o di naturali sorgenti, che mantengono il suolo bagnato, o sempre umido, e ciò s'appartiene direttamente alla scienza e alla pratica della condotta delle acque.

5. La Toscana, che dopo i secoli bui fu la culla del risorgimento di ogni maniera di arti, e di sapere in Europa, precedette alle altre nazioni anche nelle migliori pratiche pel risanamento delle terre palustri, cagione in ogni tempo di pubbliche cure per le umane infermità che ne derivano, e per lo squallore che le domina.

L'Alighieri e il Boccaccio deploravano gli Spedali delle Chiane, di Sardegna i mali, e le pestifere maremme lungo il lido del mare Etrusco, ove una volta sorgevano città popolate e famose per antichissima civiltà.

Di presente si veggono trasformate in ridenti fertilissime e salubri le terre delle Chiane, e sanate lungo il litorale la maremma Lucchese, e la Pisana; e le pianure di Cecina e Vada selvose ed inospite, trent'anni sono, convertite in belle campagne con case e abitatori crescenti, nè più condannati a migrare per l'aria letale dei mesi estivi.

6. È un lagrimevole fatto, che dalla Spezia a Gaeta (tralasciando di parlare di molte altre parti d'Italia, e delle sue isole) la spiaggia sottile marina siasi poco a poco rialzata per le terre trasportatevi dalle acque delle circostanti montagne e forse anche, in grado minore, per la *torba* che si crea e rigonfia nei luoghi paludosi abbandonati, o per qualche sollevamento terrestre parziale, e sia ingrossata senza regola e modo tanto da invadere la gronda del mare, e convertirla in paludi e macchie sempre più esiziali, fino ai dì nostri inospite, o con rari e malsani abitatori.

Il fatto è lagrimevole ma troppo vero, e le paludi Mirtunesi, le Pontine, le Talamonesi, di Grosseto, di Scarlino, di Follonica, sono anche oggi sopra le altre per la mal'aria vitande, e di mala voce.

Nè si può dire, che quando cessarono le abborrite feudalità, i Governi che vi succedettero abbiano mancato di desiderio e di sollecitudini per sanarle. In questa Toscana i Granduchi vi diedero opera più o meno continua; ma solo negli ultimi ottant'anni si fece manifesto, e progressivo il bene, che oltre l'invertita opera della natura, dalle meditazioni de' sapienti e dalla esperienza maestra doveva scaturire e scaturì.

7. Vittorio Fossombroni chiamato dal 1.^o Leopoldo a proporre il da farsi pel bonificamento delle Chiane, col profondo sapere, e col tatto pratico che aveva delle cose d'arte e di Stato, fece capitale della sentenza pronunciata due secoli prima dal Torricelli « *non potersi le Chiane redimere che rialzandone il suolo* » e suggerì di metterla in atto coll'opera dei torrenti tributari che vi versavano le loro piene, soprattutto dei maggiori l'Esse, la Foenna, e il Salarco dalla gronda meridionale alla settentrionale, portando una fetta di terra più grossa all'origine verso Chiusi, e mano mano più sottile discendendo verso la Chiusa dei Monaci, il cui salto doveva gradatamente abbassarsi secondo il progredire della colmazione.

Questo magistrale concetto, dottamente e diffusamente esposto nelle sue memorie sulla Val-di-Chiana, fu attuato sul principio da lui medesimo, e in seguito da'suoi successori; fra' quali merita particolare menzione il Sig. Commendatore Alessandro Manetti, che prima eseguì per nove anni i lavori in qualità d'Ingegnere, poi n'ebbe dal 1838 la direzione generale fino al 1859. Fu tale il successo conseguito sin qui da potersi dire quasi perfettamente sanata quella famosa e vastissima palude (lunga miglia 25, larga 3), la quale « *per vendemmia festante, ed oliveti* » è già divenuta il granajo della Toscana, e popolata quant'altra mai.

8. Leopoldo II. bramosamente inteso a vantaggiare ogni parte della Toscana, oltre avere seguitate le opere intraprese dal Padre e dall'Avo nelle Chiane, e altrove, rivolse con grande animo le sue cure alle Maremme del Littorale, e specialmente alla Grossetana di 34 miglia quadrate di estensione, ricorrendo ai consigli dello stesso insigne Idraulico

Fossombroni. Questi esultante del grande risultamento ottenuto colle colmate nelle Chiane per tanti secoli pestilenti, suggerì di valersi delle torbide straordinariamente copiose dell'Ombrone per sanare anche la Maremma di Grosseto mediante due o tre diversivi, senza trascurare le tanto minori della Bruna e della Sovata che già le versavano a foce aperta nella parte settentrionale. Fortificò il suo suggerimento colle dotte e splendide dimostrazioni e coi particolari, che si leggono nel suo discorso pubblicato dal Tartini nel 1838, e lo persuase al benefico Principe sì fortemente, che senza esitazione si accinse alla grande opera, affidandone la direzione allo stesso abilissimo sig. Manetti, il quale dal 1829 al 1859 lo mandò ad effetto colle cure indefesse, e colla cognizione che lo resero tanto onorato da tutti gl'intendenti.

In questi 30 anni ottenne coi due diversivi, il primo delle Bucacce aperto superiormente a Grosseto, il secondo inferiormente a quella città di colmare 24 miglia quadrate del detto padule che comprendono una grandissima parte del lago di Castiglione, i cui bassi fondi sono i più remoti dalla imboccatura dei due diversivi, e che teneva colle acque stagnanti infestata, per dirlo col Fossombroni, quasi cadavere putrescente, la mediana e infima parte dello stesso padule.

Non ha l'Italia, nè forse l'Europa più grandiosa colmata di questa di Grosseto, e fu uno stupore a chi l'ebbe recentemente osservata tanto innanzi, e in tempo sì breve, con immancabile e non lontano risultamento di vederla trasformata in una popolata, e fertilissima contrada, da non invidiare alle più ricche e lodate.

9. Nondimeno sembrerebbe da non credere, che coi risultamenti delle Chiane sott'occhi, e con tanto evidente e grande risultamento della colmazione Grossetana, potesse nascere il dubbio, che quel modo non fosse l'unico possibile e conveniente, e che guardando a certi fatti speciali si sia da tre anni in quà pensato a sospenderne, o diminuirne gli effetti, sostituendovi (a gravissimo costo) quasi principale ed eroico rimedio la precauzione, in se utilissima, di separare mediante cateratte a bilico le acque dolci dalle marine, che specialmente a mar-grosso s'introducono nelle

più basse parti del padule. Ma quelle cateratte, mentre impediscono la miscela delle acque salse colle dolci, lasciano intero il padule, e non potrebbero sanarlo dopo mille secoli, sussistendovi la causa primaria delle infezioni, e la impossibilità di coltivarlo, per la stagnazione delle acque (1).

10. Il fatto speciale a cui si guardò è stato che Bernardino Zendrini ebbe le mille benedizioni dai Lucchesi, quando nel passato secolo suggerì di separare le acque dolci dalle marine colla cateratta alla Burlamacca, perchè videro prontamente diminuirsi le febbri endemiche intermittenti, che travagliavano nelle stagioni estive, specialmente calde e piovose, la popolazione campestre, e crescere rapidamente il paese di Viareggio per lo innanzi scarsissimo di abitatori a cagion dell'aria insalubre.

Le burrasche, e le maree invadevano prima i piani bassi aderenti al lido di superficie disuguale, e con qualche stagno d'acqua dolce sottile, e nel ritirarsi lasciavano quà e là inzuppate le terre di un velo d'acqua marina, e nei laghetti rimaneva la salsa mescolata alla dolce. Periva quindi su quei piani (nel resto per natura sani) la vegetazione delle erbe domestiche, e per gli aderenti raggi del sole in quel clima meridionale da esse terre e specialmente dagli stagni si ge-

(1) Quando cessò la vecchia Direzione delle Acque e delle Strade, e vi fu nel 1859 sostituita la nuova, il Governo Toscano vi unì una Commissione a capo della quale fu posto il distinto Idraulico Comm. Gaetano Giorgini. Da quella Commissione fu stabilito, che si curasse con ogni diligenza la separazione delle acque dolci dalle salate del mare, senza però sospendere o diminuire la colmazione. Su di che pienamente convenne il Chiarissimo Presidente succeduto in quella Direzione. E ciò volentieri noto, dolente però che nella esecuzione siasi poi in realtà fatto prevalere alla massima stabilità di non sospendere o diminuire le colmazioni di Grosseto, quella di servire all'impedimento della miscela suddetta, proclamata come eroico rimedio: giacchè fu di fatto sospesa per lungo tempo l'azione dei due diversivi, ed oltreciò chiuso di poi l'inferiore Emissario, di S. Leopoldo, con grave danno, e richiamo del popolo malcontento.

Nè di ciò potrebbe trovarsi altra cagione in un animo nobilissimo, che l'amor dei sistemi tanto fatale in ogni tempo ai progressi del sapere. E noi, non abbiamo veduto la Medicina dianzi briaca per gli stimoli di Brown, poi esangue per le contrarie dottrine? e con quanto maggior danno della sospesa, o impedita colmazione di Grosseto!

nerava una vaporazione conosciuta *ab antico* nociva alla salute umana.

Impedita colla cateratta principale, e colle minori poste in seguito a tutti gl'ingrassi dell'acqua marina, e con ogni maniera d'ostacoli la mescolanza delle due acque, cagione accidentale della malaria, si ottenne una grande diminuzione delle solite endemie, le quali disparvero, si può dire affatto, quando gli agricoltori più sicuri poterono livellare e scolare le loro terre, e specialmente dopo l'atterramento dei boschi dai quali erano ingombrate in varie parti.

E lo Zendrini consigliava e propugnava, oltre la separazione delle acque dolci dalle salse, questo diboscamento con argomenti invincibili, convalidati dalla grave autorità del Poleni, e superando le calde e ostinate difficoltà che gli si mossero contro, dichiarava in modo risoluto la loro utilità immancabile, e non potersene temere alcun pericolo.

Furono difatti atterrate, e diradate le macchie che ingombravano quei piani; ed or si veggono livellati e ventilati, che prima coll'impedimento degli alberi al libero corso dell'aria, e colle disuguaglianze del terreno che vi si generano al piede, e colle ombre, mantenevano più lungamente l'evaporazione delle foglie e degli insetti putrefatti del sottoposto suolo acquitrinoso, ed erano un fomite principale delle ricorrenti infermità annuali.

11. Non credo che possa esser dubbio alcuno. Nelle terre pianeggianti l'ingombro delle macchie (utilissime, e talvolta necessarie nei monti) è una delle cagioni più efficaci a generare la malaria, onde vediamo nell'insalubre agro Romano ivi essere più micidiali le febbri, ove lussureggiano i boschi, come avvertiva il Brocchi. E s'intende subito dalle indicate cagioni: perchè gli alberi a bosco permanente alzano colle radici il terreno intorno a se, e fanno tanti tumuli che tolgono la possibilità alle piogge di scolare; esse stagnano quindi in veli sottili, e si corrompono lentamente nelle regioni meridionali per lo dominio dei venti caldi, vaporando esseri organici putrefatti, sia dalle foglie che cadono al loro piede sia dagli insetti che vi si annidano, e accartocciano.

Considerando inoltre che ove sono acque sottili sta-

gnanti di qualunque natura siano, ivi domina sempre più o meno la malsania come avvertirono gli antichissimi filosofi, e concordemente tutti i successori fino a noi, sarebbe contraddire alla osservazione, e alla continua esperienza di tutti i tempi il credere indifferenti, non che giovevoli le macchie nelle terre pianeggianti a mantenere la salute, particolarmente dei climi caldi come il Toscano-dalla Spezia a Gaeta.

Non ho istituito sull'impedimento che fanno al corso libero dei venti d'ogni rombo, sebbene ognuno sappia che la ventilazione giova a disinfettare i drappi infetti dei lazzeretti, e le cliniche degli Spedali, nè sui coni nebbiosi che sorgono di buon mattino dalle macchie, più alti e perseveranti delle aperte campagne che le circondano. Queste secondarie cagioni d'infermità derivano soprattutto dalla stagnazione delle acque, e però accrescono il convincimento della necessità di estirpare i boschi nelle pianure per risanarle, procacciando il corso libero ai venti da ogni lato.

12. È stato osservato che le acque in moto si mantengono di temperatura più bassa delle stagnanti in veli sottili, probabilmente per la mutazione dei punti di contatto, e forse nel muoversi impediscono o mitigano le composizioni e decomposizioni chimiche dalle quali derivano gli effluvi generativi del miasma paludoso.

Il certo è che vi bisogna un tale grado di calore a produrli, e che si vedono costantemente svilupparsi sotto la sferza del sole cocente le malattie maremmane più o meno letali, come notammo di sopra.

Sembrerebbe quindi un'assai utile e però degna ricerca il fermare colle osservazioni termometriche il grado di calore, dal quale ha cominciamento il pericolo delle morbose esalazioni sia dei terreni apparentemente asciutti, come nell'agro Romano, sia de'paludosi di ogni paese; e quanto cresca al crescere di ogni grado di calore la copia dei malefici effluvi, ed ogni loro fase.

Le dotte discussioni e le mediazioni di filosofi sapientissimi hanno dato lume a questa oscura e disputabile materia; e nondimeno convengono tutti concordemente, celarsi nel mistero l'essere de'miasmi. Quanto alle cagioni non

potersi dubitare che dipendono dal grado di calore delle terre bagnate, o umide, soprattutto se sono mescolate alle acque sostanze saline solubili, cadaveri animali, o vegetabili e in modo particolare di alghe marine, come osservava lo stesso Professore Savi, notando specialmente, con altri fisici, che le morbose esalazioni di cui si tratta sono ordinariamente accompagnate dallo sviluppo del gas idrogeno solforato.

13. Senonchè è ancor troppo poco a trovar modo di preservarsene, e questa parte della fisica abbisogna di altre ed altre investigazioni, e osservazioni. Ciò peraltro che la esperienza ha posto fuor di contrasto, il ripetiamo volentieri, è che ove le piogge e le sorgenti abbiano pronto lo scolo, ivi generalmente parlando l'aria è sana. E quanto a me credo fermamente che l'Agro Romano (e ogni altro simile) sul quale in amplissime estensioni non si veggono acque stagnanti, se fosse appianato, livellato, ove occorre diboscato, e munito di regolari condotti di scolo parziale e generale, non sarebbe tanto micidiale come si deplora, e diverrebbe a poco a poco coltivabile e popolato. Vediamo ivi quel suolo vulcanico tutto tumultuoso, ondeggiato e generalmente arido, senza tracce di scolo generale e particolare; il che fa credere non essere mai stato che parzialmente coltivato, come oggi si pratica a rotazioni lunghe di cereali quà e là, ove lo strato coltivabile è più profondo nelle parti più depresse; essendo sottilissimo nell'elevate ed atto solo al prato, o al pascolo stabile.

Le piogge che vi cadon sopra in copia si radunano nel fondo delle bassure, lasciando in asciutto le più alte parti, in queste bassure si mantiene lungamente l'umidità; anche nella stagione estiva, germogliandovi più fitte le graminacee, e tutte le pratensi, le frutticose e i rovi ec. ec. ivi per l'abbandono, oltre la natura del terreno in molti siti misto a sostanze minerali, si annidano e marciscono insetti, e vegetabili, e il solleone li fa putrefare, e vaporare abbondantemente sì, che l'aria ne rimane appestata. Certamente la copia dei vapori è tanta che nelle prime e nelle ultime ore del giorno si vede la campagna romana sepolta nella

state in un mare di nebbia da chi la guardi dai colli alti, com'è avvenuto a me più volte.

Onde mi pare che ove quelle terre fossero livellate, appianate e munite di condotti in scolo, e forse anche di fognature (che oggi dicono con vocabolo strano *drenaggio*) diminuirebbero le funzioni dell'aria, e potrebbero grado grado coltivarsi rimestandone spesso coll'aratro la superficie e per l'altezza del solco il fondo, che le piogge annue abbondanti laverebbero, e purgherebbero fino a renderle del tutto sane.

Ricordo che il Brocchi riferiva essere l'America prima della scoperta incolta, selvosa, generalmente malsana, colla popolazione scarsa, infermiccia, e con deboli animali. Cominciate dopo la scoperta la distruzione delle foreste, e le coltivazioni colla regolare condotta delle acque essere poco a poco risorta, ed oggi toccare il colmo di prosperità materiale e di popolo sano e robusto, e di civiltà da non invidiare alle più lodate parti d'Europa.

14. Il Fossombroni considerando che a Roma si vive sanamente in ogni stagione nei quarti più frequentati, e si ammala d'estate ne' luoghi dalla parte centrale remoti, attribuiva principalmente alla popolazione maggiore o minore il tanto diverso grado di salute che vi si gode. Nè al fatto si può contraddire: ma la maggiore popolazione del cuor di Roma, sebbene contribuisca probabilmente alla maggiore salubrità, mi sembrerebbe sul principio un effetto piuttostochè una cagione.

Nel centro i palazzi altissimi, le strade nette e bene selciate, le acque pure e immonde condotte prontamente sotterra, impediscono del certo l'esalazioni del suolo malsano; e i venti di fuori, se infetti, da qual parte vengano, corrono lungo le vie incanalati fra le alte mura dei fabbricati che le fiancheggiano, onde la malsania propria e delle campagne circostanti portano lontana ne' luoghi mal difesi, che sono appunto i più remoti della città, con fabbriche più rare, e ville frequenti, e campi aprichi, e colli, e boschaglie. Insegnò la esperienza ai Romani di tenersi raccolti nella meglio riparata parte della città. E credo bene anch'io

che il loro continuo movimento, i fuochi, l'andare e venire dei carri e delle carrozze concorrano a mantenervi meno disuguale la temperatura fra le prime e le ultime ore del giorno e le mezzane, e forse a migliorare l'aria; non meno che l'abbondanza dell'eccellente acqua potabile concorra a mantenervi la longevità.

Ma le ville isolate intorno alla città, e le case nella campagna si abbandonano nella state, ancorchè fornite in copia di ottima acqua potabile; e nei piccoli e rari paesi sparsi qua e là gli abitanti si tengon riuniti e riparati per guardarsi quanto è possibile dalla mal'aria; si osserva qualche coltivazione permanente delle terre livellate e scolate intorno a quei paesi; ma tuffati in un ambiente d'infezione generale non possono preservarsi abbastanza, pure riescono in parte a salvarsi. Il che a me pare possa venire in aiuto, e confermare, lo scolo e la cultura del suolo essere il più potente rimedio contro la malsania; e quando fosse universalmente praticato nell'agro Romano riuscirebbe a mitigarla sul principio, e finirebbe col fugarla interamente.

15. Ho parlato dell'agro Romano più lontano dal mare, e suscettibile di scolo. Le paludi Pontine, a cagion d'esempio, hanno tali difficoltà che solo l'andare dei secoli potrà vincere.

Sono più di 70 anni che il grande animo di Pio VI, dopo di avere speso un milione e seicentomila scudi del pubblico erario per liberare la via Appia e l'Agro Pontino dalle acque e dall'infermità, decretava di affidarne la cura agli interessati enfiteuti, parendogli conseguito l'intento principale. Ciò formava di poi il Governo Francese succedutogli, decretando sui terreni della bonificazione eseguita la tassa di uno scudo per rubbio, il 12 vendemmiale dell'anno settimo. Ma nè l'una nè l'altra disposizione ebbe effetto per l'opposizione degli interessati, quantunque le successive amministrazioni dei lavori pubblici abbiano sempre insistito fino agli ultimi anni affine di mandarla in atto. Ciò perchè quella bonificazione è ben lungi dall'essere compiuta, sebbene colle opere eseguite eransi conseguiti fino dal 1810 sessanta chilometri quadrati di seminativi, stabilmente conquistati sulle

acque, e ottanta di buoni pascoli oltre i vallivi: ma vi dura la malaria.

Ho voluto toccare questa parte di storia di quel famoso bonificazione, che diede occasione alla dotta opera del Prouy *des marais pontins* per mettere in aperto che gli sforzi dei Governi, degli scienziati, e dei pratici non ottengono prontamente lo scopo, quando le condizioni naturali son ritrose ostinatamente alla umana volontà.

16. Principale ostacolo alla perfetta sanazione delle pontine è la mancanza delle torbide, colle quali rialzare il suolo basso e acquitrinoso posto a livello dell'ordinario pelo del mare che le costeggia. Dalla grande sistemazione di Pio VI, e dalla cura costante de' successori si sono ottenuti grandissimi profitti, ma a beneficio dei possessori del suolo, ai quali toccherà, per giustizia la spesa del mantenimento, finora sostenuta dallo Stato. Ma la salubrità non vi è abbastanza avvantaggiata. E quand' anche si corregga l'error capitale di aver sottoposta la *linea* (recipiente generale degli scoli) ai rigurgiti dei due fiumi inferiori l'Uffente e l'Amaseno, e si risolva la deviazione delle acque di Sermoneta e del Teppia dal circondario interno, mentre sarà allora conseguita la maggior possibile facilità di scolo di quelle terre, la malaria non ne verrà sensibilmente mitigata.

Vedesi nella pianta altimetrica, commessa agli allievi della scuola degli Ingegneri di Roma, e diretta da quel solenne Maestro che fu Giuseppe Venturoli, come apparisca a colpo d'occhio l'impedimento allo scolo delle parti inferiori per rigurgiti dell'Uffente e dell'Amaseno che a pelo ordinario arrivano alla milliaria 53, e in tempo di piene al foro Appio, 20 miglia lontano lungo il canale della *linea*. Il che confermerà quanto importi alla idraulica la esatta, e minuta cognizione dei fatti, e l'obbligo singolare che si deve a quell'insigne per aver potuto ordinare e dirigere quella rete di punti livellari sul pelo basso del mare, che mostrano alla prima occhiata la prevalenza d'ogni punto della superficie del suolo, sulla superficie infima del mare, e il modo di provvedervi, quanto è possibile, portando l'ultimo tronco del canal della *linea* unito al canal della *Botte* a sboccare nella foce in

mare del *portatore di Badino*. Nè ci maraviglieremo, che ai sommi idraulici che v'interloquirono, al Prony penultimo, neppure al Venturoli ultimo (mancato a' vivi prima che quel prezioso tipo altimetrico fosse compito) sfuggisse di rilevare quell'errore che dovetti avvertire io, e suggerirne il rimedio, considerando che in quella vastissima pianura di 303 chilometri quadrati, con tante acque di sorgenti, di fiumi, di fosse di corso lento o stagnanti, non bastasse l'osservazione sul luogo, ma occorresse il sottoporre agli occhi raccolto ogni particolare per abbracciarne colla mente le vere condizioni, e giudicarne con intera cognizione.

17. Ho qui sopra ripetuto, che non basterà il regolamento degli scoli per cacciare la malsania, e rendere possibile la cultura permanente delle terre. Fra il mare e il fiume Sisto, che determina il circondario interno a mezzodì, vi sono amplissime pianure colle macchie di Cisterna e Terracina, con larghi stagni, e terreni incolti e non livellati e scolati, dalle quali emanano in copia malefici effluvi, che i venti meridionali dominanti vi trasportano, e divengono letali nella stagione estiva. Il livellare, diboscare, scolare, e colmare quanto si potrà quella vastissima estensione, e le parti più depresse dello stesso circondario interno colle scarsissime torbide dei tributari che vi si versano, è opera necessariamente lentissima da misurarsi più colle centinaja, che colle decine degli anni. Ivi sarà utile d'impedire la miscela delle acque dolci colle salate del mare, ovunque avvenga in falde sottili, lasciandola seguire liberamente ne' canali profondi comunicanti col mare ne' quali non nuoce, e anzi giova pel continuo movimento che vi si opera mantenere netto dalle piante palustri il fondo dei canali medesimi.

Ma insisto a dire che non saprei contare sopra risultati rapidi; e la naturale impazienza dei viventi non lascia sperare una cooperazione premurosa per i beni futuri. Nondimeno mi vo confidando che la costanza del Governo vi supplirà, e che tutto il suolo Pontino se non tornerà sollecitamente alla incerta prosperità da qualche grave istorico celebrata, renderà la massima parte di quelle terre (in se fertili) abitabili costantemente, d'onde ne seguirà poi il compito sanamento.

E volentieri mi sono, forse troppo, diffuso sulle particolari condizioni delle Maremme Toscane e Pontine per dedurne, che a mio sommosso parere importano principalmente al bonificazione delle paludi d'ogni paese le osservazioni e le pratiche seguenti:

Conclusione.

1°. Lo scolo pronto delle acque è la condizione essenziale, conosciuta in tutti i tempi, della salubrità dell'aria e della cultura permanente delle terre.

Si adempie a questa condizione, quando vi sia la pendenza necessaria nota a tutti i pratici, coi condotti di scolo parziale, e generale, e coll'appianamento del suolo, ove sia impedito dalle naturali disuguaglianze della superficie; siano queste cagionate dalle acque torbide vaganti, e sparse irregolarmente, o dallo spontaneo nascere e morire delle piante che germogliano nel suolo abbandonato, o dalle macchie, o da qualche avvallamento e sollevamento parziale recentemente notato dai Geologi.

2°. Ove la naturale giacitura bassa del suolo non consenta di ottenere lo scolo pronto colle affossature e coll'appianamento, conviene rialzarlo regolarmente dall'alto al basso colle torbide dei fiumi. Questo rimedio è di esito infallibile, di effetto generalmente assai lento a petto della umana impazienza, e sempre proporzionato alla copia più o meno abbondante delle torbide medesime.

Le torbide dei fiumi sono generalmente sanissime, perchè lavate e rilavate nelle acque correnti; ove più ove meno fertilizzanti, sempre sicure pel fine principale di rendere possibile lo scolo delle terre.

3°. Ove manchino affatto, o siano scarsissime le torbide dei fiumi come nell'agro Pontino, e nelle maremme Toscane fra l'Osa e il confine Romano e altrove, conviene colla livellazione del suolo e con ampie fosse di scolo ridurre le acque al più basso luogo possibile, ivi contenerle in cavi o bacini artificiali a sponde pressochè verticali, tanto che

vi stagnino profonde oltre a un metro sotto l'infima superficie, nel tempo della massima siccità estiva.

Siffatti bacini lungo i lidi sottili del mare potranno ordinariamente condursi sul cordone litorale presso le dune o tomboli cavando larghe e lunghissime fosse della detta profondità arginandole colla terra dello scavo dalla parte della campagna interna, colle foci degli scoli superiori munite all'ingresso nel bacino di cateratte in bilico, o ferme secondo le circostanze.

Se queste fosse o bacini potranno mettersi in comunicazione continua col mare, sicchè vi entri e vi esca nelle maree, e nelle burrasche, senza soverchiare l'arginatura verso terra, le acque dolci del recipiente costrette a stagnare, saranno allora tenute in perenne movimento, e la miscela delle acque dolci colle salate riuscirà innocua alla salute, e anzi utile a impedire la vegetazione delle piante palustri, la cui estirpazione riesce di costo grave, e ricorrente ogni anno.

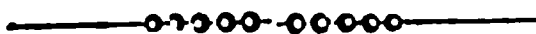
Ove poi non si possa conseguire il qui accennato movimento continuo dalla comunicazione libera del bacino col mare, potrà essere utile l'applicazione delle macchine idrovore a mantenere costantemente vuoto il recipiente, o con tale profondità d'acque che impedisca le nocive esalazioni. Nelle qui indicate località e nelle simili, non dovrebbero mai trascurarsi le colmate, sebbene scarsissime, della parte superiore, contenendole in angusti recinti da venirsi ampliando grado grado, e queste piccole colmazioni colle affossature, e cogli appianamenti contribuiranno ad affrettare il bonificamento compiuto.

4.^o Sempre ove segua l'accidentale miscela delle acque dolci colle salse del mare, dovrà impedirsi colle cateratte in bilico, e condurre le acque minerali delle sorgenti interne separate dalle dolci, e solo permettersi quando si possa esser certi di mantenere la miscela in movimento continuo con profondità sufficiente sia per opera del natural corso delle acque interne, sia del va e vieni delle acque marine.

A queste considerazioni fui tratto dalle calorose questioni

mosse in Toscana per la bonificazione delle Maremme, che dal 1859 al 1863 diedero tanta materia alla stampa, e agli esperti, quantunque si trattasse di osservazioni, e di pratiche universalmente conosciute.

Nè mi si farà debito di avere ripetute cose notissime, pensando che vi presi parte per ordine del Governo, e che l'ufficio comandato era di tornare in via le opinioni disviate con troppo grave risentimento pubblico, e dell'erario.



SUL RAFFREDDAMENTO NOTTURNO SUPERFICIALE DI DIVERSE SPECIE DI TERRE E SULL'ASSORBIMENTO DELL'UMIDITA'; PER IL SIG. C. MARTINS.

(Estratto).

L'inverno a Montpellier è in generale una stagione secca e serena per cui il Martins vi ha potuto fare esperienze utili alla meteorologia agricola quando tra il maximum del giorno all'ombra e il minimum della notte si aveva una differenza nella temperatura di 15.^o C. La teoria insegna, che le diverse terre non si raffreddano egualmente, e per determinare la differenza egli fece in un giardino otto buche che riempi di otto terre diverse da formarne parallelepipedi con 25 decimetri quadrati di base, e due decimetri in altezza. In ognuno pose un termometro ad alcol con indice, il cui centro del bulbo rimaneva coperto da uno strato di terra di un centimetro, e da molte esperienze dedusse il seguente ordine nel raffreddamento delle terre provate. Terra di *salcio*, o humos prodotto dalla decomposizione di questo legno, terra argillosa rossa, sabbia calcarea bianca, terra di *foglie*, con piccola porzione di terra rossa e sterco, terra di macchia, terriccio, sabbia, calcare gialla, terra di giardino. La terra di *salcio* si raffredda più di quella di giardino per un grado centigrado. Il minimum medio dell'aria preso ad 1^m,30 sopra al suolo era superiore di 1^o,32 al minimum del suolo a 5 millimetri al di sotto della superficie.

Per determinare l'irraggiamento della superficie delle terre differenti, ne riempiè delle cassette di latta con un decimetro quadro di apertura, e due decimetri d'altezza; le pesò, le pose in altre fodere di legno, e le esposero ad una forte brinata sopra un banco alto dal suolo per 1^m,20. Ripetè più volte l'esperimento ripesando le terre la mattina presto quando ancora il

termometro segnava sotto zero, e tutte erano coperte di brinata, e le potè disporre nell'ordine in cui stavano i pesi della brinata deposta alla loro superficie. Terra rossa, terra di salcio, terra di foglie, terriccio, terra di giardino, terra di macchia, sabbia calcare gialla. La differenza fra questo ordine ed il precedente ottenuto per il raffreddamento dipende dal non assorbire le terre egualmente l'umidità dell'aria, e la terra argillosa rossa sta avanti alla sabbia gialla ultima. Il peso medio dell'umidità assorbita, e della brinata deposta in una notte, è risultato 155 centigrammi.

Le cinque brinate diedero un peso medio di 1550 kilog. per ettaro che corrisponde a quello che risultò direttamente dal terriccio, e di questo peso una porzione cioè il 22 per cento si evapora, e il rimanente o il 78 per cento è assorbito dal suolo in circa tre ore di tempo. Questo risultato si avvicina a quello che il Boussingault ha ottenuto dalla rugiada, giacchè dalle sue esperienze fatte nell'estate in Alsazia ha trovato che 1400 litri di acqua sono assorbiti da un ettaro di terra.



NOTA SOPRA IL CALORE SVILUPPATO AI DUE POLI DELLA SCARICA LUMINOSA D'UNA PILA VOLTAICA NELL'ARIA E NEL VUOTO; DEL SIG. GASSIOT.

(*Philosophical Magazine* , 4^e. série, T. XXIV. p. 225.)

Il sig. Gassiot ha fatto vedere per il primo che allorchè si produceva l'arco voltaico fra due elettrodi metallici, l'elettrode positivo si riscaldava al rosso e poteva anche fondersi, l'elettrode negativo restando a una temperatura molto inferiore (1). Più tardi ha fatto conoscere che allorchè quando la scarica d'un rocchetto d'induzione è trasmessa nell'aria o nel vuoto tra due sottili fili di platino, è al contrario il filo negativo che si eleva al rosso e che può essere fuso per una scarica più volte ripetuta (2). Le sue nuove esperienze gli hanno permesso di riattaccare l'uno all'altro i due fenomeni in apparenza opposti.

In un tubo nel quale era stato fatto il vuoto per l'azione della potassa sull'acido carbonico, il sig. Gassiot ha fatto passare, col mezzo d'elettrodi metallici, la scarica della sua pila di 4000 elementi zinco, rame ed acqua distillata, o quella di 400 elementi di Grove. Questa scarica, nei primi istanti, ha presentato l'aspetto della scarica prodotta nelle stesse condizioni da un rocchetto d'induzione. Attorno dell'elettrode negativo si è mostrata una brillante aureola luminosa accompagnata qualche volta da una debole luce stratificata dal lato dell'elettrode positivo. L'azione della pila di 400 elementi di Grove essendo stata protratta per qualche tempo, lo splendore dell'aureola luminosa ha aumentato, e l'elettrode negativo si è riscaldato fino al rosso. Con degli elettrodi di alluminio è avvenuto qualche volta che la piccola bolla che terminava l'elettrode negativo si è fusa

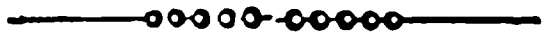
(1) *Philosophical Magazine*, cahier de Decembre 1838.

(2) *Transactions philosophiques*, pour 1858.

senzachè la bolla corrispondente dell'elettrode positivo abbia provato la più piccola alterazione. La scarica era allora visibilmente discontinua.

Con la pila di 4000 elementi zinco, rame ed acqua distillata, l'aspetto della scarica resta lo stesso, qualunque sia la durata dell'esperienza. Con la pila di 400 elementi di Grove, si osserva al contrario frequentemente un'inversione rimarcabile dei fenomeni. Poco tempo dopo che l'elettrode negativo ha raggiunto la temperatura del rosso, una brillante luce stratificata si mostra fra i due elettrodi, e l'intensità della corrente della pila aumentata; nel tempo stesso l'elettrode negativo cessa di essere luminoso, e l'elettrode positivo si riscalda al rosso. A partire da quest'istante la scarica sembra continua. Se i due elettrodi comunicano con degli elettrodi a foglie d'oro, si osserva una divergenza sensibilissima durante tutto il tempo che il calore sembra svilupparsi esclusivamente al polo negativo: da che lo sviluppo ha luogo al polo positivo, le foglie degli elettrodi ricadono.

Così due fenomeni in apparenza contraddittori non sono in realtà che le due fasi consecutive di un solo e medesimo fenomeno. Allorchè il passaggio dell'elettricità si stabilisce fra due elettrodi primitivamente separati, la scarica è in principio discontinua, e lo svolgimento del calore è soprattutto sensibile all'elettrode negativo; quando a questa scarica discontinua succede la scarica continua, lo svolgimento del calore diviene predominante all'elettrode positivo. Con un rocchetto d'induzione la scarica rimanendo costantemente intermittente, lo sviluppamento del calore all'elettrode negativo persiste indefinitamente. Al contrario, allorchè si produce l'arco voltaico col processo ordinario, separando l'uno dall'altro i due elettrodi messi primitivamente in contatto, la scarica è fin dal principio continua ed il riscaldamento dell'elettrode positivo si osserva senza essere stato preceduto dal riscaldamento dell'elettrode negativo.



**RAPPORTO FATTO DALLA COMMISSIONE TECNICA SUL TRAFORO
DELLE ALPI**

(Estratto).

Il traforo delle alpi tra il Bardonneche e Modane fu intrapreso in esecuzione della legge del 15 Agosto 1857 dietro il progetto degli ingegneri Grandis, Grattoni, Ranco, e Sommeiller, dopo la relazione di una commissione composta da distinti personaggi nell' arte e nella scienza e dopo grandiosi esperimenti eseguiti nell' Aprile di detto anno. Dal progetto generale di massima, e dai modelli di macchine, doveva passarsi al progetto definitivo ed alle macchine operatrici: conveniva in primo luogo fissare sul dorso della montagna i punti pe' quali passasse il piano verticale contenente l' asse della galleria: determinare la lunghezza tra i due imbocchi: conoscere la precisa differenza di livello fra i punti estremi della galleria onde relativamente alla distanza raccordare convenientemente le pendenze da assegnarsi al traforo. In queste operazioni geodetiche eseguite nel 1857 e 1858 tutte le difficoltà furono estrinseche al lavoro, e dipendenti dall' asprezza de' luoghi, e dalle condizioni atmosferiche. La nebbia, la neve, il sole, ed il vento si succedono in quelle alte regioni con rapida vicenda, e rendono frequentemente impossibile qualunque operazione di questo genere: il vento in specie arreca grandi disturbi nell' uso degl' istrumenti. La traccia sul dorso della montagna del piano verticale contenente l' asse della galleria, fu fissata con diversi punti contrassegnati, fra i quali noteremo il più alto che corrisponde quasi sul mezzo della galleria ove fu costruito l' osservatorio che servisse a verificare e controllare l' allineamento esterno, ed altri due, uno nell' Italia presso Bardonneche, e l' altro in

Savoia non lungi da Modane, i quali servono a ripetere nell'interno della galleria l'allineamento esterno a misura che si avanza l'escavazione.

A tale scopo in ciascuno di questi due ultimi osservatori sta fissato un canocchiale costruito appositamente, e girevole attorno un asse orizzontale, e normale all'asse del traguardo, per cui fatte le debite verificazioni sul canocchiale l'osservatore viene a fissare dei punti in galleria, rischiarati da lumi, i quali sono contenuti nel piano verticale che passa per i punti esterni fissati sul dorso del monte. L'asse della galleria è formato da due linee rette inclinate al basso verso gli sbocchi, una che va all'apertura Bardonneche; si inclina di 0,50 per mille solo per dare uscita alle acque, e l'altra che porta alla valle dell'Arc di 22,20 per mille per raggiungere il dislivello delle sue aperture, il quale è di metri 132^m,6 essendo la lunghezza della galleria di 12220^m. E per quanto sia stata lasciata vistosa pendenza alla seconda metà della galleria il suo egresso rimane da circa 106^m più elevato del fondo della valle, per guadagnare la quale dovrà la via ferrata rimontare il torrente Arc, e girare attorno all'abitato di Modane. Altra svolta rimane nella via ferrata presso il primo imbocco, e mentre il traforo proseguirà tutto in linea retta per ottenere il vantaggio della luce e dell'aerazione, presso i due estremi si biforcherà acquistando un tratto curvo che serva a raggiungerlo alle curve della via ferrata. Il tronco curvilineo di Bardonneche è di già ultimato nella parte in cui le due gallerie sulla tangente e sulla curva mantengono tal distanza da riescire indipendenti l'una dall'altra, ma quel tronco curvilineo che deve inviare a Modane è da eseguirsi. Sono avanzati assai i due andamenti rettilinei e per circa due chilometri e mezzo i quali lavorandosi senza alcun pezzo di comunicazione all'esterno, devono ricevere l'aria, l'acqua, il gas da illuminazione, ed ogni soccorso dai due sbocchi.

Che anzi da questi sbocchi ricevono ancora la forza motrice per la lavorazione consistente in aria compressa da cadute di acqua e ciò appunto costituisce la particolarità di questo grandioso traforo. Al sopraggiungere della stagione

propizia nel 1858, i lavori furono da ambe le parti intrapresi con la più grande alacrità nelle costruzioni accessorie, le quali proseguirono nel 1859 e 1860 e a Bardonneche furono le seguenti: 1°. Un Canale in muratura della larghezza media di metri 1, 20, e della portata di un metro cubo, lungo ben oltre tre chilometri, e coperto con volto, o con lastroni di pietra, destinato a portare le acque del Meleget al cantiere della compressione dell'aria, ed al quale si annettono vari edifici idraulici, per la presa, lo scarico e lo spurgo delle acque. 2°. Un vasto serbatoio nel fianco della montagna posto a 50^m sopra il piano de' cantieri sottostanti, coperto, e capace di 400 metri cubi di acqua, il quale messo in comunicazione coi recipienti dell'aria compressa ne mantiene costante la pressione a 6 atmosfere. 3°. Un edificio per le officine di riparazione nel quale sono tutte le macchine lavoranti, mosse da un turbine della forza di 12 cavalli. 4°. Il vasto edificio dei compressori, col soprastante castello d'acqua dal quale le acque irrompono nelle colonne di compressione con un'altezza di 26 metri. 5°. Una casa operaia a due piani oltre il terreno, comprendente 96 camere. 6°. Un edificio ad uso di magazzino presso l'imbocco della galleria, di casa per gli assistenti, e di cantieri speciali. 7°. Le tettoie, fornaci, strade d'accesso, canali di scolo. A Modane furono riprodotte le stesse opere con le varianti imposte dalle diverse condizioni di località fra le quali è da notarsi eccezionalmente il canale di derivazione per condurre le acque dell'Arc all'edificio dei compressori che riesci di dimensioni molto più grandi; con portata minima di sei metri cubi, e che per esser fondato in suolo mal fermo fu di una costruzione lunga e costosa.

Mentre questi lavori erano in corso di costruzione si avanzavano li studi dei progetti e la costruzione dei meccanismi. Gli esperimenti fatti alla coscia avevano dimostrato l'utilità del sistema proposto nelle due parti essenziali e distinte, la compressione dell'aria, e la perforazione meccanica, ed avevano confermato i proponenti nell'idea che il problema era ormai sciolto: ma avevano posto in evidenza una serie d'inconvenienti pratici, ai quali la Direzione tecnica

doveva riparare con opportune modificazioni. Fu eseguito nello Stabilimento della casa Cockeril di Seraing il materiale meccanico fisso e mobile e nel primo bimestre 1860 giungevano a Bardonneche i primi pezzi dei compressori, se ne incominciava l'erezione nell'apposito edificio che pure non era ultimato, e malgrado l'interruzioni per la cattiva stagione, e per la circostanza della guerra che assorbiva tutti i mezzi nel Novembre 1860, erano in opera cinque compressori. Furono spesi circa tre mesi in ripetute prove intorno a questi modificandone il loro assetto, e fu posta in opera il gran condotto dell'aria compressa che dall'edificio de'compressori va a sboccare al punto d'avanzamento nella galleria con giunture a perfetta tenuta d'aria. Su l'intero condotto di ben 2 chilometri di lunghezza anche oggi non si potrebbe scorgere una fuga d'aria capace di far vacillare la fiamma di un lume. Il 12 Gennajo 1861 si potè spingere in galleria l'affusto delle perforatrici, quale per la prima volta entrava nelle viscere delle alpi con solo quattro di esse. I guasti che succedevano di tratto in tratto non interruppero la compressione dell'aria, alla quale sino al finire d'Aprile 1862 si aggiunsero altri cinque compressori.

Le diverse altezze che verranno accennate si riferiscono ad un piano orizzontale regolatore che diremo piano di scarico, perchè contiene il punto al quale trovasi l'acqua nella camera di compressione quando essa è piena di aria atmosferica che sta per ricevere il colpo discendente della colonna acqua di compressione. Ciò premesso supponiamo nell'edificio di Bardonneche posto lo spettatore su questo piano, e rimpetto all'officina di compressione: tra a destra e a sinistra egli ha avanti di se dieci compressori uguali tutto fra loro, e divisi in due gruppi di cinque cadauno. Fra mezzo ai due gruppi stanno due macchine motrici, mosse alla lor volta dall'aria compressa (e che perciò vengono dette *aereomotori*) ciascuna delle quali compartisce il movimento ad un'asse *maestro* orizzontale il cui ufficio è di aprire, e chiudere a tempo debito la valvola di alimentazione e di scarico di ciascun compressore. Uno qualunque dei compressori può mettersi alternativamente in riposo, e a

che uno dei aereomotori senza sospendere l'azione degli altri compressori. Questa disposizione è necessaria per assicurare, in ogni evento, la produzione dell'aria sufficiente onde evitare le sospensioni anche momentanee nella perforazione meccanica; l'esperienza e la prudenza insegnarono che il numero de' giri dell'albero maestro e conseguentemente il numero delle pulsazioni di compressioni, non dovevano andare al di là di tre per minuto primo. I compressori agiscono presso a poco come l'ariete idraulico, solo invece di cacciare dell'acqua cacciano dell'aria compressa in recipienti cilindrici a calotte sferiche di ferro che stanno schierati in ordine corrispondente. I dieci recipienti mediante un tubo son messi in comunicazione fra loro, e levati di comunicazione all'occorrenza, e ciascuno ha una capacità di 17 metri cubi. A 26 metri sopra il piano regolatore avvi il serbatojo di compressione nel quale metton capo tutte le colonne o tubi dei compressori, onde 26^m è l'altezza, o battente della colonna comprimente quando essa comincia ad agire. Le acque a serbatojo di compressione son condotte mediante grossi tubi di ferro che le ricevono dal canale di derivazione posto a 20^m più alto del serbatojo stesso. Più alto ancora e a 50^m, sopra il piano di scarico nel fianco della collina sovrastante sta il serbatoio regolatore dal quale si diramano due condotti in ferro, dei quali uno comunica col primo gruppo dei recipienti d'aria, l'altro con il secondo, e questa colonna d'acqua di 50^m, mantiene pressochè invariabile la compressione dell'aria nei recipienti. Completa questo sistema a compressione il gran condotto d'aria che per un tratto di 800^m, come dall'edificio all'imbocco della galleria, diviso in tronchi rettilinei con altrettanti apparecchi di dilatazione. Questo tratto ebbe di già a resistere a tutte le vicende del clima, a variazioni di temperatura da —17° a 40°, ad essere nel verno una parte del condotto interamente sepolta entro le nevi. Il condotto ha un diametro interno di 20 centimetri, con grossezza alle pareti di un centimetro, con pezzi d'aggiunta lunghi due metri in ferro fuso di special qualità, e congiunti con anelli di caucciù.

Nella galleria esiste il primo tratto che sempre va esten-

dendosi *ad opera finita*, ove sono i piedritti, ed il volto murato ove la sezione di figura prossimamente di semi-ellisse ha l'altezza di 6^m,50 e la larghezza di 7^m,53: ove è ad un lato il condotto per l'aria compressa sostenuto su mensole al muro, e all'altro lato il condotto per l'acqua e per il gas; sul piano è il binario principale e il piccolo binario laterale su cui si fanno correre i vagoncini di detrito: e sotto a questo è al mezzo in muramento il canale di scolo. Segue il secondo tratto *a sezione interamente scavata*, ivi sono murati solamente i piedritti, o mancano anche questi: i tre condotti dell'aria, dell'acqua, e del gas sono raccolti nel canale di scolo; i due binari si riducono ad uno solo; le rocce laterali, e superiori sono rette da un'armatura di travi di legno. Nelle tratte portate a tal punto non resta che collocare a sito le centine, e fare il volto di rivestimento: il quale ultimato, e rimosse le centine la sezione diventa interamente finita, salva la muratura al canale di scolo. Avendosi un tratto di circa 200^m interamente sgombro e murato, le condotte dell'aria, dell'acqua e del gas che erano nel canale di scolo si estraggono si pongono ai muri laterali sopra le mensole di ferro in continuazione delle preesistenti, e si procede al muramento del canale. Finalmente termina la galleria con il tratto *in corso di scavazione*, il quale è pure di diverse sezioni. Alla fine vi è la sezione dell'avanzamento larga metri 3,40 alta metri 2,40 ove sta l'affusto con le macchine perforatrici: ivi si fanno i fori, si fanno le mine, si accendono, esplose si getta l'aria, si ritira il materiale, si arma la sezione con quadri di ferro, e con tavoloni ogni qual volta la poca saldezza della roccia lo richieda. Nella estremità della piccola galleria finale si comincia a sostituire quadri più forti, formati da travi, a quelli di ferro dopo avere proseguito l'allargamento, sopra i quali si colloca un robusto tavolato di ascialoni per mantenere sempre libero e sicuro l'accesso alla piccola galleria, e per permettere ai minatori di lavorare alla callotta della gran sezione. Scavata così una breve tratta di quattro o cinque metri, i quadri e il tavolato vengono rimossi ed allora non resta che ad esportare i due massicci laterali di roccia dell'altezza di circa tre

metri, che essendo attaccabili di fronte e di fianco possono con più facilità venire scavate. Fatto luogo ai massicci e ai piediritti di rivestimento tosto si costruiscono di mano in mano che è fatto l'occorrente allargamento. Si procura che tutti i lavori procedano nell'ordine indicato onde tutto l'avanzamento si faccia con regolarità, ma non sempre può ciò ottenersi, e conviene murare in un luogo lasciando indietro porzioni da scavarsi o allargarsi. La galleria preparatoria è come una breccia aperta nella roccia per rendere più facile l'escavazione, e dalla celerità con cui essa progredisce dipende la celerità dell'accrescimento della galleria ultimata.

Nella galleria di avanzamento penetra e si prolunga il binario di rotaje e non finisce che a brevissima distanza dalla fronte di attacco, proseguendosi di due metri in due metri. L'affusto delle perforatrici si muove su questo binario, e porta seco tutto il materiale per la perforazione in modo che una *mula* o attacco possa compiersi senza avere da ricorrere ai magazzini, o alle officine. Uno de' vantaggi del sistema consiste nel potere ogni perforatrice avere un'azione indipendente, per cui guastata una non abbiano a sospendere la loro azione le altre. Due porte di sicurezza si hanno nella galleria preparatoria, costrutte con travi e grossi tavoloni, e girevoli su due perni, le quali chiuse costituiscono un riparo efficace contro i sassi lanciati dalle mine d'avanzamento. Dietro a queste si ritira l'affusto e i lavoranti, e le medesime vengono avanzate ogni qualvolta il lavoro ha progredito da 60 a 80 metri. Le perforatrici sono macchine destinate a formare nella roccia fori da mina, e in numero di 9 o 10 guarniscono la fronte dell'affusto dirigendo ciascuna lo strumento perforatore nella direzione ove vogliono i lavoranti. Ognuna ha annessi due tubi flessibile l'uno per l'aria compressa, l'altro per l'acqua, prese dai condotti generali dagli inservienti col solo girare certi robinetti. Pel servizio delle occorrenti operazioni sono nell'affusto 37 persone. Nel comporre queste macchine si ebbe in mira di ottenere una gran rapidità di perforazione; ma questo scopo principale non poteva esser raggiunto senza corrispondere ai seguenti quesiti: 1°. Una forza di pressione tale da scavare i fori colla

desiderata rapidità senza oltrepassare la elasticità della sbarra metallica. 2°. La macchina doveva essere automatica, cioè doveva compiere da per se tutti i movimenti occorrenti, quello di percussione, quello di rotazione dello scarpello, il movimento di avanzamento a misura che il foro si affonda, e quello di regresso quando si vuol terminare l'operazione. 3°. Il volume il peso e la forma doveano esser tali che la macchina riuscisse di un maneggio agevole. 4°. Finalmente si doveva provvedere acciò che i guasti e le riparazioni non avessero ad essere troppo frequenti. La forza nella macchina viene dall'aria compressa, la quale introdotta ad intermittenze sotto il cilindro percussore si hanno alternativi colpi. Dopo ciascun colpo lo scarpello gira sul suo asse di $\frac{1}{18}$ di circonferenza per ufizio di alcune ruote dentate, e quando l'affondamento del foro lo permette di dente in dente avanzano due guide a cremagliere il perforatore. Terminato il foro si fa questo tornare indietro invertendo il moto di una vite, e tal manovra si fa in meno di un minuto. Le perforatrici attualmente in servizio al traforo delle Alpi pesano 200 chilogrammi; altre più forti fino a 300. Determinati i punti convenienti per i fori, si mettono i perforatori a quella distanza dalla roccia che segua la corsa utile dello stantuffo percussore: si fa passare ad un secondo foro quel perforatore che ha compiuto più presto il suo lavoro: si praticano per ogni attacco 80 fori della profondità da 75 a 80 centimetri, e la maggior parte verso la parte centrale. Alla perforazione meccanica, segue lo sparo delle mine, e quindi lo sgombrò delle materie, e queste tre operazioni formano quella operazione completa che si dice *mula*.

Fino ad ora non si è potuto ottenere di fare più di due mute al giorno. L'avanzamento eseguito a Bardonneche nel mese di Marzo 1861 fu di 9^m,70: nell'Aprile di 17,50,: in quello di Maggio sarebbe stato più spedito se non si fosse incontrato incagli per la torbidezza delle acque, e così sempre è affrettato a misura che si sono impraticati i lavoranti, e che si sono meglio ridotte le macchine. Il più o men rapido avanzamento dipende anzi tutto dall'avere le perforatrici corrette, ed in numero più che sufficiente, ma dipen-

de altresì ed egualmente dalla quantità d'aria compressa di cui si può disporre. Sotto questo riguardo tanto a Bardonneche quanto a Modane si trovano in una condizione inferiore ai bisogni presenti, ed affatto insufficiente ai bisogni che si verificheranno coll'allungarsi della galleria. L'aria compressa serve alla perforazione e alla ventilazione; e questa o si procura con getti d'aria compressa diretta nei siti che si vogliono purgare dal fumo e dai gaz, oppure facendo agire l'aria compressa come forza motrice in macchine ventilatrici. In un prossimo futuro la produzione dell'aria compressa ai due imbocchi della galleria dovrà essere più che decupla di quella che si ha al presente. In previdenza di ciò nel derivarvi la forza idraulica si usò la conveniente larghezza: e la nuova e semplice foggia di compressori che funziona da cinque anni nel Belgio, e da un anno a Modane, con tutto il desiderabile successo ci permetterà di triplicare la produzione dell'aria con una spesa di molto inferiore a quella fatta nel primo sistema sopra accennato da compressori a colonna: Si hanno a Modane due compressori a tromba mandati da una ruota idraulica; ed in questa l'acqua non agisce direttamente sull'aria da comprimersi; ma sù del motore idraulico, il quale trasmette la forza ad uno stantuffo che opera la compressione, onde facilmente la quantità dell'acqua supplisce al suo battente, e si può avere forte e pronta compressione, anche con acqua che abbia moderata cadente.

L'avanzamento ottenuto nel 1861 a Bardonneche fu di 170^m,54: questo risultato riferito all'intero anno dà un'avanzamento giornaliero medio di 0^m,467, e riferito invece ai soli 209 giorni di lavoro utile da un avanzamento di 0^m,81, per giorno. Nel 1862 essendosi il lavoro fatto abbastanza regolare i giorni utili di lavoro risultarono 325, nei quali si ebbero 582 mute, e con esse si ottenne un'avanzamento totale di 380^m.

La perforazione prese . .	ore 4443
Lo scoppio delle mine . .	» 2029
Lo sgombro delle materie	» 1502
Totale delle ore di lavoro utile	» <u>7974</u>

il numero di fori fatti con una profondità da metri 0,75 a 0,80 fu di 45751. Il numero delle perforatrici cambiate durante il lavoro fu di 1188. Il numero degli scarpelli usati 72538; la polvere consumata fu di chil. 18622,45. La lunghezza della mina fu di metri 76510. L'avanzamento medio fu per ogni giorno di lavoro 1^m,47, e per ogni giorno dell'anno 1,^m04. La perforazione fu la sola opera che mostrasse irregolarità nel tempo, essendosi ben sovente terminata in sei ore, ma per lo più in sette o otto ore, e talvolta sebben di rado in 10, e perfino in 14 ore. Questa durata soverchia della perforazione è dovuta in parte alle imperfezioni attuali delle perforatrici, alla poca perizia degli operai, alla novità del sistema, e alla natura della roccia che presenta molta eterogeneità, e strati quarzosi durissimi frammisti al calcare schistoso cristallino. In una roccia così fatta la perforazione è molto difficile a causa della ineguale resistenza che presentano allo scarpello con varia direzione i diversi strati, e non rimane raro il caso di dovervi abbandonare i fori anche avanzati oltre la metà per l'incontro del quarzo posto in sbieco, e che devia lo scarpello dalla sua primitiva direzione. Ben si scorge che i ritardi di lavoro vau sempre scemando, e che il limite al quale si tende è di aver due mute al giorno, ed anche di ridurre più profondi i fori, se pure non venga maggiormente di fare tre mute con fori meno profondi.

Convorrà però rinnovare le perforatrici, le quali vanno sempre deteriorando: e ciò ben si comprende se riflettasi che questa macchina pone tre quarti d'ora per tempo medio a fare un foro, e battendo tre colpi al minuto secondo darà 8100 colpi sotto un impulso di 90 chil. prodotto dall'aria compressa, e con corrispondenti rivoluzioni. Contuttociò dalla fatta esperienza si può dedurre che tutto al più si consumeranno 2000 perforatrici per scavare i 10 chilometri che ancora rimangono, e non torna conto di far risparmio nel cambiare e mantener perfette queste macchine, se ciò porterà un ritardo nell'ultimazione di un'opera tanto interessante. Convorrà pure ad accelerare l'ultimazione del lavoro accrescere l'aria compressa, e guadagnar tempo nel cacciare il fumo dopo le esplosioni, e nel non penuriare di forza mo-

trice. La forza idraulica che sta in riserva al di fuori permetterà fra poco di mandare in fondo alla galleria un volume di 400 a 500 mila metri cubi d'aria atmosferica al giorno, e 8 a 10 mila metri cubi di aria compressa a 6 atmosfere nei cantieri inaccessibili all'ordinaria ventilazione, e con questo mezzo i lavori per rispetto all'ambiente diverranno di un'agevolezza tale che poco più sarebbe se si compissero a cielo aperto. Allorchè il traforo sarà di 4,506 chilometri non si manderanno più i 23 mila metri cubi d'aria al giorno che sono stati immessi pel passato e che hanno prodotto ottimo effetto ma anche 600 mila ed un milione ove occorra. Onde a buon dritto può dirsi che il problema della ventilazione è risoluto ora e in avvenire, perchè appunto fin d'ora si sta provvedendo ai bisogni dell'avvenire coll'aumentare i mezzi della produzione dell'aria.

Tolto il dubbio della mancanza d'aria a grandi profondità di due altri dobbiamo discorrere che erano insorti nella mente di alcuni 1.º si costruiranno recipienti capaci di mantenere l'aria compressa? 2.º l'aria compressa trasportata a sì gran distanza perderà per le resistenze molto della sua elasticità? A Bardonneche si ebbe occasione di lasciare i recipienti pieni d'aria compressa durante 24 giorni di seguito, e la perdita fu così insensibile che ragguagliata alla produzione giornaliera riuscì al di sotto di $\frac{1}{8000}$ della produzione stessa. Nel gran condotto le perdite si esplorarono con un lumicino ma non fu possibile rinvenirne una sola sopra una lunghezza di 2000 metri. Anche all'altro dubbio l'esperienza ha risposto con fatti vittoriosi giacchè ogni volta che venne ripetuta la prova si trovò che un manometro Bourdon graduato di decimo in decimo di atmosfera, verificato riguardo alla sensibilità, e posto sulla estremità del condotto in galleria distante di oltre 1800^m dai recipienti non si moveva nè molto nè poco mentre lavoravano tutte e nove le perforatrici ad una volta. Ciò significa che durante la perforazione la perdita di pressione nel condotto maestro non è misurabile con un manometro che segni solo i decimi d'atmosfera, cioè era più piccola di $\frac{1}{10}$ della pressione all'origine. Quindi puossi asserire che al centro del *tunnel* a 7000^m dai recipienti si man-

terrà alla tensione di 6 atmosfere assolute a un dipresso. E realmente per gli esperimenti fatti alla coscia si era rilevato che in un condotto di 0^m,20 di diametro, l'aria essendo a 6 atmosfere, e la velocità all'origine del condotto di 1^m al secondo, si sarebbe per un chilometro di lunghezza avuta una perdita di pressione misurata da una colonna di 3 millimetri di mercurio. Un'ultima considerazione rimane a farsi sul calorico che si sprigiona dall'aria nell'atto della compressione, e per quanto manchiamo di dati per giudicare del grado d'influenza che questo fatto esercita sul lavoro motore, pure possiamo dire che industrialmente parlando essa è di un'importanza tanto tenue da riescire completamente trascurabile. Mentre non possiamo a meno d'accennare che ha luogo il fenomeno inverso allorchè l'aria ripiglia il primitivo volume, e questo riesce per noi sommamente vantaggioso. L'assorbimento del calorico prodotto dall'aria compressa mentre si dilata al fondo della galleria, tende a farne abbassare la temperatura, e a mantenerla più fresca di quello che si troverebbe per la presenza degli operai in numero di circa 40 persone, per la combustione delle lampade e dei becchi a gas, e per l'esplosione delle mine.

La condotta dell'aria compressa a grandi distanze, allorchè per operare la compressione si possono utilizzare le forze idrauliche, è una questione industriale del massimo interesse ma finora essa fu enunciata, e non mai risolta perchè mancavano esperimenti grandiosi come si son fatti per il traforo delle Alpi. Prendiamo un esempio che sia non discosto dai limiti della fatta esperienza: si abbia un condotto del diametro di 30 centimetri, lungo 20 chilometri, e alla sua origine siano stabilite macchine comprimenti mosse dall'acqua, le quali possono comprimere l'aria dalle 6 alle 10 e 12 atmosfere. Il tubo scelto di ferro fuso costerà (all'infuori dei trasporti e del collocamento in opera) 800000 lire. Computiamo sopra sei atmosfere, e un litro di aria compressa darà un lavoro di circa 110 chilogrammetri. Data la velocità di 6 metri al secondo si avranno all'egresso dal tubo un efflusso di 424 litri d'aria compressa o un lavoro di 46640 chilogrammetri, che sono 622 cavalli dinamici. Rite-

nuto che per la lunghezza di 20 chilometri si abbia la perdita di pressione di due atmosfere circa, dovrà comprimersi l'aria per circa otto atmosfere. Gli interessi del costo del tubo calcolati al 6 per cento darebbero lire 48000 all'anno, e questo sarà il costo dei detti cavalli dinamici da mettersi a confronto col prezzo del combustibile che li avrebbe prodotti nelle macchine a vapore che colla riduzione del 60 % possono dirsi 373. Per cui ogni cavallo utile di forza costerà in cifre tonde lire 128 all'anno e per un lavoro continuo di 24 ore al giorno, mentre un caval vapore consuma non meno di 24 tonnellate di carbon fossile all'anno. Con queste brevi considerazioni abbiamo voluto accennare alle utili applicazioni che si potrebbero fare dell'aria compressa particolarmente in Italia, ove tanta forza si ha sprecata nelle acque dei torrenti.

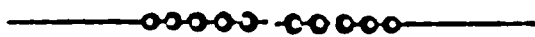
Delle cose relative al traforo rimane ad accennare le differenze essenziali che sono tra l'imbocco nord, e quello sud di cui abbiamo principalmente parlato. L'acqua del Charmaik dava comodità di ottenere un battente di 26 metri, ma di poca quantità convenne supplirla con quella del torrente Arc più bassa inalzandola con trombe, mosse da ruote idrauliche, e si ebbe così la disposizione solita di compressioni a colonna. Mentre piegando alla dura necessità si era adottato il difettoso sistema di sollevar l'acqua per averne il lavoro nella sua discesa, la società John Cockeril aveva fino dal 1859 per la prova delle macchine perforatrici compressa l'aria col mezzo di una tromba comprimente mossa da una macchina a vapore e ne aveva ottenuti ottimi risultati. Per cui la Direzione tecnica non poté a meno di riconoscere il vantaggio di quella usandola a Modane mantenendo in tutto il sistema delle ruote per l'inalzamento delle acque, e sostituendo solo alle trombe idrauliche delle trombe comprimenti dell'aria per cui si hanno ora a Modane in attività i due sistemi di compressione. L'esperienza di un anno ha dimostrato che in media si può far conto di 30 litri di aria compressa per minuto secondo, e per ciascuna ruota: avremo adunque oltre alla produzione dei compressori a colonna, e supposta sempre ferma una delle sei ruote, un

volume d'aria compressa di 12900 metri cubi al giorno, e con le sei ruote un volume di 15,480 metri cubi col quale si può andare incontro con fiducia a ogni qualunque eventualità. Al presente non abbiamo che il terzo appena della quantità suddetta, ed il lavoro comincia a soffrirne; ma essendo già in corso di costruzione le trombe comprimenti tanto per Bardonneche che per Modane fin da quest'anno stesso saremo in grado di raddoppiare, per lo meno, l'attuale quantità d'aria compressa ai due imbocchi. Grandi riduzioni si vanno studiando anche per la ventilazione la quale trova ostacolo nell'inclinazione della galleria. Altra differenza si trova nei lavori a questo imbocco per il piano inclinato automotore, posto a metri 106 al di sopra della valle di Arc nella quale sono stabilite le officine, i magazzini ed altri locali; esso ha 1^m di altezza per 2,23 di base, ed una larghezza di 6^m,50: ed ecco come viene esercitata. Una gran puleggia è collocata alla sommità del piano; una fune metallica robustissima si avvolge attorno ad essa rimanendo in contatto per mezza circonferenza; la lunghezza della fune è tale che quando un'estremità trovasi al piede del piano inclinato, l'altra estremità trovasi alla cima. A ciascuna estremità è legato un carro a quattro ruote, il quale è costruito a guisa di recipiente e di *tender*, e può contenere circa 2000 litri di acqua, oltre al carico utile da trasportarsi. I carri sono alternativamente ascendenti e discendenti; stando in riposo l'uno si trova alla sommità, l'altro al basso. Su quest'ultimo si caricano le materie da inalzarsi, nell'altro si introduce l'acqua in quantità sufficiente a rompere l'equilibrio; i carri si muovono, ed un'accelerazione incomincia, ma il moto si fa tosto regolare, e si governa a talento con un freno che agisce sulla puleggia maestra. Giunti i carri ciascuno alla sua meta si scarica quello della sommità, e si vuota dell'acqua l'altro del basso, il quale a sua volta può esser caricato, ed esser tratto in alto introducendo l'acqua nel primo. In pochi minuti s'inalzano così circa 1500 chilogrammi all'altezza di 206 metri per mezzo della sola gravità. In questo imbocco circa ai lavori di perforazione meccanica che principiarono solo nel 25 Gennaio dell'anno corrente si usufruì l'esperienza acqui-

stata a Bardonneche sia riguardo alle modificazioni dell' affusto che delle perforatrici, e l' avanzamento ottenuto fu di circa un metro il giorno, sodisfacentissimo se consideriamo che è ne' suoi primordi, e che fa intendere che ben presto raggiungerà quello al lato di Bardonneche. Per altro l' illuminazione ad olio che si usa a questo lato di Fourneaux è cagione di ritardo, e dovrà introdursi anche colà la luce a gas.

Mentre si facevano i lavori preparatori, gl' scavi in galleria progredivano coi mezzi comuni, e si giungeva ad una lunghezza complessiva di avanzamento di circa 1600 metri, il rimanente dello scavo che è quasi un chilometro è stato fatto colla perforazione meccanica mentre essa e i suoi accessori si vanno perfezionando, pure dal 1861 in poi alla parte di Bardonneche, e dal Gennaio dell' anno corrente dalla parte di Fourneaux. Introdotte le migliorie nelle perforatrici, eseguite le abitazioni supplementarie che occorrono: erette le macchine di compressione ora in corso d' esecuzione: aumentato ed impraticato il personale: data alla ventilazione artificiale una maggiore efficacia: dopo tutti questi vistosi miglioramenti nelle condizioni del lavoro, esso progredirà con maggior celerità. La sola compressione dell' aria porterà tripla quantità d' aria con un terzo meno di spesa, quando saranno eseguite le 9 trombe a compressione in più ai due imbocchi, capaci di dare 24 mila metri cubi di aria compressa al giorno, e del valore di un terzo meno dei primi compressorì a colonna che solo ne davano 8000 metri cubi. Nulla può esser trascurato per abbreviare il tempo dell' ultimazione del traforo mentre l' interesse di 60 milioni d' Italiani e Francesi vi è vivamente impegnato, e la questione del costo consiste anzitutto nella questione del tempo. La cifra totale a cui potrà ascendere la spesa della galleria, è oramai calcolabile con esattezza e non sorpasserà le 4 mila lire a metro corrente che servirono di base alla convenzione francese nella quale fu stabilito che per 6 chilometri deve rimanere a carico della Francia, e che di più un premio deve esser dato a proporzione che più si abbrevierà il tempo dal fissato nei 25 anni. E qui non deve dimenticarsi che il premio altro non è che la parte di quel costo che si volle la-

sciar variabile in ragione inversa della durata dei lavori. L'opera del perforamento delle Alpi richiede che ad ogni costo sia abbreviato il tempo: una volta compiuta, il maggior valore che si avrà dato alle opere accessorie, sarà sproporzionatamente compensato dalla maggior celerità con cui avrà progredito l'opera principale. Si aggiunge che la strada cui ha da servire la galleria delle Alpi nè per soverchia pendenza, nè per troppa ristrettezza di curve, nè per lunghezza di sotterranei, nè per mole d'opere d'arte, esce dagli ordinari limiti delle strade montane, nè conta punti di regresso, ma tutto in essa entra ne' limiti di un sicuro esercizio. La Direzione tecnica ha procurato di far camminare di pari passo tutto quanto è inerente alla traversata delle Alpi, onde la diretta unione fra due grandi Nazioni verrà il più possibile agevolata e sollecitata.



PATTI D' ASSOCIAZIONE



1° Del Nuovo CIMENTO si pubblica ogni mese un fascicolo di cinque fogli di stampa.

2° Sei fascicoli formeranno un volume, sicchè alla fine dell'anno si avranno due volumi, corredati di un' indice.

3° Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Novembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

4° Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per tutto il Regno Italiano, franco fino al destino, Lire Italiane 16. 80

Per gli altri Stati fuori d'Italia, come sopra » 25 —

5° Le Associazioni sono obbligatorie per un anno, ma il pagamento dovrà farsi per semestri anticipati, cioè una metà a tutto Gennajo, ed un'altra a tutto Luglio di ciascun anno.

6° Gli Associati che pagheranno anticipatamente l'intera annata, godranno d'un ribasso del 5 per 100 sul prezzo precedentemente stabilito.

7° Un egual ribasso sarà accordato a quelli che faranno pervenire direttamente ed a proprie spese, il prezzo d'associazione alla Direzione del Giornale.

8° Finalmente gli Associati che adempiranno tanto all'una, quanto all'altra condizione, rimettendo alla Direzione del Giornale, franco di spese, il prezzo anticipato d'una intiera annata, godranno de' due vantaggi riuniti, e sono autorizzati a prelevare il 10 per 100 sul prezzo di associazione.

La compilazione del Nuovo CIMENTO si fa a Torino ed a Pisa nel tempo stesso, dal Prof. R. Piria per la Chimica e le Scienze affini alla Chimica; dal Prof. C. Matteucci per la Fisica e per le Scienze affini alla Fisica. L'amministrazione, la stampa e la spedizione sono affidate alla Tipografia Pieraccini a Pisa. *Giuseppe Frediani* è il Gerente.

Per conseguenza le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti, ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale dovranno esser dirette, *franche di Posta*, a Pisa — Al Gerente *G. Frediani* — Tipografia Pieraccini.

Le corrispondenze, le memorie, i giornali scientifici ed altri stampati riguardanti la Chimica dovranno dirigersi, *franchi di Posta*, a Torino — Al Prof. R. PIRIA.

Finalmente le corrispondenze, le memorie, i giornali scientifici e gli altri stampati di argomento spettante alla Fisica dovranno essere diretti, *franchi di Posta*, a Pisa — Al Prof. C. MATTEUCCI.

DE' MOVIMENTI AVVENUTI DOPO LA DEPOSIZIONE DEL TERRENO PLIOCENICO NEL SUOLO DELLA TOSCANA, AI QUALI SEMBRA DEBBASI ATTRIBUIRE L'ATTUALE CONFIGURAZIONE DELLA SUA SUPERFICIE; MEMORIA DEL SENAT. CAV. PROF. PAOLO SAVI.

Gli studj geologici fatti in Toscana, avendo mostrato come tutte le rocce da cui risultano i depositi formatisi nelle epoche secondarie, e nel primo periodo della terziaria, cioè in quello Eocenico, non contengano che avanzi di piante e di animali marini, e che solo ne' depositi del periodo Miocenico incontransi abbondanti resti di piante e d'animali terrestri, provano con la maggiore evidenza sperabile in questi difficili studj, che fino a quando non fu compiuto il deposito dell'intero terreno Eocenico, cioè delle argille schistose, alberesi e macigno, tutto lo spazio ove adesso è la parte media d'Italia era occupato da un vastissimo e libero mare, nel quale forse trovaronsi nell'epoca Carbonifera delle vaste isole, ove vissero quei vegetabili che diedero origine con i loro avanzi carbonizzati all'Antracite antica ed alle Grafiti di varie parti di Toscana (*Rio, Levigliani, Jano*), e produssero le copiose impronte degli scisti bituminosi d'*Jano*.

Ma terminata l'epoca secondaria e passato il primo periodo del deposito Eocenico, essendo cessata nella scorza terrestre quella calma che da lunghissimo tempo vi si era ristabilita, se non per effetto della comparsa della Serpentina antica, al certo almeno contemporaneamente (1), squarciatosi in più luo-

(1) È indubitato, in conseguenza de' numerosi argomenti che da molti anni feci conoscere, e che di nuovo ho esposti nel *Saggio sulla costituzione geologica della Provincia di Pisa*, ultimamente pubblicato, come il primo sollevamento Appenninico avvenisse dopo la deposizione dell'Eocene inferiore, avanti quella del superiore, epoca nella quale ebbe luogo

ghi il fondo del mare nella direzione da N. O. a S. E, se ne sollevarono que' lembi, i quali, emergendo dalle onde, costituirono la prima ossatura della catena Appenninica. Fu allora che adagio adagio si stabilì sulle falde di quei monti la vegetazione terrestre propria alla nostra epoca Miocenica, e che vi comparvero e si moltiplicarono i singolari animali de' quali noi vi troviamo frequentemente gli avanzi, come il *Sus chaeroïdes*, l'*Amphycion Laurillardi*, la *Lutra Campani*, una specie d'*Anthracotherium*, altra di *Palophterium*? varie grandi *Testuggini* ec.

È già noto come durante il periodo Miocenico persistessero e più volte si ripetessero, nell'Italia centrale, que' grandi e potenti fenomeni plutonici prodotti dalle successive eruzioni delle varie qualità di rocce Ofiolitiche, da quelle Anfiboliche Trachitiche, ed anche metalliche, in conseguenza delle quali si cambiò più volte il livello del fondo del mare, ed i sedimenti che allora successivamente formavansi, tanto per effetto degli ordinari trasporti delle acque continentali, quanto per quello delle irruzioni su i terreni emersi delle grandi masse d'acqua levate di posto dai movimenti del suolo, invadendo e sotterrando la vegetazione di quell'epoca, diedero origine agli strati di combustibili fossili, così abbondanti ne' terreni depositati in detto periodo.

L'indicata mobilità del fondo del nostro mare Miocenico ci è mostrata tanto dagli studi della sua stratigrafia, quanto da quelli de' fossili che i relativi terreni contengono. E questi ultimi studi, o gli studi paleontologici de' nostri terreni Miocenici ci provano che mentre, in generale, in principio di quel periodo si formarono depositi marini, in appresso, essendosi successivamente elevato il fondo di quel mare, ben presto questo emerse dalle onde, e su di esso si stabilirono i vegetabili terrestri del periodo stesso; ma verso al termine di esso periodo si effettuò un nuovo abbassamento, per il quale, ritornato fondo di mare quello che era

appunto la eruzione della Serpentina antica. Ma se la causa diretta della emersione o comparsa de' primi rudimenti della gran catena appenninica fosse la diretta azione espansiva della Serpentina antica, o invece l'indiretta o consensuale di questa o d'altra roccia plutonica non visibile, benchè di comparsa simultanea, al certo non sò deciderlo: io per altro credo più probabile questa seconda ipotesi.

solo formate di Sabbie gialle. Ma se invece s'esaminano nel loro insieme, e ciò considerandole a distanza, allora conoscesi agevolmente non esser dovuta, in generale, la loro individualità che alle erosioni state effettuate dai corsi delle acque nella massa del deposito Pliocenico, dopo che, essendosi sollevato, restò scoperto dalle acque del mare che lo avevan prodotto. Ciò appare chiaro ed evidente, dalla corrispondenza degli strati dalle cui testate si formano i fianchi delle singole vallecole, come ancora dallo stesso piano a cui termina la parte superiore delle colline; per cui, quando l'osservatore trovasi sulla spianata terminale d'una di queste, vede tutte le altre combinarsi quasi in un piano medesimo. Ma questo piano o per dir meglio quello degli strati costituenti l'insieme delle colline Plioceniche, giammai trovasi essere orizzontale, anzi sempre più o meno inclinato sull'orizzonte. Quantunque tale inclinazione non abbia costantemente la medesima direzione, ma spesso cangi, secondo l'influenza esercitata nelle varie estensioni del deposito dai differenti gruppi di monti della *Catena ofiolitica* a cui si trovan vicine, pure in generale vedesi esser diretta fra N. N. E. e N. N. O. Perciò, senza occuparmi di quelle inclinazioni, dirò così secondarie o eccezionali che osservansi in alcune parti del gran deposito Pliocenico, (come per esempio nelle valli della *Cecina* della *Fine ec.*), mi tratterò a parlare soltanto di quella generale presentataci dalle colline che restano nella provincia Pisana dal lato sinistro dell'*Arno*. E queste prescelgo, non solo perchè in esse il fenomeno ci è più manifesto, ma perchè il suo studio, secondo la mia maniera di vedere, offresi uno dei più validi argomenti su i quali appoggiasi la teoria della geogenia della grande pianura pisana, e delle circostanti al gruppo dei *Monti Pisani*, non che di quella ancora della Toscana meridionale.

Esaminando i primitivi rilievi di suolo che sorgono sulla sponda sinistra dell'*Arno*, di sotto al terreno della pianura prodotta dalle alluvioni di questo fiume, e che, incominciando alla *Rotta* presso *Pontadera*, continuano oltre a *S. Romano*, trovasi che detti rilievi si formano di Sabbie gialle: ed ove hanno una elevatezza un poco maggiore, presentasi al di sotto di queste la parte superiore del deposito argilloso. Procedendo sempre in direzione S. S. E., i rilievi aumentano d'al-

mare le ricuopriva e deponeva i terreni terziari subappennini o Pliocenici. Giacchè, se il livello del suolo di questa porzione della Toscana non si fosse in alcun modo nè in alcun luogo smosso e cambiato, cioè se le varie sue parti dalle quali ora si costituiscono le Colline Pisane, le Volterrane ec. avessero avuta sempre l'attuale loro situazione, talchè dal loro insieme si fosse costituito il fondo del lato meridionale d'un grandissimo bacino Pliocenico, ne verrebbe per conseguenza che il mare di quell'epoca avrebbe dovuto avere un'altezza infinitamente maggiore dell'attuale. Oppure, non ammettendo una cotanto cospicua elevazione dell'antico mare, converrebbe invece ammettere che fosse avvenuto in tutta quella estensione della Toscana un tale uniforme sollevamento, da non portare mutazione alcuna nei rapporti d'orizzontalità delle varie sue parti. Ma tanto nell'una supposizione quanto nell'altra, siccome l'insieme delle colline Pisane e Volterrane avrebbe costituito solo il lato meridionale del bacino Pliocenico, allora si sarebbe dovuto trovare al di là della sponda destra dell'*Arno* il lato settentrionale di questo bacino, cioè depositi Pliocenici analoghi a quelli della parte meridionale, ed egualmente elevati alla periferia: cioè addossati alle falde del *M. Pisano* ed a quella dei *Monti Lucchesi e Pesciatini*, su i quali avrebber dovuto risalire quanto s'elevano dal lato opposto o meridionale, cioè sino ai 522 metri, altezza, come si è detto, della città di *Volterra* (la quale è poco inferiore all'antico fortilizio della *Verruca* posto a 538 metri sopra il livello del mare). Ma vedemmo non esser così: giacchè tanto il *Monte Pisano*, quanto i monti del *Lucchese* e *Pesciatino* mancano di qualunque avanzo di simili terreni: e siccome non è ammissibile che questi prima vi esistessero, e che ne sieno stati esportati da posteriori denudazioni cotanto completamente da distruggerne ogni avanzo, perciò è giocoforza il supporre che all'epoca della produzione dei depositi Pliocenici, la porzione del *Monte Pisano* ora visibile al di sopra della circostante pianura, e quella della prossima chinata S. S. O. della catena Appenninica, avessero tal livello da restare emerse o superiori alle acque del mare pliocenico. Oltre a ciò, siccome il gruppo dei *Monti Pisani* presenta dal suo lato S. S. O., nella struttura fratturata delle masse calcaree d'*Oliveto* e di *Vecchiano*,

poi provata nel modo più evidente dall'importante fatto osservato dal Prof. Meneghini a *Rocca a Sillano*, cioè l'esistenza su quella gran massa ofiolitica, all'altezza di 540 metri, d'un lembo di Panchina Miocenica che ne aveva sopra a se altro d'Argilla turchina Pliocenica: giacchè non potendo essere stato tal lembo condotto a quell'elevatezza se non allorquando la massa serpentinoso di *Rocca a Sillano* si sollevò insieme alla corrispondente massa di *M. Castelli*, resta dimostrato con ogni evidenza che il sollevarsi di queste masse fu la causa dell'innalzamento del terreno Pliocenico.

Fino dal 1837 provai, con argomenti tratti dall'esame dei resti organici inclusi nella breccia ossifera di *Oliveto*, che lo sprofondamento dei *Monti Pisani*, di cui ho qui dietro fatto parola, avvenne dopo la deposizione del terreno Pliocenico. Posteriormente feci conoscere come le grandi masse di *detritus*, ciottoli, ghiaie, argille ec. che troviamo riunite nella *Val di Nievole* e nella *Lucchese* presso la falda della catena Appenninica, ed interposte fra il Bientinese ed il Fucecchiese, appartengono ad un gran deposito diluviale esso pure posteriore alla detta epoca pliocenica; e notai di più come la struttura di questo deposito accenni d'essere esso stato prodotto da correnti violente dirette da S. a N. e da S. S. E. a N. N. O. Per lo chè, secondo quanto scrissi fino dal 1856 (1) ed ultimamente con maggior dettaglio nella memoria *Su i terreni saliferi del Volterrano*, la più plausibile ipotesi che ammetter si possa circa alla geogenia della pianura Pisana, e circa alle cause dell'attuale configurazione di questa provincia, si è che, nello stesso tempo nel quale seguì l'ultimo sollevamento e lo squarciamento delle montagne ofiolitiche del *Volterrano*, avvenisse ancora l'abbassamento della catena del *Monte Pisano*, e sue vicinanze.

Secondo adunque l'accennata teoria, passata l'epoca Pliocenica, il suolo di questa parte della Toscana, che come si è visto era generalmente sommersa dal mare, mentre fu sollevato al S. nel Volterrano, Senese ec., si abbassò al N.; per cui, in conseguenza del movimento d'altalena avvenuto nel fondo di quell'antico mare, abbassandosi il *M. Pisano* e vicinanze, si

(1) Vedi *Studj Geologico-agricoli sulla Pianura Pisana*, memoria letta alla R. Accademia de' Georgofili nell'adunanza del 13 febbrajo 1856.

que ancora viventi in quest'epoca, pur nonostante più non si trovano tutte nei nostri paesi. E siccome i grandi ammassi di frantumi diluviali sopraccennati, e le breccie ossifere di *Oliveto* (1), sono i terreni o giacimenti formatisi nell'epoca del sollevamento di cui si tratta, e del quale son conseguenza: siccome nel primo di questi (ammassi diluviali) si è trovato un dente di *Elephas primigenius*, nelle seconde (nelle breccie ossifere) denti molari ed incisivi dell' *Hippopotamus Pentlandi*, ambidue pachidermi che si considerano come caratteristici di quell'epoca, così, come aveva annunziato, la paleontologia conferma quanto gli altri dati ci condussero a stabilire, ed anzi dà modo di determinare ancora con più precisione l'epoca nella quale avvenne la descritta grande catastrofe.

Se dopo avere studiati accuratamente i terreni pliocenici del *Pisano* ed i fenomeni geologici che ne svelano la storia, noi estendiamo le stesse ricerche sulle restanti porzioni della Toscana e del contiguo territorio Romano, troveremo che applicando a tali regioni le conseguenze di detti studj, o le deduzioni tratte da essi, vengono a spiegarsi molti fenomeni geologici che vi si osservano, e che altrimenti resterebbero incomprendibili come lo furono fino ad ora; per lo chè noi avremo la più valida conferma della teorica sopra esposta circa alle cause della attuale struttura di questa parte del suolo d'Italia, staccata così svelata da resultamenti degli studj de' nostri terreni recenti, eseguiti in questi ultimi tempi dai varj geologi.

Esaminando l'abbozzo della Carta geologica della Toscana,

(1) Le ossa di mammiferi trovate nelle così dette breccie ossifere d' *Oliveto*, cioè rinserate fra i pezzi rotti della calcària infra-liassica di quella località, appartengono per il maggior numero ad un ruminante forse del genere *Cervus*, ad un *Lagomys* o *Titanomys* ad una specie di *Bos*, all' *Hippopotamus Pentlandi* H. D. May., ad una specie di *Rhinoceros*, e ad una d' *Ursus*; in quelle di *Vecchiano* ne trovai d'un *Sus*. Nelle caverne dello stesso monte poi, come egualmente in quella delle Cave del Marmo dei *Bagni a S. Giuliano* e nell'altra posta sopra le *Mulina di Quosa* vi sono state trovate molte e belle ossa dell' *Ursus priscus* Gld. giacenti nella marna rossa più o meno cementata da carbonato calcareo. Dall' essersi trovata scoperta una di queste grotte con egual deposito d'ossa d' *Ursus priscus* anche nel *Monte Oliveto*, ne arguisco dovere avere vissuto la detta fiera, dopo la formazione delle sopra indicate breccie ossifere.

li e *Belforte*, oltrepassano a luoghi in altezza i 500 metri sul livello del mare, e quelli del primo, sul quale sta la città di *Siena*, i metri 520, così noi abbiamo ragione di arguire che il sollevamento il quale condusse all'altezza attuale la città di *Volterra*, essa pure riposante sul Pliocene, e che vedemmo essere stato cagionato dall'ultimo innalzamento di suolo, per effetto del quale molte delle nostre masse serpentinosi furono sollevate e squarciate, non si limitò alla regione occupata dalle masse ofiolitiche del Volterrano, ma si estese ancora ad oriente nella *Montagnola Senese*, a *Siena* e nei monti del *Chianti*. E se, studiando la stessa carta geologica, oppure ancora una semplice carta idrografica di questa parte d'Italia, consideriamo l'andamento de' corsi d'acque, noi troveremo che nella zona o fascia la quale, avendo la direzione da O. S. O. ad E. N. E., comprende in se la *Montagnola Senese* (1) (direzione che è appunto normale alla generale inclinazione dell'insieme del deposito pliocenico pisano e volterrano) vi ha l'attuale squarciacque del nostro continente Toscano; giacchè al N. N. O. di detta fascia le acque dei vari torrenti e fiumi si dirigono più o meno al N., mentre dal lato opposto, o al S. S. E. della medesima zona, dirigonsi al S. Ciò prova adunque che, nell'atto dell'emersione Pliocenica, l'asse del sollevamento che fu causa di questa emersione del nostro terreno, o la linea nella quale il sollevamento produsse il maggiore effetto, fu appunto quella ora accennata; la qual linea dall'esame della nostra carta geologica si rileverà incominciare ad occidente con la gran massa trachitica di *Donoratico*, passare per la *Montagnola Senese*, e dirigersi verso le masse serpentinosi della *Valle Tiberina*; per cui egli è certo che, dopo quell'epoca, il corso delle acque continentali dovette dividersi su i due versanti che si produssero.

E siccome non si può credere che un movimento così potente e di effetti cotanto grandiosi, avvenuto al certo assai profondamente sotto il fondo del mare pliocenico, non si propagasse, e non producesse effetti analoghi nella prossima anzi con-

(1) Designando, come io faccio, col nome di *Montagnola Senese* solo la regione di quel particolar sollevamento ove i terreni secondarii mostransi scoperti dai terziari, questa è limitata o incomincia a N. con *Monte Reggioni*, e termina al S. a *Stigliano*.

Se tal lago fosse stato fin da quell'epoca in comunicazione con l'*Arno*, anzichè, come ho ammesso, da questo separato, e perciò indipendente, noi dovremmo trovare sull'insieme dei colli Eocenici, che separano il *Val d'Arno* dal piano d'*Arezzo*, le vestigia dell'alveo per il quale questo fiume avrebbe dovuto passare onde introdursi nel lago stesso: come pure trovare dovremmo eguali vestigia del suo egresso dal lato opposto; mentre non solo queste vestigia mancano del tutto, ma invece noi troviamo su i detti tratti del corso di questo fiume solamente di quelle delle epoche posteriori. I fatti presentati dallo studio dei terreni che stanno nella contigua *Valle di Chiana*, comprovano poi notevolmente l'enunciata supposizione.

Nella parte di detta valle che è prossima ad *Arezzo*, come pure nel piano ove è posta questa città, si trova, al disotto delle alluvioni recenti, dalle quali ne è formata la superficie, una serie ben distinta di depositi d'acqua dolce con molta torba, la formazione de' quali è posteriore a quella del terreno Pliocenico, il che è chiaramente dimostrato tanto dagli abbondanti avanzi d'animali propri a quell'epoca che vi si incontrano (*Bos primigenius* Bojan., *Bos priscus* Schl., *Cervus euryceros* Ald., *Elephas primigenius* Blum., *Elep. africanus* L., *Elep. armeniacus* Falc., *Rhinoceros megarhinus* Crist., *Equus gigas* Giul.) quanto dal trovarsi detto terreno torboso sovrapposto al deposito Pliocenico d'origine marina, il quale ricuopre l'ossatura de' circostanti monti, composti delle solite rocce Eoceniche, cioè macigni, scisti, alberesi. Quegli strati Pliocenici marini, che costituiscono il fondo della *Val di Chiana*, si estendono ancora sui fianchi dei colli da cui è attualmente chiusa la detta valle, specialmente al S. O. ed al S., ove anzi molti de' colli stessi sono da questi depositi formati unicamente. Da ciò due conseguenze ne emergono, vale a dire: 1.^a dovere essere stata la *Val di Chiana* nell'epoca Pliocenica un seno o golfo di quello stesso mare da cui era coperto il prossimo territorio *Sanese* e *Romano*; e 2.^a che ancora colà si effettuò, dopo compiuta la deposizione Pliocenica,

miocenica, non fu più in comunicazione col mare, divenisse esso pure nell'epoca pliocenica un lago d'acqua dolce; giacchè esistono nel Museo di Bologna delle ossa fossili di mammiferi pliocenici che in Mugello appunto furono trovate.

Ora questo vuotamento non potè effettuarsi dal lato S. O. nè da quello N. E. del lago, giacchè vi erano, come vi sono anche colà adesso, de'poggi e monti che si elevano notevolmente al di sopra del terreno Pliocenico valdarnese: non lo potè dal lato o estremità S. E., ancor là trovandosi il terreno troppo elevato; il suo esaurimento dovette quindi avvenire dalla estremità N. O., per quella angusta gola che, incominciando all'*Incisa*, continuasi fino al piano di *Firenze* col quale si unisce verso *Rovezzano*, per la gola cioè dalla quale l'*Arno* passa ancora attualmente. In conseguenza di ciò è certo che la formazione di questa gola, la quale, col dare esito alle acque che formavano il lago del *Val d'Arno*, contribuì potentemente a richiamarvi quel fiume dal piano d'*Arezzo*, fù essa pure posteriore al deposito dei terreni pliocenici. Si ha dunque ragione di credere che la stessa commozione terrestre che la produsse, producesse ancora la rottura da *Arezzo* a *Val d'inferno*, rottura che attirò in *Val d'Arno* le acque provenienti dalla foce della *Valle del Casentino*.

Altra prova in favore della esposta teorica, e dell'essersi succeduti i varj fenomeni geologici nell'ordine che ho indicato, ci è data dalla natura dei fossili che si trovano nel piano d'*Arezzo* ed in *Val di Chiana*, e che qui addietro ho enumerati. Se, come ho supposto, quando fu terminata l'epoca Pliocenica, l'*Arno* cambiò il suo corso al di sotto della gola casentinese, lasciando, come dissi, il retto cammino che aveva verso il S. nel dirigersi al mare attraverso la *Val di Chiana*, col volgersi invece prima ad O. quindi al N. N. O., e ciò in conseguenza del sollevamento avvenuto nel piano di *Arezzo*, e nell'alta *Val di Chiana*, non potè a meno di farsi lento e difficile tanto lo scolo di detta *Val di Chiana*, quanto quello della parte meridionale del piano d'*Arezzo*; per cui le acque che vi arrivavano dai fianchi dei circostanti poggi, spagliandovisi e trattenendovisi, dovettero produrvi vasti impaludamenti. Di fatti questo è quello che accadde, come con evidenza lo provano gli avanzi animali e vegetali post-pliocenici dei quali ho già parlato, e che si trovano sotterrati negli strati di *Torba* e nelle terre palustri, che colà ovunque s'incontrano abbondantemente.

di detto spaco, le acque per l'innanzi contenute nella *Valle di Firenze* avrebbero potuto esse pure avere esito per il medesimo, e con esse quelle dell'*Arno*, le quali mediante la faglia dell'*Incisa*, e *Ravezzano* vi giungevano dal *Valdarno superiore*.

Così adunque, in conseguenza di quella stessa causa la quale produsse il gran vacuo o gran seno ove la pianura pisana doveva prodursi, fu condotto a sboccare nella parte più interna e più orientale, e perciò la più opportuna al riempimento del seno stesso, il primario o il maggior fiume della Toscana: il quale è di tutti gli altri il più potente e miglior colmatore, giacchè, nel suo lungo e tortuoso corso, raccoglie acque abbondanti e ricche di torbide da un numero cospicuo di fiumi e torrenti secondari.

E quì reputo opportuno il notare come, a mio credere, l'ipotesi la più probabile riguardo alla causa della gran commozione, per effetto della quale accadde l'innalzamento e rottura delle masse serpentinosi, lo sprofondarsi del *Monte Pisano* e vicinanze e tutti gli altri fenomeni dinamici manifestatisi in quell'epoca nel resto della Toscana, che ho sopra indicati, e de' quali qui ho cercato render ragione, sia quella che li fa derivare dalle potenti commozioni che debbono aver preceduto ed accompagnata la comparsa dei grandiosi vulcani della porzione del Romano limitrofa alla Toscana, cioè *Bolsena*, *Vico* e *Bracciano*. Vulcani che sorsero da quel terreno Pliocenico tuttora sommerso dal mare, il quale era la continuazione di quello già emerso in Toscana; e sul quale in appresso si espansero le grandi eruzioni sottomarine, specialmente di ceneri e lapilli, e vi produssero le così dette *Tufe vulcaniche*, delle quali, non solo nel Romano, ma anche nel Pitiglianese e Savonese, troviamo ricoperte sì grandi estensioni di terreno Pliocenico.

I resultamenti degl'interessantissimi e numerosi studi geologici del Prof. G. Ponzi, che sì gran luce sparsero sulla geogenia del Romano, appoggiano nel modo il più valido questa mia maniera di vedere.

Terreni diluviali.

Secondo quanto adunque si è detto, dopo che furono av-

ghi materiali diluviali, dal quale è rivestita la falda dei prossimi monti appenninici lucchesi e pesciatini.

La mancanza di regolari stratificazioni ne' materiali componenti le colline ora indicate, ed invece il costante caratteristico disordine con cui sono ammassati questi materiali, cioè ciottoli di svariatissima grossezza, più o meno mescolati a sabbie grossolane, o ad argille raramente pure, e quasi sempre arenose, la disposizione particolare de' loro depositi sul suolo circostante al *Monte Pisano*, non che la scarsità dei fossili che vi si incontrano, e le specie di animali a cui quelli appartennero, sono i caratteri che m'indussero a considerare tali depositi come diluviali, e come prodotti, secondo quanto già dissi, dal trasporto tumultuoso avvenuto per effetto dell'impeto delle acque levate di posto dai movimenti del fondo del mare, di tutti i materiali che trovavansi sulle superfici sommerse, e dei frantumi de' preesistenti depositi, rotti e disgregati dai movimenti stessi.

Esaminando per la prima volta i depositi de' quali si parla, trovansi nella struttura loro, ne' materiali che li compongono, ed anche nella disposizione de' vari depositi, de' fatti i quali a prima vista sembra implicino contraddizione con l'esposta teoria. Ma studiando accuratamente i depositi stessi, le correlazioni loro con le condizioni delle località ove son posti, e considerando in complesso i fenomeni da essi presentati, riconoscesi non esistere le apparenti contraddizioni, e trovasi di più che i fatti i quali sembravano contrari alla detta teoria, in realtà, giustamente interpretati, ne sono una valida conferma. Per delucidare adunque quanto si conviene la questione di questi depositi, è necessario a mio credere darne a conoscere più dettagliatamente la struttura, e le modificazioni che in questa si presentano.

I depositi de' quali si parla convien distinguerli in due serie o categorie. All'una appartengono quelli che inalzansi non poco sul livello del mare, e che trovansi addossati alla falda de' bassi monti appenninici della *Val di Nievole*, monti Lucchesi ec. Essi costituiscono masse le quali, anzichè risultare da frammenti provenienti dai terreni che formano le colline *Pisane*, *Volterrane* ec., quelle cioè sulle quali scorsero le acque nel-

te Pisano, e gli altri formanti le colline da *Montecchio* a *M. Carlo*, se considerasi la natura, la grossezza e lo stato delle superfici de' frammenti propri a ciascuno di essi, si conoscerà come questi svelino chiaramente le rispettive provenienze: cioè come dimostrino che quelli addossati alle falde de' monti si compongano di materiali staccati dai monti stessi, e quelli formanti la lunga e curva collina mediana compongansi di materiali provenienti in parte dal *Monte Pisano*, in parte dalle falde appenniniche, ed in parte ancora dai depositi Pliocenici che stanno loro avanti dal lato di mezzogiorno. Ciò stabilito, se c'immaginiamo gli effetti dell'accorrer delle acque entro al baratro che si formò attorno al *Monte Pisano* nell'atto del suo sprofondamento, noi comprenderemo come quelle acque richiamatevi dall'abbassarsi del monte e del circostante terreno, e spintevi dal sollevamento contemporaneo che effettuossi in tutto il deposito Pliocenico posto al di quà o al N. dell'asse di sollevamento, precipitandosi con grand'impeto, dovettero affluirvi con tal forza da trascinare seco loro tutto quanto di mobile trovarono sulla strada percorsa, lasciar poi i materiali di maggior volume più sollecitamente, ed in conseguenza più vicini al luogo di dove erano stati staccati, e trasportare i più minuti a maggiore distanza, e così fra loro mischiarli. In tal modo adunque le acque che provenivano dalle gole de' monti appenninici, influenti in detto seno, come quelle della valle superiore del *Serchio*, della *Pescia* e di tutti gli altri minori canali, seco loro trascinando i frammenti di alberese o di macigno, e lasciandone i grossi ammassati presso le falde de' monti, di mezzo ai quali sgorgavano, trasportarono gli altri nella gran valle, ove si mescolarono con quelli che in egual modo vi eran trascinati dalle acque che precipitavano di su i fianchi del *M. Pisano* e di *M. Albano*, e da quelle che vi arrivarono dal lato di mezzogiorno, scorrendo sopra il suolo Pliocenico delle colline pisane, volterrane ec. mentre si sollevarono.

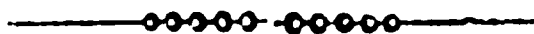
Oltre a ciò è da considerarsi come, per effetto della velocità concepita da quelle masse d'acque, le quali, mentre eran levate di posto dal suolo che s'elevava, erano ancora richiamate attorno del *Monte Pisano* dall'abbassamento che vi accadeva, dovette precipitarsi entro al gran seno posto ad oriente ed al

perto, dopo il ritiro delle acque che con il loro ringolfo gli avevano prodotti.

Quantunque dopo la formazione di questi depositi diluviali non abbiano avuto luogo in questa parte d'Italia ulteriori fenomeni plutonici analoghi a quelli che per l'innanzi più volte la travagliarono, pure in essa se ne manifestarono di quelli vulcanici, come *Soffioni*, *Putizze*, *Mofete* e le numerose sorgenti d'*Acque minerali* e *termali*: fenomeni tutti anche adesso attivi in molti luoghi d'Italia, e che certamente all'epoca della loro comparsa, cioè appena avvenuta la gran commozione terrestre della quale ho parlato, non solo erano più numerosi, ma avevano una energia infinitamente maggiore. Di ciò ci è data una prova incontestabile, riguardo alle sorgenti d'acque minerali calcarifere, dai grandi depositi de' *Travertini*, la cui epoca ci è attestata come *Post-pliocenica* dalle impronte di piante, e dai resti animali che contengono; depositi molti de' quali indubitatamente furono originati da quelle stesse sorgenti d'acque che tuttora sgorgano in mezzo ad essi, o nelle vicinanze, ma che per l'impoverimento in esse avvenuto della quantità delle loro acque, e de' principii minerali, non sono più capaci di produrre i giganteschi banchi d'incrostazioni calcaree, ai quali diedero origine nelle epoche passate. Nella parte media d'Italia, vi hanno molte località, lo studio geologico delle quali prova chiaramente quanto qui ho asserito. Tali sono le estese masse travertinose del Romano e del Senese, che somministrarono il materiale servito alla costruzione di tanti grandiosi edifizi; e quelle ancora dei *Bagni di Montecatini* e di *Monsummano* in *Val di Nievole*, cotanto ricche d'impronte delle piante proprie dell'epoca *Post-pliocenica*, e non mancanti nemmeno d'avanzi di mammiferi a dette piante contemporanei: in vicinanza delle quali masse persistono tuttora le scaturigini minerali che le produssero, ma cotanto diminuite, ed impoverite dell'elemento calcareo, da essere attualmente incapaci di continuare gli antichi depositi travertinosi.

Quale secondo esempio d'effetto d'azioni vulcaniche incominciate dopo l'epoca diluviale, e che adesso sono cessate, devonsi, a mio credere, considerare gli ammassi o filoni d'Argilla smettica che si trovano e s'escavano nel terreno diluviale delle vicinanze del-

ciò concorda pienamente con le osservazioni fatte nelle altre parti d'Europa, giacchè i detti avvenimenti appartengono appunto all'epoca così detta glaciale, la quale è parte della Post-pliocenica, e la cui influenza sulla climatologia europea è con molta plausibilità attribuita non solo ai cambiati rapporti fra i continenti ed i mari, e fra le superfici emerse e le sommerse, ma ancora al variato corso delle grandi correnti marine.



DESCRIZIONE DI NUOVE TAVOLE LOGARITMICHE DELLE FUNZIONI CIRCOLARI ED IPERBOLICHE COSTRUITE DAL PROFESSORE ANGELO FORTI E CORREDATE DELLA LORO MONOGRAFIA E DI VARIE LORO APPLICAZIONI ALLA MECCANICA ED ALL'ALGEBRA.

I.

Nel Tomo VI degli *Annali delle Università Toscane*, ho inserita una serie completa di *Nuove Tavole logaritmiche delle Funzioni circolari ed iperboliche*. Esse vi sono stampate da oltre tre anni, e nel Tomo V di detti *Annali* (anno 1858-1861) sono inserite varie applicazioni che ne feci alla risoluzione di alcuni problemi di ottica-matematica. Il ritardo sino ad ora della loro pubblicazione è dipeso da giusta ragione.

Il Ch. Commendatore Professore O. F. Mossotti Senatore del Regno d'Italia, che con lutto del paese e danno della scienza, ha cessato non ha guari di vivere, aveva da molto tempo intesa la necessità di queste Tavole e si conveniva insieme della convenienza del loro divulgamento nelle mani dei matematici a simiglianza delle Tavole dei logaritmi comuni.

In seguito ragionando meco di nuovo della utilità che se ne ritrarrebbe nella risoluzione di molti problemi così di algebra, come di meccanica razionale e di astronomia per rispetto a certi casi di triangoli sferici, ha concluso con propormi questo lavoro, lasciando a me la cura di esporre nella Prefazione ch'ei vi farebbe, la descrizione della loro costruzione e dell'uso di esse.

Mancato ai vivi quell'uomo emerito, tra i tanti e pre-

ziosi manoscritti che ne ha ereditata la scienza; si sono ritrovati quelli altresì sulle *Funzioni iperboliche*.

Per isventura essi non sono completi; nè tutti condotti ad eguale perfezione. Eseguite le parti che mi riguardavano, bisognava compiere anche quella che l'illustre Professore, si era riserbata.

Avutone l'incarico dal Ch. Prof. Enrico Betti, alla cui alta intelligenza furono sottoposti tutti i manoscritti indicati, ho impiegato le mie deboli forze, riempiendo le lacune, a pubblicare insieme alle Tavole, ed illustrati da qualche nota, quelli tra essi che si riferivano alle Funzioni iperboliche.

Gli articoli che ho dovuto aggiungere sì per compiere, come per collegare tra loro le parti scritte dal prefato Professore, sono distinti col segno * uno posto al principio ed un altro alla fine di essi.

E quì mi sento in dovere di dichiarare che questa ultima operazione mi è riuscita penosa; perciocchè quegli che aveva lasciate quelle Memorie, mi era stato affezionato maestro ed aveva efficacemente cooperato a farmi ottenere la cattedra di matematiche al R. Liceo di Pisa, alla quale io aveva concorso.

2.

La natura di questo Giornale non comporta che io esponga qui la parte storica delle Funzioni iperboliche e le loro proprietà derivanti dal loro uso nell'analisi, nell'Astronomia, e nella Fisica. Quelli che amassero di conoscerli a fondo, possono consultare i Vol. XXII e XXIV delle *Memorie dell'Accademia di Berlino* dove sono inseriti i lavori di Lambert, il quale si può considerare come il vero autore della teorica delle Funzioni iperboliche, e possono anche leggere la Prefazione che feci alle Tavole delle quali trattiamo (1).

(1) Queste Tavole circolari ed iperboliche insieme alla Prefazione che ne dà la storia, la costruzione e l'uso, si trovano vendibili presso i principali libraj di Pisa. Nel calcolo delle formule che ho stabilite per costruirle, ho fatto uso di cure assidue e scrupolose. Impiegate in varie applicazioni esse corrisposero esattamente.

Ciò che qui ho intenzione di fare, è di esporre le formule, le quali riassumono in sè le proprietà caratteristiche di queste Funzioni, e che sono state da me scelte per costruire le Tavole stesse, onde queste si prestassero ad un rapido uso e in ogni caso. Fatto questo, esibire delle formule che ho pure stabilite, le quali danno i valori delle Funzioni iperboliche corrispondenti a piccoli aumenti attribuiti ad argomenti dati e che sono acconci soprattutto nei casi in cui il metodo delle interpolazioni non fosse idoneo. Infine scegliere tra le tante applicazioni delle Funzioni iperboliche alle matematiche e alla fisica, per la quale le nostre Tavole sono utili principalmente, una ad esempio che spesso si affaccia, voglio dire *la caduta di un grave in un mezzo resistente*.

3.

Sia $A b d e C$ un circolo di raggio $A C = 1$ (*Tav. II. fig. 1*) ed $E A B$ un'iperbola equilatera di semi-assi $= 1$; le equazioni del primo e della seconda, assumendo C per centro e $A C$ e $C b$ ad angolo retto tra loro per assi della x e delle y , saranno rispettivamente

$$(1) \quad x^2 + y^2 = 1 \quad ; \quad (1') \quad x^2 - y^2 = 1.$$

Consideriamo un arco $A p = \phi$ e tiriamo il raggio $C p$, che prolungheremo sino all'incontro dell'iperbola in P . Abbassiamo $p q$ e $P Q$ perpendicolari all'asse delle x , e finalmente eleviamo dal punto A la perpendicolare $A T$ sino all'incontrare $C P$ in T .

Nominiamo ω il doppio settore circolare di cui ϕ è l'arco ed $h \omega$ il doppio settore iperbolico corrispondente; sarà

$$p q = \text{sen } \omega \quad ; \quad C q = \cos \omega \quad .$$

e per analogia

$$P Q = \text{senh } \omega \quad ; \quad C Q = \cosh \omega .$$

Sappiamo dalla Geometria analitica che

$$(2) \quad \cos \omega = \frac{e^{i\omega} + e^{-i\omega}}{2} \quad ; \quad \operatorname{sen} \omega = \frac{e^{i\omega} - e^{-i\omega}}{2i}$$

$$(2') \quad \cosh \omega = \frac{e^{\omega} + e^{-\omega}}{2} \quad ; \quad \sinh \omega = \frac{e^{\omega} - e^{-\omega}}{2}$$

essendo $i = \sqrt{-1}$.

Se dal punto d'incontro T della tangente AT con la secante CT , noi conduciamo TS parallela all'asse delle x sino ad incontrare il cerchio in S e si tiri il raggio CS , l'angolo $SCA = \tau$, è stato chiamato da Lambert *angolo trascendente* e gode di proprietà rimarchevoli ed utilissime. Intanto si ha, in seguito della costruzione suddetta,

$$(3) \quad \operatorname{sen} \tau = \tan \phi.$$

Ora vado a provare con Lambert che

$$(4) \quad \sec \tau = \cosh \omega \quad ; \quad \tan \tau = \sinh \omega.$$

Infatti dalla (3) si ricava

$$(5) \quad \sec \tau = \frac{1}{\cos \tau} = \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2\phi}} \quad ; \quad \tan \tau = \frac{\operatorname{sen} \phi}{\sqrt{\cos 2\phi}}.$$

Riferiamo l'iperbola a coordinate polari, si ha

$$CQ = x = r \cos \phi \quad ; \quad PQ = y = r \operatorname{sen} \phi.$$

Sostituendo questi valori nella equazione (1') dell'iperbola, ricaveremo

$$r = \frac{1}{\sqrt{\cos 2\phi}}$$

quindi

$$C Q = \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}} \quad ; \quad P Q = \frac{\sin \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}}$$

ossia

$$(6) \quad \cosh \omega = \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}} \quad ; \quad \sinh \omega = \frac{\sin \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}},$$

le quali confrontate con le (5), ci danno le (4).

E qui farò notare che in virtù di questa proprietà dell'angolo trascendente si può descrivere la iperbola per punti; infatti (fig. 2) condotto un raggio $C \phi$, lo prolungo in l sino all'incontro della tangente $r l$; tiro $l \tau$ parallela all'asse delle x sino ad incontrare la circonferenza in τ ; conduco il raggio $C \tau$ e lo prolungo in c sino che v' incontri la tangente $r l$; prendo $C x = C c$; innalzo da x una perpendicolare $C x$ sino a che incontri in p la parallela a $C x$ condotta da c ; il punto p è un punto della iperbola equilatera.

Come dalla (3) e dalle (6) ricaviamo τ , $\sinh \omega$ e $\cosh \omega$ in funzione di ϕ , possiamo esprimere anche l' ω in funzione di ϕ .

Dalla (2') ricavo a quest' uopo

$$\tanh \omega = \frac{e^{2\omega} - 1}{e^{2\omega} + 1}$$

da cui

$$e^{2\omega} = \frac{1 + \tanh \omega}{1 - \tanh \omega} = \frac{1 + \tan \phi}{1 - \tan \phi} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right);$$

e passando ai logaritmi tabularii, avremo

$$(7) \quad \omega = \frac{\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)}{2 \log e}.$$

Prendendo per argomento ϕ (come ho fatto per costruire le Tavole) e facendo variare ϕ di minuto in minuto primo, da 0° a 45° , ho ottenuto per mezzo di (3), delle (6) e della (7) i valori corrispondenti di

$$\tau \quad ; \quad \log \sinh \omega \quad ; \quad \log \cosh \omega \quad ; \quad \log \omega .$$

A lato a ciascuna colonna ne ho posta una per le *differenze*; interpolando le quali si ottengono le correzioni da farsi ai valori numerici di queste funzioni per un accrescimento di δ minuti secondi attribuito ad un argomento dato ϕ . Ma siccome l'interpolazione in alcuni casi ci allontanerebbe dal vero, così ho dovuto stabilire delle formule semplici, con le quali le correzioni stesse si potessero ottenere con facilità ed esattezza quando $\delta \stackrel{=}{<} 10''$.

A queste prime Tavole, ne ho fatto seguire altre sotto il titolo di *angoli trascendenti; valori rispettivi dei doppi settori iperbolici e logaritmi delle loro tangenti*.

Era infatti necessario di avere delle Tavole che dessero il doppio settore iperbolico in funzione dell'angolo trascendente τ assunto come *argomento*, come pure avere il valore del logaritmo di $\sinh \tau$, ossia della tangente ϕ corrispondenti a tutti i valori di τ da 0° a 90° .

A questo effetto riprendiamo la formula

$$e^{2\omega} = \frac{1 + \tan \phi}{1 - \tan \phi} = \frac{1 + \sinh \tau}{1 - \sinh \tau} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tau \right),$$

da cui

$$(8) \quad \omega = \frac{\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \tau \right)}{\log e},$$

da cui ho potuto ricavare ω , ossia il valore numerico del *doppio settore iperbolico* corrispondente a tutti i valori di minuto in minuto di $\frac{1}{2} \tau$ da 0° a 45° , ossia di tutti i valori di τ da 0° a 90° da due minuti a due minuti.

Per avere finalmente tutti i valori di $\log \tan \phi$ corri-

spondenti ai detti valori di τ , è bastato, in virtù della relazione (3), che io copiassi delle Tavole dei logaritmi ordinarii il valore del seno di tutti gli angoli da 0° a 90° procedendo da due a due minuti primi.

Per dare al lettore una idea precisa di queste mie Tavole, ne trascrivo due, una appartenente alle prime corrispondente all'argomento $\omega = 14^\circ. 00'$; l'altra appartenente alle seconde corrispondente all'argomento $\frac{1}{2}\tau = 7^\circ. 00'$; tanto più che di esse avrò appunto bisogno per l'applicazione alla caduta di un grave in un mezzo resistente.

250

— 14°.00' —

— 14°.00' —

Formule per le quali si passa dalle Tavole iperboliche precedenti nell'argomento di minuto in minuto, a quelle precedenti di δ in δ secondi.

Per avere il valore di τ , $\log \omega$, $\log \cosh \omega$, $\log \sinh \omega$ corrispondenti ad un argomento ϕ che contenesse anche dei minuti secondi, si commetterebbe in molti casi un errore sensibile se si prendessero le parti proporzionali delle differenze dei due valori successivi di essi i cui argomenti differiscono di un minuto primo. Per ottenere con maggiore esattezza le correzioni da farsi a quest'oggetto, ecco le formule che ho dimostrato anche per la idea che, ristampando o io od altri queste Tavole, si volesse far procedere l'argomento di 10 in 10 secondi come è stato praticato nelle Tavole comuni trigonometriche.

Si tratta dunque, avendosi

$$\log \sin \tau = \log \tan \phi \quad ; \quad \log \cosh \omega = \log \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}}$$

$$\log \omega = \log \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)}{2 \log e} \quad ; \quad \log \sinh \omega = \log \frac{\sin \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}} ,$$

trovare gli aumenti che devono subire i primi membri di queste equazioni, dipendentemente ad un accrescimento δ dato a ϕ nei secondi.

Diamo dunque un accrescimento δ alla ϕ e gli aumenti che ne risulteranno nei secondi membri saranno quelli da darsi ai primi.

Si ha dall'algebra che

$$\log \sin (x + \delta) - \log \sin x = \log \cos \delta + M \tan \delta \cot x$$

$$\log \cos (x + \delta) - \log \cos x = \log \cos \delta - M \tan \delta \tan x$$

e ponendo per approssimazione

$$\log \cos \delta = \log \cos 10'' = 0 ,$$

avremo :

$$\log \sin (x + \delta) - \log \sin x = M \tan \delta \cot x ,$$

$$\log \cos (x + \delta) - \log \cos x = -M \tan \delta \tan x ,$$

dove

$$M = \text{modulo} = \log e = 0,43429448 .$$

Ciò posto cerchiamo $\Delta \log \sin \tau$. Abbiamo

$$\log \tan \phi = \log \sin \phi - \log \cos \phi$$

$$\log \tan (\phi + \delta) = \log \sin (\phi + \delta) - \log \cos (\phi + \delta)$$

$$\log \tan (\phi + \delta) - \log \tan \phi = [\log \sin (\phi + \delta) - \log \sin \phi]$$

$$- [\log \cos (\phi + \delta) - \log \cos \phi]$$

$$= M \tan \delta (\cot \phi + \tan \phi)$$

$$= 2 M \frac{1}{\sin 2 \phi} \tan \delta ;$$

quindi si avrà

$$(1) \quad \Delta \log \sin \tau = M \frac{2}{\sin 2 \phi} \tan \delta = 2 M \operatorname{cosec} 2 \phi \tan \delta .$$

Passiamo a cercare $\Delta \log \cosh \omega$. Si ha

$$\log \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2 \phi}} = \log \cos \phi - \frac{1}{2} \log \cos 2 \phi$$

$$\log \frac{\cos (\phi + \delta)}{\sqrt{\cos 2 (\phi + \delta)}} = \log \cos (\phi + \delta) - \frac{1}{2} \log \cos 2 (\phi + \delta)$$

onde

$$\begin{aligned}
 \log \frac{\cos(\phi + \delta)}{\sqrt{\cos 2(\phi + \delta)}} - \log \frac{\cos \phi}{\sqrt{\cos 2\phi}} &= [\log \cos(\phi + \delta) - \log \cos \phi] \\
 &\quad - \frac{1}{2} [\log \cos 2(\phi + \delta) - \log \cos 2\phi] \\
 &= -M \tan \delta \tan \phi + \frac{1}{2} M \tan 2\delta \tan 2\phi \\
 &= -M (\tan \delta \tan \phi - \frac{1}{2} \tan 2\delta \tan 2\phi) \\
 &= -M \left(\tan \delta \tan \phi - 2 \frac{\tan \delta \tan \phi}{(1 - \tan^2 \delta)(1 - \tan^2 \phi)} \right) \\
 &= -M \tan \delta \tan \phi \left(1 - \frac{2}{1 - \tan^2 \phi} \right) \\
 &= M \tan \delta \tan \phi \frac{1 + \tan^2 \phi}{1 - \tan^2 \phi} = M \tan \delta \frac{\tan \phi}{\cos 2\phi}
 \end{aligned}$$

avendo fatto per approssimazione $\tan^2 \delta = 0$. Onde

$$(2) \quad \Delta \log \cosh \omega = M \frac{\tan \phi}{\cos 2\phi} \tan \delta.$$

Con metodo analogo ritrovo

$$(3) \quad \Delta \log \sinh \omega = M \frac{\tan \delta}{\tan \phi \cos 2\phi}.$$

Passiamo finalmente a $\Delta \log \omega$.

$$\begin{aligned}
 \log \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)}{2 \log e} &= \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) - \log 2 \log e \\
 &= \log \sin \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) - \log \cos \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) - \log 2 \log e
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right)}{2 \log e} &= \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right) - \log 2 \log e \\ &= \log \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right) - \log \cos \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right) - \log 2 \log e, \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} \frac{\log \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right)}{2 \log e} - \log \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)}{2 \log e} &= \left\{ \log \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right) - \log \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) \right\} \\ &\quad - \left\{ \log \cos \left(\frac{\pi}{4} + \phi + \delta \right) - \log \cos \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) \right\} \\ &= M \tan \delta \cot \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) + M \tan \delta \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) \\ &= M \tan \delta \left\{ \cot \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) + \tan \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right) \right\} \\ &= 2 M \frac{\tan \delta}{\operatorname{sen} 2 \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)}, \end{aligned}$$

onde

$$(4) \quad \Delta \log \omega = 2 M \frac{\tan \delta}{\operatorname{sen} 2 \left(\frac{\pi}{4} + \phi \right)} = 2 M \frac{\tan \delta}{\cos 2 \phi}.$$

Le (1), (2), (3), (4) ci danno la soluzione del problema che ci eravamo proposti.

Di formule affatto simili si farebbe uso volendo fare procedere le seconde Tavole di 10 in 10 secondi.

*Applicazione delle Tavole iperboliche alla caduta dei gravi
in un mezzo resistente.*

Le funzioni iperboliche sono state felicemente applicate alla teorica dell'*ascesa* e *discesa* dei gravi. Infatti:

1.° Esse conservano alle formule che danno la discesa una perfetta analogia colle corrispondenti circolari che determinano l'*ascesa*, perciocchè da queste si passa alle prime con un semplice cangiamento di segno ad una costante e colla sostituzione dei simboli delle funzioni iperboliche a quelli delle circolari analoghe. Se invece si facesse uso degli esponenziali, questa analogia sparirebbe.

2.° Siccome all'*ascesa* di un grave, succede la sua *discesa*, le formule che lo accompagnano nella prima sono surrogate, non da diverse, ma da analoghe iperboliche, tosto ch'esso incomincia a discendere.

È perciò che l'illustre Prof. Mossotti ha trattato questa teorica nella sua *Meccanica razionale* col mezzo delle funzioni circolari ed iperboliche.

Sia V il volume di una sfera di raggio r ; D la sua densità, e g la forza di gravità; la sua massa verrà data da $D V$ e il suo peso da $g D V$; che se rappresentiamo con Δ la densità del mezzo in seno del quale si muove; lo stesso volume V di questo mezzo peserà $g \Delta V$; quindi pel principio di Archimede, il peso del mobile si residuerà a

$$g V (D - \Delta) = g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 (D - \Delta) .$$

Nello scendere, la sfera subirà una resistenza per parte del mezzo stesso, la quale sappiamo che è proporzionale alla densità di questo e al quadrato della velocità v del mobile; sicchè rappresentando con σ un numero, che esprima la proporzionalità indicata, la resistenza alla caduta del grave verrà data da $\sigma \Delta v^2$ e quindi la forza motrice F della sfera si ridurrà a

$$(1) \quad F = g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 (D - \Delta) - \sigma \Delta v^2 .$$

Il coefficiente σ si suole valutare nel modo seguente; esso è proporzionale alla massima sezione orizzontale S eseguita nel mobile, e a due numeri $n + n'$ che riguardano la resistenza prodotta dalle curve secondo le quali si piegano i filetti fluidi dinanzi e dietro alla sezione S . Indicando con γ un coefficiente, costante per uno stesso fluido, avremo

$$\sigma = \gamma (n + n') S = \gamma (n + n') \pi r^2 ,$$

e quindi la (1) diverrà

$$(2) \quad F = g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 (D - \Delta) - \gamma (n + n') \pi r^2 \Delta v^2 .$$

Ora essendo la forza motrice

$$F = M \cdot f ,$$

dove M è la massa e f la forza acceleratrice del corpo, avremo dalla (2)

$$(3) \quad f = \frac{1}{M} \left\{ g \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 (D - \Delta) - \gamma (n + n') \pi r^2 \Delta v^2 \right\} .$$

Allorchè un corpo cade in un mezzo resistente, alla sua massa

$$V D = \frac{4}{3} \pi r^3 D ,$$

se ne aggiunge un'altra, la quale è quella porzione di fluido che vi aderisce, il cui volume è una frazione i del corpo che cade; onde la massa che conviene aggiungere a quella della sfera, verrà data da

$$i V \Delta = i \frac{4}{3} \pi r^3 \Delta ,$$

quindi

$$(4) \quad M = \frac{4}{3} \pi r^3 (D + i \Delta) .$$

Poisson ha trovato analiticamente che

$$i = \frac{1}{2} .$$

e quindi

$$\tau = 14^{\circ}.49'.36'',48 .$$

Andiamo ora alle prime, ed al solito interpolando, ricaveremo che a

$$\tau = 14^{\circ}.49'.36'',48 \quad \text{corrisponde} \quad \log \cosh \omega = 0,014708 .$$

Quindi dalla (6) otterremo

$$\log z = \log \frac{k^2}{g'} + \log \log \cosh (0,2617124) = \log \frac{k^2}{g'} + \log 0,014708 .$$

Fatto il calcolo, ci darà

$$z = 457^m,422 ,$$

che sarà prossimamente lo spazio che descriverà la nostra sfera nel seno dell'aria all'equatore nel tempo di 15" partendo dalla quiete. Ho detto per approssimazione, poichè $\gamma (n + n') = \frac{1}{4}$ che soddisfa abbastanza per l'aria è una palla di vetro cava di cinque pollici inglesi, noi l'abbiamo posta per la nostra .

6.

Prima di chiudere questo scritto, ci stimiamo in dovere di dire qualche cosa intorno alle Tavole iperboliche del sig. Gudermann .

Nei Vol. VI. VII. VIII. e IX. del *Giornale di Crelle*, il sig. Gudermann ha inserite le sue Tavole iperboliche, le quali sono di due specie . Le prime danno l'*angolo trascendente*, ch'egli chiama *numero longitudinale* (*longitudinal Zahl*) quando è dato il *doppio settore iperbolico*, ch'egli chiama *numero di lunghezza* (*länge zahl*) e viceversa; le altre danno i logaritmi di \sinh , e di \cosh , dato essendo il doppio settore .

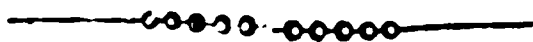
Queste seconde peraltro non cominciano dal doppio

Nell' applicazione delle funzioni iperboliche alla risoluzione delle equazioni di 3.^o grado che il lettore troverà eseguita ed esposta con ampîi dettagli nella mia Prefazione alle Tavole ho fatto notare che anche così come sono le Tavole stesse, il metodo d' interpolazione conduce ad errori affatto trascurabili. Certamente l' interpolazione non può usarsi per i valori di ϕ assai vicini a $\frac{\pi}{4}$; ma questo incon-

veniente si riscontra anche nelle Tavole ordinarie pei logaritmi dei numeri assai piccoli, pei coseni assai grandi, ec.

È perciò che ho dato le formule con cui si possono calcolare con moltissima approssimazione e speditezza le piccole correzioni corrispondenti all' aumento di δ secondi nell' argomento dato, essendo $\delta \begin{matrix} = \\ < \end{matrix} 10''$.

Dopo ciò che ho detto, porto fiducia che le Tavole iperboliche che ho costruite debbano essere di qualche utilità alla scienza.



in tempi in cui la chimica non era tanto innanzi da dare quei risultamenti che può adesso, e però prende ad esaminare solo i metodi più stimati ed in uso per comparare le analisi delle rocce — paragonarle cioè o ad analisi di minerali, o a quelle di rocce la cui composizione chimica è ben determinata. Nota l' A. i pregi del *quoziente dell'ossigeno* del Bischof, ma nota del pari che quantità diversissime di monossidi e sesquiossidi con la stessa quantità di acido silicico possono dare per risultato lo stesso quoziente — che questo non conduce a determinare il felspato contenuto nella roccia quando ad esso si aggiungono il pirossene o l'anfibolo che spesso contengono allumina — che il quoziente non rivela la presenza di acido silicico libero e che esso vien fortemente alterato dalla presenza della magnetite.

L'A. mostra essere non del tutto corrispondente allo scopo il metodo delle rocce *normali trachitiche e pirossimiche* del Bunsen, tuttochè ne riconosca il valore per le rocce che si avvicinano a quei tipi; a ragione però trova strano che il Bunsen e la sua scuola indichino insieme all'allumina l'ossido ferroso e che solo di ossido ferroso facciano parola, mentre l'ossido ferrico trovasi in molti minerali ed in parecchi casi manifestamente sostituisce l'allumina. Osserva ancora che il *t* ed il *p* essendo dedotti da rocce anidre, il metodo del Bunsen non è applicabile se non a rocce di simil natura, e che il riscaldamento per privar dell'acqua le idrate, può scomporre i carbonati — che non sempre si trovano nella roccia per effetto della decomposizione — le basi dei quali rimangono ed entrano nel calcolo alterandone la verità.

Il peso specifico può essere abbastanza utile per distinguere talune rocce, quelle in ispecie per le quali l'Abich propose di adoperarlo; ma non può valere ugualmente per tutte le rocce; poichè, fa notare l'A., che il peso specifico dei minerali che le compongono diversifica così poco che è impossibile trarne giuste conclusioni, segnatamente quando in esse si trova il pirosseno o l'anfibolo il cui peso specifico varia col variare della quantità di magnesia e di ossido ferroso che questi contengono.

Ho voluto accennare queste poche cose per far rilevare con

Nella terza serie, osserva; non potersi praticare le divisioni che si possono nella quarta, nella quale è agevole distinguere l'associazione di anortite ed anfibolo da quella di anortite e pirossene. Non si conoscono rocce formate essenzialmente di labradorite ed anfibolo, mentre esistono poi rocce labradoritiche nelle quali l'anfibolo ed il pirossene si trovano insieme.

Le basi scelte dall' A. a fondamento della classificazione l'hanno obbligato a fare un gruppo a parte degli scisti cristallini; egli riconosce che questa separazione rompe l'affinità che hanno allo gneiss, col quale fuor di dubbio si trovano talora così collegati che deve ritenersi che ebbero comune l'origine: d'altra parte osserva che vi son casi nei quali potè esserne ben diversa l'origine, essendo ormai dimostrato che la mica, il felpato si possono ottenere e per via umida e per via secca. Questa doppia genesi, io penso, può anche giustificare l'aver fatto degli scisti cristallini un gruppo speciale. In esso si è indotto l' A. a fare due sezioni; nell'una sta il quarzo, nell'altra nò; e quindi nella prima entrano il micascisto l'argilloscisto; nella seconda il cloritoscisto, lo steascisto. A questa va riferito l'anfiboloscisto, senza quarzo e ricco di magnesia.

G. Guiscardi.



**RICERCHE SULLE PROPRIETÀ OTTICHE DEI CORPI TRASPARENTI
SVILUPPATE DALLE AZIONI MAGNETICHE; E. VERDET.**

(*Compte Rendus* 19. Octobre 1863.)

(*Sunto*)

Il distinto Autore comunicò già all' Accademia di Francia il dì 6 del passato Aprile delle ricerche che stabilivano che nella generalità delle sostanze trasparenti, la dispersione magnetica dei piani di polarizzazione seguiva approssimativamente la legge della ragione reciproca dei quadrati delle lunghezze di onde, e che quella legge non soffriva l'apprezzabile eccezione alla quale essa è soggetta nel caso delle sostanze *attive* di per sè stesse.

L' A. faceva rimarcare che quella legge era assolutamente contraria a una teoria proposta dal Neumann, ma era d' accordo con le equazioni differenziali della teoria di Clerk Maxwell, o con altre equazioni contenenti le derivate terze degli spostamenti molecolari, prese relativamente al tempo. Le sue esperienze non avevano la precisione necessaria per autorizzare la scelta tra questi due ultimi sistemi, e sembravano d'altronde accordarsi con una conseguenza che loro è comune. I medesimi calcoli infatti che mostrano, che queste equazioni conducono alla legge approssimativa del quadrato delle lunghezze di onde, fanno vedere altresì che l' approssimazione di questa legge sarà tanto minore, quanto i coefficienti A_1 , e B_1, \dots , dai quali dipende il fenomeno della dispersione ordinaria, avranno dei valori più sensibili, e, d'altra parte, le sostanze che gli sono sembrate allontanarsi di più dalla legge (solfuro di carbonio, essenze, creosoto) si fanno rimarcare per la grandezza del loro potere dispersivo.

		C	D	E	F	G
Solfuro di carbonio	Formula (I)	0,589	0,760	1,000	1,234	1,715
	Formula (II)	0,606	0,772	1,000	1,216	1,640
	Formula (III)	0,943	0,967	1,000	1,034	1,091

		C	D	E	F	G
Creosoto	Formula (I)	0,617	0,780	1,000	1,210	1,603
	Formula (II)	0,623	0,789	1,000	1,200	1,565
	Formula (III)	0,976	0,993	1,000	1,017	1,041

È chiaro che la formula (III) è assolutamente contraria all'osservazioni, che la formula (II) se ne allontana assai, e che la formula (I), che sembra concordare nel caso del solfuro di carbonio, non soddisfa in alcuna maniera nel caso del creosoto. La discussione dei dati numerici dell'esperienza mostra che per stabilire una coincidenza tra la formula (I) e l'osservazione, nel caso del creosoto, bisognerebbe supporre un errore medio di *quaranta minuti* nelle misure delle rotazioni, ed eziandio ristabilendo così l'accordo per le righe *G* e *D*, si aumenterebbe la discordanza per le righe *F* e *G*, e *viceversa*.

Alcuna delle teorie proposte fin qui non è dunque confermata dall'esperienza. Di più sembra all'A. potersi affermare, che lo sviluppamento del potere rotatorio magnetico non è il risultato di un meccanismo unico, lo stesso in tutti i corpi, e turbato solamente per le cause dalle quali risulta il fenomeno della dispersione. Questo meccanismo sconosciuto ha senza dubbio un carattere comune in tutti i corpi, poichè sembra che in tutti i corpi i fenomeni seguano *approssimativamente* la medesima legge; ma esso deve altresì offrire delle particolarità speciali a ciascun corpo, che la conoscenza delle proprietà ottiche è insufficiente a fare prevedere.

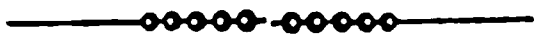
Resta d'altronde stabilito che l'esistenza d'una grande dispersione ha per conseguenza di perturbare sensibilmente la legge semplice del quadrato delle lunghezze di onde, senza essere la causa unica di questa perturbazione. È così che l'esistenza di una forte refrazione ha per conseguenza consueta un forte potere rotatorio magnetico, senza che queste due proprietà fisiche sieno in una relazione costante l'una coll'altra.



LEZIONI SULLA TEORIA MECCANICA DEL CALORE, DI VERDET E
SUI PRINCIPI DELLO ZUCCHERO, DI BERTHELOT, RIV. BI-
BLOGRAFICA.

La Società Chimica di Parigi ha stampate queste lezioni in un solo volumetto, intitolato: *Lezioni di Chimica e di Fisica fatte dai sigg. Verdet e Berthelot*, perchè bene si intenda lo scopo e la utilità di quelle lezioni, noi riportiamo qui le seguenti parole del Verdet :

« L'annuncio di un giornale scientifico pubblicato da qualche anno in Germania (*Fechner's Centralblatt für Naturwissenschaften und antropologie*) prometteva al lettore *tutto ciò che uno scienziato dedicato ad una scienza speciale, ma preoccupato della connessione di questa scienza con le altre, avrebbe desiderato conoscere delle altre scienze*. Queste parole sembrano il programma dell'insegnamento che la Società Chimica di Parigi vuole fondare; ed esse esprimono il principio che mi ha guidato per queste due Lezioni che pubblico ora, e che per conseguenza non sono esposte nè affatto in guisa popolare, nè contengono metodicamente l'insegnamento completo della teoria meccanica del calore ».



**DELLA CORRELAZIONE DIRETTA FRA LE FORZE MECCANICHE E
LE CHIMICHE; DI HENRY CLIFTON-SORBY.**

(The Bakerian lecture)

L'Autore, noto come geologo, ha impresso a mostrare che vi è fra le azioni chimiche e le forze meccaniche quella correlazione che vi è fra le altre forze della natura, per cui l'una può trasformarsi nell'altra e viceversa; e si è proposto di determinare in alcuni casi l'equivalente meccanico delle forze chimiche.

Egli comincia dal sottoporre certi corpi ad una fortissima pressione, riempiendo dei tubi di vetro con quei corpi, naturalmente liquidi, ad una temperatura anche più bassa di quella dell'atmosfera, cosicchè quando essi erano chiusi e riscaldati il liquido si dilatava e accresceva così la grande pressione formata dal vapore. In questo modo l'A. ha potuto mantenere per alcuni mesi dei corpi sottoposti alla pressione di cento atmosfere, misurate al solito coi piccoli tubi capillari manometrici. L'A. comincia dallo studiare l'influenza della pressione sopra il punto di fusione.

È noto che Bunsen e Hopkins hanno mostrato che le sostanze che nel fondersi si dilatavano, avevano il loro punto di fusione accresciuto sotto la pressione meccanica: Ciò che equivale a dire che dovendo una forza meccanica esser vinta nell'atto della fusione, la tendenza a fondere dev'essere accresciuta dal calore perchè quella opposizione possa esser vinta.

Quindi la pressione richiesta per mantenere un solido ad una temperatura superiore al suo punto naturale di fusione rappresenterà meccanicamente la forza con cui tende a fondersi a quella temperatura. Il Prof. Thomson ha inve-

Nel caso di sali che occupano meno spazio quando son disciolti che quando sono solidi, la pressione, come la temperatura li rende più solubili.

Dalle esperienze fatte sopra diversi sali l' A. ha dedotto la quantità di forza meccanica che diviene in qualche modo latente nell'atto della soluzione.

L' A. è indotto a concludere che l'accrescimento di solubilità dovuto alla pressione, varia direttamente col cambiamento di volume; e inversamente coll'equivalente meccanico della forza delle polarità cristalline, cosicchè, se s è la quantità totale del sale che si discioglie senza pressione, c la funzione del cambiamento di volume nel disciogliersi ed m la funzione relativa dell'equivalente meccanico della forza della polarità cristallina, la solubilità ad una data temperatura sotto la pressione di p atmosfere è espressa da $S + \frac{p \cdot c}{m}$. Se il sale si espande nel disciogliersi come p. es. il

sale ammoniaco c è negativo e l'espressione diviene $S - \frac{p \cdot c}{m}$, cioè la solubilità è diminuita. Quindi non essendovi variazione di volume nel disciogliersi, la pressione non altera la solubilità.

Vi è dunque una correlazione diretta fra la forza meccanica, le forze di cristallizzazione e la solubilità.

Partendo dalle analogie generalmente ammesse fra la solubilità e la combinazione chimica, si può supporre che la pressione debba esercitare una certa influenza anche sopra l'affinità. L' A. ha tentate alcune esperienze in questo senso; e sottomettendo a fortissime pressioni carbonato di barite e una soluzione forte di protocloruro di ferro per molti mesi, ha infatti ottenuto una doppia decomposizione in quantità maggiore del 20 per cento circa, che senza pressione. Variando i composti che faceva reagire sotto la pressione ha trovato che l'azione chimica in alcuni casi era diminuita, in altri accresciuta ed in altri alterata.

L' A. fa alcune applicazioni ai fenomeni geologici e mineralogici dei risultati a cui è giunto; e ritiene che alcuni fatti connessi col metamorfismo delle rocce e coi fenomeni

della sfaldatura (slaty clivage) possono essere spiegati dalla correlazione stabilita fra la forza meccanica e l'azione chimica; e già si conoscono i fatti che provano la relazione che vi è nei cristalli fra certe direzioni in cui si sono formati secondo una pressione più o meno forte e la struttura e forza magnetica.



S O M M A R I O

I. Avvertimento. — Importanza della fisiologia come scienza indipendente da ogni altra. — Necessità dell'insegnamento fisiologico sperimentale in Italia, ricavata da tre motivi. — La costituzione scientifica della fisiologia debb'esser composta di tre parti, che siano infra loro distinte; Empirica, Sperimentale, Induttiva: se ne dimostra la necessità per due ragioni. — Quale sia la vera natura dello sperimentalismo. — Si tocca delle due formule, in cui si raccoglie e consiste la virtù del pensiero così dei filosofi, come dei naturalisti italiani. — Che cosa è la fisiologia per rispetto alle discipline dette ausiliarie. — In che consista il valore scientifico dell'anatomia, della micrografia, della chimica, della fisica e simili. — Perché il più vero e peculiar criterio della fisiologia debba essere l'esperimento diretto. — La possibilità della fisiologia, come scienza, si fonda sopra tre condizioni, donde logicamente scaturiscono le sue tre parti; e tre sono perciò i sistemi fisiologici fondamentali: empirismo, sperimentalismo e vitalismo. — Perché il solo sperimentalismo sia capace di porre in accordo il primo col terzo sistema. — Qual è il *criticismo* nella scienza speculativa, tal è lo *sperimentalismo* nelle scienze di natura fisica. — Necessità della induzione biologica speculativa: in che debb'ella consistere. Una parola intorno all'odierno materialismo dei fisiologi alemanni. — Epilogo.

II. Quale sia la nostra intenzione nell'esporre la somma degli esperimenti fisiologici del Prof. Schiff. — Metodo ch'egli adotta nel suo insegnamento. — Il naturalista Schiff è propriamente un fisiologo *sperimentatore*. — Breve saggio delle sue lezioni sperimentali: 1. Intorno al movimento vibratile. 2. Intorno al movimento muscolare. 3. Della contrazione muscolare. 4. Contrazione idiomuscolare e neuromuscolare. 5. Intorno all'azione del curare. 6. Rigidità cadaverica. 7. Effetti meccanici della contrazione. 8. Spiriti percotenti. 9. Fisiologia del midollo spinale. 10. Sostanza grigia. 11. Cagioni che modificano l'energia dei moti riflessi. 12. Intorno alla legge del Bell o piuttosto del Magendie. 13. Sensibilità del midollo spinale. 14. Trasmissione della sensibilità. 15. Potenza trasmissiva della sostanza grigia. 16. Potenza trasmissiva generale della sostanza grigia. 17. Moltiplici direzioni della sensibilità. 18. La sostanza grigia trasmette la sensibilità nella direzione del capo verso l'estremità caudali. 19. Proprietà *estesotica* della sostanza grigia. 20. Il grado della sensibilità è in ragione diretta della quantità di sostanza grigia distrutta. 21. La sostanza grigia non diventa sensibile. 22. La sostanza grigia non è la sola parte del midollo che sia capace di trasmettere la sensibilità; bensì è l'unico mezzo per trasmettere le sensazioni di dolore, di pressione ed altre simili.

AVVERTIMENTO

Nel periodico fiorentino la *Nazione* (1) dando contezza delle lezioni sperimentali fisiologiche del chiarissimo Prof. Maurizio Schiff, io promettevo, ai cultori della fisiologia, un ragguaglio analitico degli esperimenti che egli, con sì esquisito magistero di arte sperimentale, eseguì fra noi quest'anno in Firenze. Ed è pur mestieri che coteste esperienze, a cagione del pregio e del valore scientifico ch'esse contengono, sien fatte note agli studiosi naturalisti; massime oggidì fra noi, appo ai quali cominciano a risorgere nel più verace loro indirizzo gli ottimi e severi studj della fisiologia sperimentale; siccome ce ne fanno assai chiara fede le non poche cattedre già istituite presso che in tutte le italiane Università.

Eccomi, adunque, a mantenere la promessa. E poichè il destro mi si porge or più che mai opportuno, voglia consentirmi il cortese lettore che io, togliendo occasione dalla rassegna critica dei suddetti esperimenti, possa rapidamente accennare un mio pensiero, intorno alla scienza della vita: il qual pensiero mi sarà dato forse di poter esporre in maniera men breve in altra congiuntura; mentre ora terrommi contento di venirne segnando le somme linee, senza la presunzione vana e imperdonabile di farmi innanzi ai fisiologi siccome giudice e maestro.

In due parti sarà diviso il presente lavoro: nella prima si dirà un nonnulla intorno alla fisiologia in generale; e nella seconda prenderemo ad esporre, ed esaminare per sommi capi e nei loro aspetti più rilevanti, gli esperimenti dello Schiff. Taluno forse non saprà scorgere il conveniente legame fra queste due parti; e forse tant'oltre porterà il suo giudizio, da reputare per lo meno superflua o inutile la prima, per rispetto alla seconda tanto positiva, e profittevolissima. Il legame ci è, per chi lo sappia vedere, e intendere; ed è intimo, e immediato. Coloro poi che queste cose riguardino come di poco frutto, o di nessuno, ben potranno saltare a piè pari l'una, e correr difilati

(1) V. il num. 13 Luglio 1863.

all'altra; la quale nondimeno può esser letta e intesa, senza il soccorso della prima. E frattanto vogliano sapere cotestoro, che oggi nella dotta Alemagna i fisiologi materialisti; che pur vi sono in gran numero, e singolarissimi; amano di filosofare, e sottilmente speculare intorno al soggetto di loro scienza: perchè dunque in Italia, culla e nutrice fecondissima di assennata filosofia, non s'ha a discorrere intorno alla costituzione generale e scientifica della fisiologia?

Nella prima parte quindi ci permetteremo di accennare a fuggevoli tratti, queste due cose: primo, la importanza e la necessità dell'insegnamento di fisiologia propriamente sperimentale in Italia, massime in Firenze; secondo, quale sia nel dì d'oggi l'indirizzo di questa disciplina, e, guardata in sè stessa, quale abbia ad essere la sua costituzione scientifica; ch'è quanto dire, il principio, il metodo e il fine ch'ella deve poter conseguire. La quale seconda tesi, come ben sanno coloro che intendono appieno cosiffatte materie, certo meriterebbe assai più lunghe e feconde pagine che non sono nè possono esser queste, avvenutemi scritte di presente; chè mi sarebbe stato d'uopo entrare in quell'ardua e spinosa e agitatissima questione intorno alla vita, alla cui soluzione, qual ella siasi, è pur necessità che concorrano in principal modo le fisiologiche e patologiche discipline, non meno che la psicologia così detta empirica. Nella seconda parte poi ci faremo a toccare degli esperimenti del Prof. Schiff, presentandone quasi un saggio di lezioni fisiologiche sperimentali; talchè inteso il fine, e vedute le intenzioni onde abbiamo scritto l'una, il lettore potrà dare di per sè medesimo il giusto valore ai risultamenti sperimentali dichiarati nella seconda.

I.

Non è chi non sappia rilevare la somma importanza dell'insegnamento di Fisiologia sperimentale, sostenuto dal famoso Prof. Maurizio Schiff in Firenze. Chè a dir vero, lo studio della scienza fisiologica, condotto per via d'esperimenti *diretti*, e coi vevoli soccorsi delle *vivisezioni* accuratamente e coscienziosamente eseguite; egli è insegnamento, diremmo quasi, affatto nuovo fra noi. Niuno per certo saprà recare in dub-

vero e per fondamento immediato alla nosologia, come scienza, la fisiologia.

Inteso a questa maniera il vero concetto della scienza di cui si fa parola, con sicuro giudizio puossi affermare: che, come disciplina guidata principalmente dal criterio dello sperimento diretto e della vivisezione, ella ha fatto non lieve difetto negli studj universitari italiani; massimamente in questa prima metà del presente secolo. E quando non vogliamo grandemente illuderci nelle proprie forze, e fanciullescamente baloccarci con nomi fastosi e con un passato pur gloriosissimo, ma che non più ci appartiene; quando non ci domini e vinca quella cieca e meschina *boria nazionale* di cui parla il Vico; onde alcuni italiani non sanno, o non vonno levar l'occhio della mente oltre l'alpe e al di là dei mari; ci è pur forza apprendere la scienza da coloro che ormai possiedono la intiera, e nelle cui mani è addivenuta *positivamente* profittevole, compiutamente pratica, e severamente analitica.

Tal si è della fisiologia sperimentale, e dei naturalisti fisiologi italiani. E in vero, quai libri solidi e profondi di fisiologia, come trattati compiuti della scienza della vita, vantar potevasi in Italia innanzi che il nostro chiarissimo Salvatore Tommasi pubblicasse l'opera sua, e, se pur vogliamo, pria del trattato fisiologico del dottissimo Gallini? E chi è mai che volesse negare a questi, e ad altri non pochi espertissimi naturalisti, merito singolare, e pieno diritto alla gratitudine, non meno dei giovani studiosi italiani che dei dotti fisiologi? Per certo furon essi i primi, in ispecie il Tommasi, a fornirci d'un libro intorno alla scienza della vita, che in gran parte contenesse valor pratico, e mostrasse colorito veramente sperimentale; massime nella fisiologia del sistema dei nervi, e nelle teoriche risguardanti l'origine e la natura del principio vitale: il che nei trattati non molto antichi, pareva anzi, diremmo quasi, un romanzo, più che un lavoro analitico di mente rigida e misurata nelle indagini induttive del sapere naturale. Ma chi è quegli, per avventura, che oserebbe agguagliar cotesti libri con gli ultimi lavori fisiologici stranieri? Saggio consiglio e' si fu, adunque, il richiamare presso di noi alcuni valenti e provatissimi sperimentatori, acciocchè potessero comunicare e saldamente imprimere

Firenze s'aveva a sentir profondo il bisogno d'una speciale cattedra di fisiologia sperimentale; dove Felice Fontana inaugurò la scienza istologica, eseguì 6000 e più esperienze, e fece uso di 3000 vipere, avanti di stabilire e porre in sodo le leggi più importanti dell'assorbimento; dove, primo fra tutti, Francesco Redi vittoriosamente combatteva le esagerazioni degli Eterogenisti; dove dalla gloriosa scuola Galileiana si venne proclamando quella sapientissima sentenza, onde nel mondo del pensiero manifestossi la coscienza ed il profondo valore dell'esperimento, e nella quale si racchiude il gran significato della filosofia della natura: *provando e riprovando*.

Per le quali considerazioni non è a dirsi quanto necessario egli fosse tale insegnamento in Italia, e specialmente in Firenze; non solo a cagione del difetto, che pur se ne sentiva, ma eziandio per le grandi e cospicue tradizioni scientifiche, onde di tanto può tenersi onorato questo paese. Ma se dal difetto, non meno che dalle tradizioni di cotale disciplina, abbiám potuto argomentare la necessità di siffatta cattedra, non potremo forse indurla con più legittimità razionale ove ci facessimo a considerare la natura istessa della scienza fisiologica? Senza dubbio; l'importanza di tale insegnamento affatto sperimentale, noi potremo con maggior validità logica argomentarla dal procedimento storico, e dalla costituzione intima della scienza onde facciamo parola. Del che diremo tanto che basti a significare in questa nostra scrittura il concetto che noi ci siamo formati della biologia.

Oggi è mestieri saper distinguere due cose assai fra loro differenti, vogliam dire la fisiologia *empirica*, e la fisiologia *sperimentale*. Entrambe formano parte integrale della scienza della vita organica; entrambe si appoggiano sulla osservazione, e sul nudo fatto; procedono amendue in maniera induttiva: ma, ciò che importa rilevare, l'una è osservazione *passiva*, dove che l'altra è esperimento, ch'è quanto dire, osservazione *attiva*. L'ordine col quale congiungonsi è il medesimo, vuoi nel corso storico della scienza, vuoi nel procedimento che segue lo spirito tosto che egli imprenda a comporre la scienza. La osservazione empirica fisiologica è, senza alcun dubbio, la necessaria condizione, anzi il precipuo fondamento dello sperimen-

pretende ripetere, quanto fia possibile, ciò che la pura osservazione dell'organismo gli abbia fatto apprendere: perchè, insomma, la mente del naturalista oggidì, per cui sappia intendere l'interior moto che la spinge, vuol sottoporre, vuol vincere, vuol dominare la natura. Ecco il gran significato della scienza fisiologica nel dì d'oggi. Chi non sappia, o non voglia riconoscere e altamente pregiare questa novella attività dell'odierno pensiero dei naturalisti, può andar sicuro di non avere inteso nessuna di queste tre cose: primo, che mai sia la *scienza* in sè stessa; secondo, com'ella abbia a procedere nella sua formazione storica; terzo, quale sia per avventura la comune odierna tendenza del sapere in universale. E quì non so tenermi dal non esprimere un altro mio pensiero; e però voglia compatirmi il cortese lettore. Tutti, e vò dir naturalisti, filosofi e artisti, con intera e chiarissima convinzione dovremmo oggi accogliere nell'animo questo, per me, impugnabile vero: che le due grandi scuole dei tempi moderni, per chi ne sappia scorgere il più vero significato, valsero appunto a comunicare al pensiero questo movimento dialettico, nella duplice via della scienza in generale, cioè nel sapere sperimentale, e nel sapere speculativo. E in due semplicissimi, quanto sapientissimi pronunziati, conchiusero (se potessi così esprimermi) tutto il loro spirito, deponendovi ad un tempo i germi fecondissimi dell'avvenire. Perciocchè, se la scuola del sommo Galileo sentì la necessità, non pur della osservazione, ma più ancora dell'esperimento, proclamando che la scienza vuol riposare sul *provando e riprovando*; la scuola del massimo Giovan Battista Vico, più chiaramente potè sentire cotal necessità; e con la profonda coscienza speculativa, ne formulò quel notissimo principio, il quale, snaturato, può far largo partito a differenti, anzi contrarie dottrine filosofiche: *criterio del vero è il farlo*. Ecco le due altissime verità, le quali, siccome fari luminosi, sono capaci di spandere, per chi sapesse convenevolmente rimirarle, assai chiaro fulgore sul procedimento storico della moderna italica filosofia. L'una di queste due verità fecondissime dovea sorgere nello spirito degli italiani, innanzi che l'altra si venisse manifestando al loro pensiero; stante che, secondo una legge quanto universale tanto imprescindibile, la osservazione delle sensate cose è forza che

darla, e sa innalzarla al seggio di facoltà scientifica. La quale, avvegnachè debba muovere dall'empirismo, nondimeno è capace di vincerlo, di sorpassarlo, e d'imprimere all'esperimento natura critica e speculativa. Ond'è che può dirsi, in generale, che l'esperimento, guardato in sè stesso, è ministro di nuova luce alla mente di quei naturalisti che osservano perchè indagano, non mai a coloro che indagano perchè osservano: questo è il significato più vero del famoso detto di Bacone, *experimentum lumen accendit*. Coloro che più vannosi predicando *sperimentalisti*, in sostanza non sono che gretti empirici; non sono che meschini osservatori di quella scorza, onde in maniera densissima agli occhi nostri si cuopre la natura; però il loro esperimento *mera palpatio est*, secondo l'appellazione dello stesso Bacone. E volete riconoscerli, cotesti sazievolissimi paladini del senso e della materia? Fatevi a chieder loro la ragione intima, per cui la scienza, in generale, vuol esser composta ed organata per via d'esperimento. Altro non sapranno ripetervi, in mia fede, che quelle insignificanti e ormai viete parole, proprie delle menti volgari perchè vuote d'ogni senso scientifico: *per sapere e' bisogna osservare e sperimentare; conoscere fatti, e non altro che fatti*. Ma, perchè mai il sapere sta nel conoscere fatti, e le immediate induzioni che dai fatti stessi emergono? Essi la ignorano affatto cotesta ragione; e, poichè la ignorano, perciò non potranno esser giammai quello che superbamente pretendono d'essere. Usurpano ingiustamente il nome d'*sperimentalisti*, quando in realtà altro non possiedono, questi meschini empirici, che la bugiarda maschera del verace esperimento!

Ma torniamo in via, e facciamoci a ricercare, come l'esperimento diretto costituisca il vero criterio della fisiologia.

Se una disciplina abbia in sè qualità e valore di individualità scientifica; il criterio ond'ella vien sostenuta, vuol essere anch'esso indipendente da ogni qualunque altro; o, per lo meno, avente un fine proprio e peculiare. Tal si è la fisiologia; e tal è appunto l'esperimento diretto. La scienza che im- prende a studiar la vita, vuol esser l'*unità* dell'anatomia, della fisica, della chimica, della elettrologia e delle altre scienze affini, se pur ve n'ha. La mente del biologo impone tale uni-

di causa; e la empirica osservazione facea le veci dell'esperimento. Oggi al contrario si pensa, e si dee pensare, tutt'altramente. L'anatomia, in sè stessa considerata, non ha valore di scienza, avendo natura meramente descrittiva. Il suo ufficio, adunque, debb'esser questo: porgere alla mente del fisiologo non altro, che la materia, o l'obietto alle indagini biologiche.

Assai più rileva alla fisiologia, la Istologia; come quella che ne ha maggiore e più intima l'affinità; per il qual motivo ha forse prodotto molte questioni, e poco o nulla ha potuto insegnarci quanto alle funzioni. Il microscopio, infatti, ci ha rivelato l'esistenza d'alcune papille o corpuscoli, che poi alcuni han voluto ritenere come l'organo essenziale del tatto; alla qual conclusione non osò giungere lo scopritore di essi, Filippo Pacini. Ma si è poi risposto, che la lingua del pappagalio è pur fornita della facoltà tattile, e nondimeno ella manca delle suddette papille. Il microscopio ha rinvenuto altresì e distinto le cellule apolari, unipolari e multipolari, tanto nel cervello, quanto nei gangli. Quindi sonosi stabiliti i due centri, il Cerebro-spinale, e il ganglionare simpatico, o gran simpatico. Ora si avverta che questi centri non possono dirsi tali nei vertebrali, perchè il gran simpatico ne è sfornito di facoltà centrale, non essendo organo capace di manifestare la legge della *reflessione*. Negl'invertebrati, al contrario, voglion esser riguardati come centri, appunto perchè godono, e ci addimostrano la virtù riflessa. I microscopisti, adunque, cioè coloro tutti che pretendono di veder sottile e non di rado veggon grossissimo, reputavano centro il gran simpatico; mentre l'esperimento diretto ci dimostra tutt'altro. Il perchè affermiamo, che la micrografia, vogliam dire il considerare gli elementi e la forma istologica, nello studio dell'organismo, non può tener luogo di criterio fisiologico; perchè, o non giunge a farci conoscere la funzione, ovvero, volendosi appoggiare sulle argomentazioni induttive, ne oscura e ne falsa la naturale verità. Come l'anatomia, dunque, neppur la micrografia, a dir proprio, è scienza, bensì empirica descrizione; e il suo ufficio sta nel farci conoscere le condizioni dell'organo, ch'è dire la forma e gli elementi istologici, non già la funzione, cioè la condizione assoluta e primitiva dell'organo.

acconcio esempio da un altro ordine di scienze. L'elemento geografico e l'elemento enologico, disse un filosofo alemanno, è la cuna, l'istrumento esterno entro al quale e col quale, non per il quale, lo spirito svolge l'attività propria, intima e indipendente. Guai per chi riputasse d'aver fatto la filosofia storica d'un popolo, e determinati gli elementi della civiltà e dell'indole di esso, descrivendone la geografia e le attinenze fisiologiche, fisiche ed etnografiche! Parimenti l'organo improntato da una forma specifica, è lo strumento, il mezzo, la condizione visibile, con cui, e attraverso cui si palesa la funzione, cioè l'atto d'una potenza che è superiore all'organo, che lo produce, lo domina, lo subordina, e per suo mezzo a noi si manifesta.

Il medesimo dir potremmo in quanto alla chimica ed alla fisica. Le quali per sè medesime non possono formare criterio, e tanto meno dottrina fisiologica. Leggi fisiche e leggi chimiche han luogo nella natura organizzata, nella natura organica, nella natura universale; ma in assai diverse condizioni, e con significato differentissimo. Di fatto, leggi chimiche regolano la digestione, e leggi idrauliche guidano la circolazione; leggi ottiche piglian parte nella funzione dell'occhio, e leggi acustiche in quelle dell'orecchio: ma da natura affatto nuova e differente vengon elle informate; perciocchè, se le une son leggi chimiche e meccaniche, son pur nutritive; e se le altre son fisiche, sono altresì psichiche. Ond'è che nell'organo non trovasi, a dir proprio, la legge chimica e la legge fisica, ma sì la rappresentante perfetta di esse; vi è l'unità, di cui esse formano la varietà; vi è l'atto, di cui esse costituiscon la potenza; vi è l'originale, di cui esse sono la copia. In sostanza raccogliamo tutto il nostro pensiero in questa sentenza: che il mondo inorganico è la *espressione*, il segno, il simbolo del mondo organico; e il mondo organico, alla sua volta, è l'espressione o il segno rappresentativo (come direbbero i filosofi platonici), del mondo dello spirito, delle menti, delle idee e di Dio.

L'organismo, adunque, ovvero l'organo come tale, è di natura fenomenica; e però, a vederne il significato e intenderne l'idea, non basta certo il volerlo studiare in senso chimico e fisico, morfologico e istologico, ma è d'uopo studiarlo eziandio

po stesso, anima e vita alla circolazione universale. Ed è questo l'espedito più valevole e pur sicuro, a poter eseguire quelli esperimenti che con certezza producon la morte dell'animale. Altre esperienze per sè lunghe e difficili, quelle segnatamente riguardanti i fenomeni della sensibilità, vanno eseguite, e ben si possono eseguire, sull'animale vivente. Ecco, per cotal mezzo fatto sicuro il criterio più valido, che sia possibile nelle mani dei fisiologi, vogliam dire l'esperimento diretto, mercè della vivisezione; sorgente più vera della fisiologia sperimentale.

Innanzi di passar oltre, è bene frattanto raccogliere in breve le cose fin qui rapidamente discorse, e diciamo: 1° che la fisiologia dee fare da sè, non potendo essere il resultamento, nè l'accozzo delle scienze poco fa menzionate; 2° che il criterio più immediato e specifico, onde può solamente costituirsi la sua individualità, e validità scientifica come disciplina di natura induttiva, consiste in principal modo nell'esperimento diretto e nella vivisezione; 3° finalmente, che al di là delle leggi fisiche, chimiche, meccaniche, istologiche, morfologiche ed anatomiche, v'ha pure un'altra legge, la quale non è lecito confondere con le suddette, o con alcuna d'esse scambiandola, o in qual vogliasi maniera identificarla.

Ora, intese bene tutte queste cose, noi domandiamo: se la fisiologia vuol esser fatta sperimentando *direttamente*, rendendola, perciò, indipendente dalle altre scienze affini; non è forse necessario innanzi l'aver nella mente un'idea, un intento, uno scopo da raggiugnere? Ove così non fosse, come potremmo salvarci da questa contraddizione: il porre in opera, cioè, l'esperimento diretto, non additando nè designando un fine a cui potesse volgersi il pensiero? Non verremmo a confondere in tal caso l'esperimento diretto, con la osservazione empirica e passiva? E se ciascun esperimento argomenta per necessità uno scopo; tutti gli esperimenti che il naturalista filosofo sa e vuol porre ad effetto, tanto di natura chimica e fisica, quanto di natura istologica ed elettrofisiologica; non richiedon forse un fine ultimo, e supremo, e universale nella mente del fisiologo? E se lo sperimentatore non vorrà guardare a questo fine, io domando: la sua fisiologia sperimentale potrà essenzialmente distinguersi dalla fisiologia empirica? Eccoci al punto;

ciò, e tutte le scienze, come si disse, cominciano dal puro empirismo; nè v'ha alcun dubbio; ma nella mente sta la virtù d'un'attività speculativa potenzialmente infinita, che coi soccorsi empirici e coi criterj sperimentali sa scorgere un fine, sa svolgerlo, sa imprimergli natura di principio, e crearne perciò la scienza conveniente.

Per le quali cose possiamo affermare, che una legge comune presiede alla costituzione di tutte, e di ciascuna scienza; e però a quella non meno della fisiologia. Perocchè triplice è la condizione d'una disciplina, come avente valore d'individualità scientifica; vogliam dire, un *oggetto* o materia; un strumento e alcuni mezzi, cioè un *criterio*; e finalmente un *fine*, o principio. L'oggetto della fisiologia è il processo vitale, ch'è quanto dire la *funzione* (sia chimica, sia morfologica); non già l'organismo, come taluno direbbe, confondendo perciò l'oggetto della fisiologia, con quello dell'anatomia. Suo strumento, o criterio, è l'animale sottoposto alla vivisezione; e suoi mezzi sono appunto la chimica, la fisica, l'anatomia, e la micrografia. Il suo fine, da ultimo, è nella mente del fisiologo; e consiste nello andare scrutando l'unità nel proprio oggetto, vogliam dire l'*unità della vita o della funzione*; perocchè senza unità non sia possibile mai il sapere per via di scienza. Or si voglia por mente a quel che segue: dalle tre condizioni qui menzionate, sulle quali riposa tutto il concetto di qualsivoglia scienza, e però quello eziandio della stessa fisiologia; nascono le tre parti ond'ella vuol esser composta, perchè sotto un triplice rispetto la mente può ad esse riferirsi. Primo, la parte empirica, come innanzi affermammo; la quale studia l'organismo nei suoi processi vitali, negli atti fondamentali della vita, o nella sua funzione, rilevandone le leggi fisiche, chimiche e morfologiche, cui egli è sottoposto; e questa è mera osservazione passiva. Secondo, la parte critica, onde lo spirito si riflette sugli elementi portigli dalla osservazione, e li sottopone alla propria attività riflessa; e questa è osservazione sperimentale; è, a dir proprio, l'esperimento diretto. Terzo, finalmente, la parte speculativa; la quale dee logicamente tener dietro alla parte critica o sperimentale, e che per la natura dell'oggetto intorno a cui ella specula, è bene appellare *Induzione biologica*.

scienze, debba essere principalmente un lavoro speculativo, vuol-si dire, un cammino, il cui termine è appunto la formula od il principio, entro al quale germinalmente si racchiude tutta la scienza. Al pari del criticismo però lo sperimentalismo versa in errore, quand'e'reputi del tutto false le pretensioni dei vitalisti, e risguardi come vana e sciocca aspirazione di mente ammalata quella parte complementare e speculativa della scienza della vita, che noi appellammo *Induzione* biologica speculativa. La quale pensatamente volemmo così denominarla; chè la teorica intorno alla vita e alle leggi ond'essa vien governata, dee tener dietro alla critica fisiologica, ch'è dire all'esperimento; e ne determiniamo viepiù chiaramente il significato con la voce *speculativa*, stante che abbia ad esser un portato, non già della sola mente, sì vero della mente che tutta si adopera e si fatica intorno all'esperimento.

Da tali considerazioni non è, cred'io, chi possa oppormi, che siffattamente non riusciremmo giammai a far la vera scienza della vita; poichè, m' si direbbe, sia qual vogliasi cotesta induzione, mai questa non verrà capace di fornirci d' un principio scientifico, nè i fatti in qual tu voglia modo osservati, studiati e sperimentati, saranno perciò atti a formare scienza. Chi così va pensando, certo non avverte quanta e qual differenza da noi si ponga tra un fenomeno osservato, ed un fenomeno sperimentato; ei non avverte come un fenomeno sperimentato prenda già ben altro valore, assumendo natura di fatto della mente per eccellenza; ei non avverte qual segreta virtù da noi si riponga nello spirito, e quanto ella sia diversa da quell'attività affatto secondaria e per sè stessa magra, infermiccia, impotente, ammessa e difesa dal sensista: non avverte, che la mente umana, lungi dall'essere un istrumento, è anzi un artefice fecondissimo; non avverte, che il pensiero dell'uomo all'occasione d'una legge empirica rivelante la natura d'un obbietto sensato, possiede la intrinseca virtù, non pur di riprodurre e freddamente ricopiare la natura, ma di più vienesi in esso risvegliando la potenza di produrre, conforme alle leggi naturali, alcun che di superiore alla natura; non avverte, perciò, che la scienza non è, nè debb'esser mai una copia della natura, nel modo che questa si addimostra ai nostri sensi, e nemmeno un assoluto risultamento

scia si eleva alla induzione speculativa, siccome innanzi avvertimmo. Oggi la fisiologia versa appunto (come ci accadde dichiarare) nel momento sperimentale. E chi, per avventura, saprebbe dubitarne? Non facciam noi parola della scoperta onde a sì alta fama salirono Cesalpino ed Harvey; e neanche parliamo di altri ritrovamenti fisiologici singolarissimi, fatti nei primordi del presente secolo; i quali ritrovamenti non sono da riguardarsi come esperimenti diretti, sì vero come scoperte empiriche, cioè come invenzioni suscitate dal caso a quelle menti ricche di una larga non meno che sottilissima capacità alla osservazione. — Ma è lecito affermare, che nel pensiero del Reomur, e del nostro Ab. Spallanzani la scienza della vita ci palesa ben altro significato; non così chiaramente manifestato per lo innanzi; perciocchè fosse, a dir vero, un esperimento diretto l'aver dimostrato, la digestione non consistere in una triturazione, ma in un'azione che il sugo gastrico spiega sugli alimenti. Si è potuto appresso stabilire il concetto chimico dell'alimentazione, perchè dai chimici fisiologi è stato già conosciuto quale sia il gruppo delle materie albuminoidi, la legge dell'isomerismo, e quella della loro identità così nei vegetabili come negli animali: quinci la necessità di altri tre gruppi di materie alimentizie, necessarie alla conservazione organica, vogliam dire gli idrati carbonici, i grassi ed alcuni sali. Il che tutto si è conseguito per via d'esperimenti, dopo che il sommo Berzelius ebbe dato alla chimica organica quel numero immenso d'analisi, di cui non è chimico oggidì che non resti ammirato, e dopo che il Liebig ebbe resa veramente scientifica la chimica fisiologica. Per via sperimentale il Dutrochet potè stabilire le leggi della endosmosi; il perchè altri fisiologi poteron determinare quelle, onde i liquidi si diffondono e si ricambiano e si meschiano, per dar luogo ai diversi e molteplici movimenti molecolari della vita organica. Per virtù di osservazioni sperimentali ha potuto anch'ella progredire la embriologia, massime per la scoperta intorno alla *caduta spontanea delle uova* in tutti gli animali, fatta dal Bischoff e dal Pouchet. Ma, ciò che assai giova di notare, una parte nuova della scienza della vita è quella fondata dallo Schewan e dallo Schleiden, vogliam dire la Morfologia; tal-

mente che ai nostri giorni il famoso Virchow con la sua dottrina cellulare, com'è notissimo, tante applicazioni, sempre ingegnose avvegnachè non sempre vere, vien facendo alla patologia. Del tutto sperimentale poi è addivenuta la neurologia. Di fatto la distinzione verificata dal celebre Bell intorno al potere sensifero e al potere motore, in rami nervosi speciali; le leggi risguardanti la parte meccanica del sistema nerveo; la indipendenza di cui sono fornite le fibre nervose dalla porzione centrale insino alle parti periferiche; la legge dei movimenti riflessi mercè cui si porge spiegazione dei fenomeni di consenso fra un' impressione ed un movimento, o fra due sensazioni in fibre di senso diverso, o fra la sensazione d' un nervo e l' azione chimica eccitata in un altro; le indagini relevantissime iniziate dal Waller intorno alla influenza delle cellule nervose rispetto allo stato nutritivo delle fibre che dalle medesime cellule dipendono; e finalmente, le lezioni di fisiologia sperimentale di Claudio Bernard, la facoltà glicogenica del fegato da lui stabilita, ed altri molti ritrovati di esertissimi sperimentatori, valgono a chiaramente dimostrare l' indole del momento scientifico in cui ritrovasi oggidì la fisiologia.

Ma or si badi che, nella guisa che l' empirismo è solamente una parte della compiuta organizzazione d' una disciplina; così lo sperimentalismo, alla sua volta, non è tutto; non potendo egli definitivamente compiere il disegno, e tutto il disegno razionale della scienza. Quegli che, per atto d' esempio, reputasse che la filosofia abbia solo a farsi consistere nella *critica*, che vuol dire in quella parte onde la mente, posta fra lo scetticismo e il dommatismo dischiudesi con le proprie forze una via mediana, e si riesce per intima attività speculativa a far la scienza; farebbe egli veramente la scienza Prima? Colui ciò affermerebbe, al quale non fosse dato scorgere quanta mai differenza sia tra la filosofia, ed una parte di essa, cioè la psicologia. E tal si è della scienza della vita. La parte empirica della fisiologia progredì assai nei tempi scorsi; come la parte sperimentale ha progredito, e progredisce grandemente, meravigliosamente. Ma, è pur mestieri confessarlo, non siamo ancor giunti a cogliere e possedere pienamente il vero concetto della fisiologia. Ripetiamolo anche una volta: la fisiologia debb' essere oggi sperimentale;

ma debb' esser integrata dalla induzione speculativa. Or è mai l'oggetto di questa relevantissima parte? qual si è l'intento ch'ella dee poter conseguire? La induzione biologica vuol proporsi la indagine, quanto difficile altrettanto essenziale per la scienza, di ciò che è condizione primitiva, e fondamento assoluto della vita organica. Il rinvenire, 1.^o con l'uso di sottile e costante speculazione, 2.^o col soccorso delle osservazioni empiriche, 3.^o con la critica delle esperienze, questo fine, questo intento assoluto, vogliam dire il principio della unità che regge e sostiene le funzioni organiche in generale: questo è il punto l'oggetto della induzione biologica, e però il *fine* supremo della mente del fisiologo. Il fine d'una scienza, come si disse, può non essere la unità dell'oggetto ch'ella studia; questo è chiarissimo. E mancando questo fine, tu ben potrai accumulare infinito numero di osservazioni, e di preziosissimi esperimenti, riempire grossi volumi; ma non ne avrai perciò conseguita la scienza, perchè il sapere, a dir proprio, consiste principalmente nella coscienza dell'unità d'un principio, conforme sentenza acutissima di Platone. Or la fisiologia nel di cui studio non possiede il valore della vera *scienza*, appunto perchè manca di questa unità, fa difetto la parte induttiva biologica, ch'è dire una scienza incompleta, incomprendibile, informata principalmente ad una filosofia, una dottrina che voglia e sappia guardare alla unità del principio vitale, scrutarne la natura, fissarne la legge, e determinare la origine organica di essa.

E ne' dì che corrono, più che mai, sentesi la necessità della speculazione nella scienza della vita, come un prezioso compimento della parte sperimentale. E se altri non consideri pruova chiarissima, si faccia a guardar le opere di alcuni fisiologi e di alcuni patologi del nostro paese, e si veda che il novello indirizzo della fisiologia presso i viventi naturalisti di Alemagna. In vero, il bisogno di elevarsi ad un principio uno e sostanziale della vita, alla cui legge si soggiacere la materia nelle sue trasformazioni chimiche e morfologiche, con efficacia somma ci si manifesta nelle belle e profonde pagine che il Tommasi premette alla sua fisiologia. Questo bisogno eziandio ci esprime l'egregio Tommasi nucci nelle *Nozioni preliminari* al suo lodato *Somma*

pugnabile e chiarissima, cui ci conducono per necessità le cose dianzi discorse, massime il fatto di menzionati patologi italiani. Intendemmo già in che mai debba farsi consistere la natura della fisiologia; la quale, abbisogando di un *oggetto*, dee potere accogliere questo oggetto da una ~~scienza~~ *scienza* affine, acciocchè il vero primo ond' ella ha mestieri ~~di~~ *di* ~~poter~~ *poter* ~~fare~~ *fare*, riesca sicuro, e salvo dallo scetticismo. E a rendersi autonoma, e però indipendente da ogni altra disciplina, mostriamo quanto altresì abbisognasse ella d'un istrumento e d'un fine peculiarissimo, mercè cui fosse capace di costituirsi in individualità scientifica. Più ancora; abbiám toccato dianzi della impossibilità, in cui ritrovasi la mente che voglia studiare il morbo e la salute, a non poter fare un passo (non un sol passo) in patologia, senza che per inevitabile necessità logica non abbia innanzi compiutamente fissato i termini e il principio di sua dottrina, nella fisiologia. Or, che è mai che noi vogliamo argomentare da queste cose? Intendiamo argomentarne una conseguenza evidentissima; che è questa: *il fondamento unico, primitivo, essenzialissimo della patologia, come scienza, esser la fisiologia*. La qual verità, accolta e sostenuta oggimai da' più insigni patologi e fisiologi della dotta Europa (chechè taluno fra noi si faccia a predicare in contrario), fu già vista, primo fra tutti, dal Puccinotti; il disegno nosologico del quale, riposa tutto, e si modella, come altrove avvertimmo, su quello della fisiologia (1). Onde a me pare, che il solo Puccinotti abbia saputo scrutare profondamente, e fissare la relazione più verace, onde la scienza del morbo si congiugne con quello della vita. Il Tommasi e il Bufalini, or non è molto, manifestarono la lor mente a riguardo di così fatta relazione; e a legger l'uno, par quasi che la fisiologia in altro non vogliasi distinguere dalla patologia, salvo che nel titolo e nel frontespizio de' libri: dove che, leggendo l'altro, tale indipendenza par che abbia ad essere fra l'una e l'altra disciplina e tanta diversità, quanta è fra il morbo e la salute, fra il positivo e il negativo, o a dir meglio, fra due su-

(1) V. *Il Metodo Numerico e la Statistica in Medicina* Firen. 1861.

sofi Tedeschi, quei naturalisti, forse per la legge de' contrarii ch' essi tanto vagheggiano, sono piombati nell' estremo affatto opposto, vogliam dire in un pretto e sistematico ed assoluto materialismo; e quantunque materialisti assoluti ed esperimentatori; essi nondimanco filosofeggiano, e sottilmente speculano intorno alla materia, e ne riempion volumi. Di fatto, dopo i grandi nomi del Müller, del Carus, del Burdach, dell'OErsted, dell'Oken, i quali subirono senza alcun dubbio, la pressione potentissima dell'idealismo, oggi compariscono sull'arena della scienza Rodolfo Wagner col suo discorso, *de la Création de l'homme et de la substance de l'âme*, e con l'altro intitolato, *Science et Foi*; compare Carlo Vogt col suo libro, *Tableaux de la Vie animale*, e con le sue *Leçons sur l'Homme, sa place dans la creation, et dans l'histoire de la terre*; ci si presenta il Moleschott col suo *Cours circulaire de la vie*, nel quale discorre dell'anima, della libertà, immortalità e cause finali; vien fuori il Büchner col suo libro intitolato *Matière et Force*, il quale, contenendo in breve tutta la dottrina del materialismo germanico, con molta acconcezza viene appellato da un francese: *le vrai manuel du nouveau matérialisme*; si fa innanzi lo Spietz con la sua dissertazione intorno alle *Conditions corporelles de l'activité de l'âme*; Eduardo Lowenthal col *Système et l'histoire du naturalisme*; e finalmente il sensista Czolbe con la sua *Nouvelle exposition du sensualisme*.

Ecco il presente indirizzo dei naturalisti germanici. Non sono tre lustri, ch'essi, affatto chiusi nel metodo puramente psicologico e speculativo, andavan cercando l'assoluto nella *idea*: oggi, al contrario, con un metodo puramente sperimentale, e con un fanatismo senza esempio nella storia, cercano la condizione assoluta delle cose nella *materia*. Pretendono essi tenersi lontani da tutto ciò che sa di astratto, di speculativo, di filosofico, nè poi si accorgono che, usando della stessa esperienza con accuratezza e scrupolosità veramente tedesca, rompono, senza rimedio, nel più astratto filosofare che mai possa immaginarsi, appunto perchè, volendo essere ad un tempo medesimo naturalisti e filosofi, confondono due cose infra loro differentissime, vogliam dire i due metodi, che

quali considerazioni noi vogliamo affermare, che tutto il significato della scienza induttiva e sperimentale, non che la segreta e gagliarda tendenza degli odierni naturalisti, racchiudonsi in queste sapienti parole del Puccinotti: « Non perdiamo tempo a coordinare tutti i materiali opportuni, nè lo *scetticismo* ci addormenti diffidando sempre delle proprie forze, nè il *dogmatismo* ci tolga la libertà nella scelta (1) ».

Questo è l'indirizzo dell'insegnamento fisiologico del Prof. Schiff, e questo è il suo metodo. Non chiedetegli perciò, quale sia per avventura il suo sistema, a quale scuola appartenga, sotto quale insegna egli militi, chè non vuole nè può darvene risposta alcuna; o vi risponderà col presentarvi ciò che il vitalista, il materialista, lo scettico e il dommatico non potranno ripudiare giammai, vogliam dire i fenomeni già diventati fatti; il *fatto* operato dalla mente col soccorso dell'esperimento diretto. Egli perciò non solo indaga, nè soltanto raccoglie fatti fisiologici; ma, con ammirata esattezza e diligenza somma, fornisce i materiali a quel grande edificio, del cui disegno, alla mente del castigato naturalista, appena è dato scernere qualche linea incerta e qualche contorno scuro e confuso.

Con tali propositi nella mente, e per il fine espresso dianzi, or veniamo a dire degli esperimenti del Sig. Schiff; i quali, a maggior facilità dei lettori, abbiain voluto disporli per ordine di materie, accennando di ciascuno quella parte di novità che possa contenere.

1.^o

Nelle prime lezioni il Prof. Schiff tolse ad oggetto dei suoi esperimenti, il movimento vibratile, e il movimento muscolare. Si fece infatti a dimostrare come il primo di essi, in generale, torni capace di produrre alcuni effetti meccanici visibili. Perciocchè sia cosa già nota ai fisiologi, che posta una materia, e sia per atto d'esempio la polvere di carbo-

(1) V. Op. vol. 1. parte 2. pag. 474, ediz. milanese.

cuna disorganizzazione intervenuta nel muscolo; secondo la sentenza d'alcuni fisiologi; ma sì è da riguardarsi come un moto fisiologico intrinseco e, diremmo quasi, autonomo della fibra muscolare. La contrazione neuromuscolare può bene palesarsi in un muscolo che sia tuttora in contrazione idiomuscolare; ma il può solo nel periodo di rilasciamento: il che venne fatto di poter verificare nel cuore della rana, il quale perciò videsi di color bianco, appunto per la contrazione muscolare. Laonde possono aver luogo ad un tempo istesso entrambe le contrazioni in un medesimo muscolo; si può, cioè, manifestare una contrazione neuromuscolare quando esista la contrazione idiomuscolare, ma, com'è chiaro di per sé, non può intervenire il contrario. La corrente galvanica non si mostra capace di produrre la contrazione idiomuscolare, sì vero la contrazione neuromuscolare; la prima delle quali è ben atta a persistere lungo tempo dopo morte, quando il galvanismo non agisca più sul muscolo. Non è poi vero, che la irritazione galvanica sia l'ultima a dimostrare la propria azione sul muscolo, siccome è sentimento di molti fisiologi, potendosi cotale effetto produrre eziandio per virtù della meccanica, e della chimica irritazione. La quale opinione, manifestata già dallo Schiff da lungo tempo, è venuta oggidì confermata da Brown Sequard, e dal Vulpian; siccome può leggersi nella Gazzetta medica di Parigi. E aggiungiamo, che la corrente galvanica, benchè non produca la contrazione idiomuscolare nel tratto del muscolo percorso dalla corrente, produce le contrazioni idiomuscolari soltanto nello spazio ristretto, nel quale i poli sono in contatto immediato colla sostanza muscolare: contrazione muscolare, non dovuta propriamente alla eccitazione per la corrente, bensì ai prodotti dell'elettrolisi, che in questi punti si accumulano.

La contrazione neuromuscolare propagasi nel muscolo, secondo le ramificazioni della rete nervosa; però, non che esser locale, siccome la contrazione idiomuscolare, ma è anzi generale. Il qual modo di propagazione si può ben osservare dopo la morte; quando la potenza contrattiva sia già divenuta meno pronta, e meno vivace: di guisa che veggiamo in

la medesima irritazione . A voler vedere quest'ultimo effetto, osserva il Prof. Schiff, e' si conviene scegliere il momento nel quale i nervi intestinali siano già eccitabili, ma non sì che provochino un moto peristaltico *sponlaneo* .

In proposito di tali esperimenti il Prof. Schiff manifestò, col soccorso della elettrofisiologia, bellissime ed importanti illustrazioni intorno al tetano . Egli dichiara questa malattia di natura *ondulatoria*; imperciocchè nel nervo sovrapposto al muscolo tetanizzato della rana, si appalesa una irritazione discontinua . Tale natura d'irritazione produceasi eziandio negli organi intestinali.

Or quì sorge la domanda : in che vuol farsi consistere la differenza tra la contrazione dei muscoli striati, e quella de' muscoli lisci?

Cotal differenza non potrà certo tenere alla forma dei muscoli, nè alla natura intima di essi; ma sì consiste nella rapidità onde si eseguono gli atti singoli del movimento muscolare . La forma della contrazione ne è identica; e la differenza vuolsi riferire solamente al tempo; perocchè le altre proprietà siano comuni all'una e all'altra maniera di contrazione. La rapidità del movimento muscolare poi si manifesta con maggiore o minor energia, secondo la natura degli organi; così, per atto d'esempio, la fibra muscolare liscia del secondo stomaco dei ruminanti palesa contrazioni rapide, ma non rapide così, come nei muscoli striati .

In molti muscoli lisci i rispettivi nervi serbano una eccitabilità periodica; di guisa che in un momento in che i nervi sono nello stato di eccitabilità, la irritazione locale produce ad un tempo stesso un effetto locale, ed un effetto generale nella fibra muscolare . Avvengono, adunque, un moto peristaltico ed una costrizione locale; mentre, là dove manchi la eccitabilità dei nervi, si vede solamente la costrizione locale, secondo che con apposito esperimento fu mostrato sul coniglio .

Intorno all'azione del curare. — Facendo una rivista critico e storica intorno alla dottrina della irritabilità, il Prof. Schiff potè con luminose prove dimostrare, come gli sperimenti fatti col curare, non provino la esistenza d'un potere irritabile che sia proprio dei muscoli; però che la sua azione primitiva non si estenda altro che per un breve tratto del corso dei nervi motori, non mai sino alla porzione terminale di essi. La parte terminale, non meno che il tronco tutto, possono esser paralizzati dall'azione del curare, quando la temperatura sia alquanto elevata.

Cotal serie di esperimenti relevantissimi, fatti per la prima volta in Firenze, sono stati eseguiti dallo Schiff sopra tre rane. Sottoposta che sia una ranocchia all'azione del curare, ed esposta alla temperatura di 28 gradi, in brevissimo tempo ella ci manifesta una paralisi di tutti i tronchi nervosi: il galvanismo non dà più luogo a veruna contrazione muscolare, quantunque la irritazione meccanica possa produrre qualche movimento contrattivo idiomuscolare. Un'altra rana, sotto l'azione di una maggior dose di curare, esposta alla temperatura della stanza, mostra il dì appresso una paralisi parziale dei tronchi motori; talmente che la irritazione del nervo sciatico, non palesa altrimenti alcuna contrazione muscolare; e, poichè la porzione terminale dei nervi si mostra ancor capace d'essere irritata, avviene che il muscolo palesi veementi contrazioni, quando sia immediatamente galvanizzato. Questo esperimento prova assai chiaramente, come la contrazione idiomuscolare sia la sola manifestazione della virtù irritabile della fibra muscolare, affatto indipendente dalla potenza dei nervi. A maggior guarentigia delle quali esperienze egli è mestieri servirsi d'una terza rana, siccome adoperò lo Schiff, non sottomessa all'azione del curare, ma esposta all'alta temperatura della prima; nel qual caso ella non mostra alterazione veruna, quando pure la si voglia osservare dopo uno, o più giorni.

consista la cagion più vera della *rigidità* cadaverica, e quanto inconcludenti sieno le comuni interpretazioni proposte da alcuni fisiologi.

7.º

Effetti meccanici della contrazione. — La contrazione mostra una differente direzione, secondo che l'una o l'altra estremità del muscolo venga irritata. Pare che costantemente il luogo irritato rappresenti quasi il punto fisso, inverso a cui movonsi tutte le altre parti del muscolo. Ond'è che si vede, che un muscolo irritato all'estremo superiore, attira a sè il punto d'inserzione inferiore; e viceversa quando amendue siano egualmente mobili. La qual cosa ci fa supporre, che laddove una massa muscolare riceva due nervi ai due estremi, ciascuno di questi possa produrre un altro effetto meccanico della contrazione muscolare. È superfluo avvertire che cotale differenza non si manifesti altro che quando gli estremi sieno mobili.

8.º

Spiriti percotenti. — Come conclusione degli esperimenti riguardanti il movimento vibratile e muscolare, il Prof. Schiff volle far parola dei così detti *spiriti percotenti*, ai quali fanaticamente credevano alcuni nel 1770, e poscia con maggior fanatismo nel 1848. Manifestavansi questi *spiriti*, o si credeva che si manifestassero per mezzo di certi sordi rumori nel corpo d'alcune donzelle, le quali rendevansi capaci perfino di eseguire alcune sonate, o a meglio dire, d'imitare col suddetto rumore il ritmo musicale d'alquante canzoni militari. Riusciva vana qualunque indagine di parecchi scienziati intorno a cotal fatto, imprese lo Schiff a studiare accuratamente questo fenomeno; e dopo lunghi, pazienti e penosissimi esperimenti eseguiti sopra sè medesimo, riuscì finalmente a spiegarlo, dimostrando nel 1854 dinanzi all'Accademia delle Scienze di Parigi, che i sordi rumori prodotti dai voluti *spiriti*, non altro fossero, che movimenti forzati dal muscolo *lungo peroneo*. Il qual muscolo può esser liberato dai ligamenti e dalla guaina ester-

stanza grigia, consiste nell'eseguire un taglio trasverso di tutta la sostanza bianca; vedesi allora come la porzione grigia sostenga nulladimeno la comunicazione tra la parte anteriore e la parte posteriore del corpo. Una irritazione della parte posteriore può, in tal caso, produrre movimenti riflessi nella parte anteriore.

Una divisione longitudinale portata sulla linea mediana del midollo spinale d'una ranocchia decapitata, rende impossibile il passaggio della irritazione dall'uno all'altro lato; ma quando una brevissima parte della sostanza grigia sia risparmiata nel taglio longitudinale, la irritazione operata sopra l'un de' lati, può eziandio produrre movimenti nell'altro. Quando poi la comunicazione d'una metà del midollo e dell'altra non sia formata fuorchè di sostanza bianca, la irritazione non si propaga altrimenti all'altro lato. Ond'è che la sostanza bianca non par che sia capace di produrre il movimento riflesso; il quale invece si opera in virtù della sostanza grigia.

10.º

Sostanza grigia. — Diversi sono gli esperimenti atti a dimostrare, come la sostanza grigia, nella produzione del movimento riflesso, trasmette la irritazione nel senso trasversale e longitudinale, d'avanti in dietro, e viceversa. Operatosi, infatti, un taglio trasverso d'una metà del midollo spinale nella region toracica, e irritata l'estremità posteriore del lato operato; puossi dar luogo ad un movimento riflesso, nella estremità anteriore corrispondente.

Eseguite inoltre due emisezioni nel midollo, onde sieno divise ambe le metà di quest'organo ad un'altezza differente, di maniera che l'emisezione del lato destro e quella del sinistro abbiano la distanza della lunghezza almeno d'una vertebra, non viene, per ciò, minimamente interrotta la comunicazione tra la metà anteriore, e la metà posteriore dell'animale. La eccitazione riflessa in questo caso si trasmette in forma di zig-zag lungo la sostanza grigia.

Operata una divisione longitudinale quasi completa nel midollo, la quale non ne risparmi altro che una piccola esten-

azione sul movimento riflesso, che già nel primo periodo che segue immediatamente all'applicazione della sostanza velenosa, tien dietro la paralisi del cuore, e poscia la morte dell'animale. Altri veleni, quando vengano assorbiti dalla circolazione generale, non addimostano effetto alcuno sulla facoltà riflessa, perchè l'azione primitiva di essi paralizza una parte dei nervi motori siccome fa il curare. Ma ben possiamo scoprire l'azione del midollo, quando in maniera diretta si applichi il veleno sulla sostanza stessa del midollo, così che il veleno vi agisce innanzi che la sua azione possa paralizzare i nervi periferici. Così per esempio l'arsenico, l'antimonio, la veratrina non producono tetano nei mammiferi, ma sì lo producono nelle ranocchie, dopo averne paralizzato il cuore. Onde è che l'accrescimento dell'azione riflessa non si può mostrare fuorchè in quelli animali in cui lo spinal midollo abbia attitudine a sopravvivere per alcun tempo al difetto della circolazione.

Il salasso accresce l'energia dei movimenti riflessi, quando la perdita del sangue non sorpassi un certo grado; riguardo a cui si rinvencono alcune differenze tra gli animali, non pure secondo la specie, ma eziandio secondo la loro condizione fisiologica. I gradi nei quali la perdita di sangue accresce la funzione riflessa sono più estesi nei mammiferi erbivori domestici, e in generale quando essi rattrovinsi nello stato di gravidanza. Sono altresì più larghi cotesti gradi negli animali giovani, anzi che adulti.

I movimenti riflessi manifestano maggiore energia quanto sia più ristretto lo spazio dell'organo centrale in cui può irradiarsi la irritazione. In tal guisa può darsi spiegazione del fatto della decapitazione; la quale accresce i movimenti riflessi che dipendono dal midollo, perchè lo spazio entro cui la irritazione può esser trasmessa, diviene più ristretto. Ma la decapitazione non è la sola mutilazione che sia capace di produrre l'aumento dei moti riflessi. Di fatto, se in un animale decapitato si operi un taglio trasverso nella porzione toracica del midollo, il movimento riflesso nell'estremità posteriore addiviene più forte; e cresce d'energia, a misura che venga tolta una parte sempre più grande della suddetta parte toracica spinale, infino a che non si arrivi alle radici dei nervi dell'e-

riore poi sia atta a trasmettere il movimento . Ora il Professore Schiff ha comprovato nelle sue lezioni , com' era noto eziandio allo stesso Magendie , che la radice anteriore non manca neppur essa di capacità sensitiva ; la quale deriva da certe fibre primitive che dalla radice posteriore passando alla radice anteriore , ricorrono verso il centro . Questa sensibilità ricorrente è un fatto innegabile nella scienza , quanto gli esperimenti attingano quella squisita esattezza , propria della finissima arte adoperata dallo Schiff nello sperimentare . Onde che coloro tra' fisiologi che tuttora ne ritengono dubbia la esistenza , dovrebbero con accuratezza massima farsi a ripetere i suoi esperimenti , non che le sue microscopiche osservazioni . In vero , col metodo dell' esame microscopico ci ha egli dimostrato , che la suddetta trasmissione di fibre della radice posteriore verso l' anteriore , si faccia nei plessi nervosi che rattrovasi accanto alla cavità vertebrale , e non già al livello del ganglio ; di guisa che uno , due o più giorni dopo il taglio d' una radice posteriore , tra le fibre sane spettanti alla radice anteriore , possiamo vedere eziandio alcune già degenerate , o che mostrino quella medesima degenerazione delle fibre tagliate , pertinenti alla radice posteriore .

13.°

Sensibilità del midollo spinale. — La sostanza bianca posteriore è la sola parte sensitiva del midollo spinale ; la qual cosa può affermarsi con certezza quanto si è alla regione lombare e dorsale dei mammiferi ; non così quanto alla regione cervicale . Se non che , nei conigli pare che il cordone bianco posteriore della suddetta regione talvolta sia incapace di sensibilità , somigliante perciò alle altre parti del midollo : questo interviene quando gli animali , sui quali si eseguono gli esperimenti , sieno tenuti fra mano , o abbiano potuto alquanto patire a cagione della preparazione .

Questa apparente insensibilità del cordone posteriore del midollo non si mostra mai quando la irritazione sia stata fatta in vicinanza d' una radice posteriore cervicale ; ma può essere ben osservata ove il cordone venga irritato tra una radice e

tutte le parti del corpo, nel quale i nervi provengano dalla parte posteriore del midollo, ch'è quanto dire dalla parte inferiore al taglio.

E qui vuolsi avvertire, come questo fatto non sia nuovo per la scienza; essendo già noto, che il Siciliano Foderà ebbe ad osservare la iperestesia delle parti posteriori, dopo il taglio della metà superiore del midollo dei mammiferi. Ma il Prof. Schiff è riuscito a provare in queste sue lezioni sperimentali, che l'indicato effetto non sia prodotto che dai cordoni posteriori e metà superiore del midollo contenente una parte dei cordoni laterali della sostanza cinerea. La lesione delle altre parti che appartengono alla metà posteriore del midollo, non produce iperestesia, salvo che non si porti offesa nei cordoni posteriori. Cosiffatto risultamento può ottenersi mediante il nuovo metodo adoperato dallo Schiff, col qual metodo riesce agevole il potere isolare i cordoni posteriori, senza che minimamente sia toccata la sostanza grigia, nè offesi i cordoni laterali. I cordoni posteriori, infatti, possono essere tolti nella lunghezza di qualche centimetri; e siffattamente essi lasciano a scoperto una lacuna di figura triangolare, sul cui fondo ci è dato vedere la sostanza grigia; laddove le pareti laterali di cotal lacuna sono formate dalla sostanza bianca dei cordoni laterali, e del corno cinereo posteriore.

Egli è noto ai fisiologi, come il risultamento delle esperienze qui avanti accennate fosse già presentato dal signor Schiff alla Società di Storia naturale di Berna, nell'anno 1853, e nel 1854 all'Accademia di Parigi. Ed è pur cosa nota, come poco appresso, vogliam dire nel 1855, il celebre Brown-Sequard, in una lunga serie di esperimenti, abbia confermato non soltanto il risultamento delle suddette esperienze, ma quello eziandio che qui appresso verremo rilevando.

I fisiologi sanno, come uno fra'molti esperimenti di Brown-Sequard (ripetuto dallo Schiff nelle sue lezioni), consiste nel fare, a livello del midollo allungato, il taglio della continuazione dei cordoni posteriori verso l'encefalo. Or non è chi non sappia, che, secondo la vecchia teorica, un siffatto esperimento dovrebbe rendere insensibili tutte le parti del tronco. Ma l'effetto ottenuto dal Brown-Sequard, e confermato dallo Schiff, ne è af-

cervicale siano tagliati i cordoni posteriori, e i cordoni laterali; e non pertanto la sensibilità si vede persistere così nel tronco, non meno che nelle parti posteriori al taglio. Tale fu un primo esperimento di questa serie, eseguito dal Professore. In un altro coniglio poi fecesi egli a tagliare, in un punto del midollo, i cordoni posteriori e i cordoni laterali; recidendo eziandio in un punto più alto i cordoni anteriori: di maniera che tutta la sostanza bianca del midollo era stata di già tagliata, ma non perciò erasi distrutta la iperestesia. Restava, dunque, ad esaminarsi la sostanza grigia. Eseguito il taglio dei cordoni posteriori, non meno che della metà posteriore della sostanza grigia, tutto il corpo dell'animale si mostrava sensibile. Esisteva insomma una vera iperestesia; perocchè il grido e i lamenti ripetuti, i moti continui degli occhi e degli orecchi dopo una debole irritazione meccanica, ci rendevan sicuri della esistenza nel suddetto animale d'una vera sensazione, non già d'un effetto dell'azione riflessa. Nel medesimo animale il signor Schiff si fece a distruggere lo strato superficiale della sostanza grigia anteriore: nullameno la sensibilità perdurava, quantunque paresse alquanto più ottusa, che non mostravasi innanzi di quest'ultima operazione. Del qual caso solevasi ben osservare la sensibilità esistesse in tutti i punti del corpo. Col mezzo d'un finissimo scalpello fu poi distrutta tutta la sostanza grigia e in questo caso i movimenti dell'animale si mostrano in parte conservati, mentre che la sensibilità era del tutto scomparsa.

Adunque può argomentarsi, esser la sostanza grigia quella capace di condurre la sensibilità, dopo il taglio dei cordoni posteriori.

16.

Potenza trasmissiva generale della sostanza grigia. — La sostanza grigia è capace di condurre la sensibilità verso l'encefalo; ma si può dimostrare altresì che tale sua capacità si estenda eziandio per ogni direzione, trasversalmente, posteriormente e anteriormente.

Infatti, si esegua un taglio trasversale di tutta una metà del midollo, nella regione cervicale d'un coniglio: si osserve-

dano alcun poco la metà opposta del midollo, e sorpassino alquanto la linea mediana.

Un'altra proprietà della sostanza grigia, di trasmettere, cioè, la sensibilità verticalmente in senso ascendente e discendente, si prova col seguente esperimento. Si faccia in modo che nella regione cervicale, o nella regione dorsale, togliendo tre o quattro paia di radici nervose d'amendue i lati, rimanga isolato un tratto del midollo spinale; si esegua poscia un taglio, diretto da dietro in avanti, che divida la metà posteriore del midollo; e in un punto alquanto più alto si operi un altro taglio, dividendo così la metà anteriore: la sensibilità, nondimeno, resta conservata. Questo esperimento venne eseguito dal Prof. Schiff sui gatti, e ripetuto eziandio sui conigli e sulle ranocchie.

Laonde se ne può senza dubbio concludere, che la sostanza grigia possiede la capacità di trasmettere la sensibilità di tutto il corpo, anche nella direzione verticale, nel senso ascendente e discendente.

Cosa più difficile poi si è il dimostrare, che la sostanza grigia trasmetta eziandio la sensibilità in dietro, cioè nella direzione del capo verso le estremità inferiori. Un esperimento, eseguito fin qui solamente sulle ranocchie, prova questo fatto sorprendente. Il Prof. Schiff, in vero, eseguì una emisezione del midollo un poco al disopra dell'origine del nervo brachiale; e da questa emisezione in dietro, portò una divisione longitudinale nella linea mediana, fin verso al quarto nervo spinale. Dopo breve spazio di tempo l'estremità anteriore del lato della emisezione, mostrava già evidentissima la sensibilità. Praticate quindi alcune irritazioni tanto di natura chimica, quanto di natura galvanica, la testa palesava chiaramente segni di dolore. La trasmissione in questo caso non sarebbe stata possibile, se la sostanza grigia non avesse condotto la sensazione dal nervo brachiale fin dietro alla regione del quinto nervo spinale, ove poteva ancora passare nell'altra metà del midollo rimasta in continuazione col cervello.

Tutto ciò prova, che la capacità della sostanza grigia a trasmettere la sensibilità, si opera in ogni e qualunque direzione, anche nella direzione del capo, inverso l'estremità caudali.

Proprietà estesotica della sostanza grigia. — La sostanza grigia, la quale possiede la capacità di trasmettere così bene e così perfettamente la sensibilità, è non pertanto assolutamente insensibile. Irritata che sia, infatti, questa parte con mezzi di natura chimica, meccanica, galvanica e termica, l'animale non addimostra minima sensazione.

Questo fatto venne dal Prof. Schiff provato con un esperimento, mediante il quale, conforme il metodo già accennato, furono tagliati i cordoni posteriori nella lunghezza di due centimetri; di guisa che si poteva assai bene scorgere, non pur la sostanza grigia, ma eziandio le corna posteriori di essa. In tale stato l'animale poteva liberamente correre su per la tavola d'esperimento; e a ciascuna pressione, sia leggiera sia discretamente forte sopra le parti posteriori, egli dava segni certi della iperestesia, fuggendo e mandando gridi. Or questa accresciuta sensibilità doveva necessariamente esser trasmessa verso l'organo cerebrale, mediante quella parte del midollo privata già dei cordoni posteriori. Or mentre che l'animale mostrava siffatta sensibilità-, potevansi introdurre uno, due o tre aghi nella parte denudata del midollo; potevan esser mossi a piacere nella ferita, e l'animale non pareva accorgersene; poichè nessun grido, nessun movimento nè dava segno alcuno di sensazione. Fu ripetuta quindi la irritazione nelle estremità posteriori, e la iperestesia manifestossi in tutta la sua energia, quantunque gli aghi fossero fissati nel midollo. Finalmente, stando l'animale tranquillo e libero da ogni impedimento, perfino dalle mani dello stesso sperimentatore, fu distrutta più d'una metà della sostanza grigia; ciò nondimeno la iperestesia delle parti posteriori durava sempre.

Adunque se ne può concludere, che la sostanza grigia del midollo spinale è insensibile; ma non pertanto possiede la virtù di condurre la sensibilità.

La qual duplice virtù della sostanza grigia, di poter condurre, cioè, la sensibilità, ed essere ad un tempo istesso incapace di sentire, vuol essere appellata col nome di proprietà *estesotica*; e il Prof. Schiff domanda *parti estesotiche* tutti

quelli elementi del sistema nervoso, che sono atti a condurre la sensibilità, quantunque incapaci di sentire. E qui vogliamo avvertire, come dopo gli esperimenti dello Schiff intorno alla insensibilità della sostanza grigia, il Brown-Sequard abbia nelle sue osservazioni confermato sì fatta proprietà, benchè questo distintissimo fisiologo riguardi quella sostanza siccome l'unica via onde può esser trasmessa la sensibilità. La qual cosa può leggersi nelle memorie dell'Accademia delle scienze del 1855.

In altri esperimenti fu dimostrato, che quantunque la facoltà sensitiva e iperestetica si conservasse nelle parti posteriori dopo una parziale distruzione della sostanza grigia, la comparsa della reazione nell'animale irritato facevasi aspettare tanto più lungo tempo, quanto maggiore fosse stata la parte distrutta della sostanza grigia. Con apposite esperienze, eseguite sui gatti e sui conigli, fu mostrato dal Professore, che la sensazione diminuisce, quando le parti irritate comunicano col cervello mediante uno strato piccolo e stretto di sostanza grigia; ma cotal diminuzione del potere sensitivo non impedisce però la sua grande forza sulla forma della iperestesia. Il che ci spiega quella osservazione d'alcuni patologi, i quali hanno potuto vedere più volte questa singolare diminuzione della virtù senziante in alcune malattie del midollo spinale.

Altri esperimenti furono eseguiti per dimostrare lo stato e la durata d'insensibilità in che persiste la sostanza grigia, quando sia messa in alcune condizioni. Così per atto d'esempio tale proprietà perdura, quantunque la suddetta sostanza sia stata esposta all'aria per lo spazio d'una, due o tre ore. È inoltre opinione d'alcuni fisiologi, che la sostanza grigia possa diventare sensibile, qualora si ritrovi nello stato d'infiammazione. Il Prof. Schiff non ha potuto confermare una tale sentenza. E in questo proposito volle riferire alcuni esperimenti eseguiti già nel 1853; nei quali, prodotta una infiammazione della sostanza grigia mercè la irritazione d'un ago metallico introdotto per le meningi e la sostanza bianca; aperte il di appresso le meningi, e rimossi i cordoni posteriori, scorgevasi la sostanza grigia in gran parte rossa, ma non per ciò manifestava segno di sensibilità.

Tre proposizioni, adunque, intese dimostrare il Prof. Schiff con gli esperimenti qui innanzi accennati: 1.^a la esistenza della proprietà *estesotica* nella sostanza grigia: 2.^a che il grado della sensibilità è in ragion diretta della quantità di sostanza grigia distrutta; vogliam dire, cioè, che la sensazione diminuisce, quando la parte irritata comunichi col cervello, per una porzione stretta di sostanza grigia: 3.^a finalmente, che la sostanza grigia, in qualsivoglia condizione ella sia posta, non diviene mai sensibile.

19.º

La sostanza grigia non è la sola parte del midollo capace di trasmettere la sensibilità. — Ella bensì vuolsi ritenere per l'unico mezzo atto a trasmettere le sensazioni dolorose, le sensazioni della pressione ec.

Se ad un animale venga scoperto il midollo spinale, secondo il metodo già accennato, e siangli recise tutte le parti del midollo in un sol punto, ad eccezione dei cordoni posteriori; veggiamo come nel primo momento egli par d'essere insensibile nelle parti che sono posteriori al punto in cui sia stata fatta la recisione. Ma se, lasciandolo riposare per qualche tempo, ci avvicinassimo, senza ch'ei se ne potesse accorgere, per esercitare alcuna pressione verso le estremità posteriori; vedremmo bene che ai movimenti del capo, degli occhi e delle orecchie egli sente. Tale esperimento si può ripetere due o tre volte, e mostra sempre il medesimo effetto; ma finalmente la reazione cessa; e, cosa singolare, se in questo momento si esercitasse per avventura una irritazione anche molto forte (per esempio sul nervo sciatico scoperto) non si riuscirebbe con ciò a risvegliare la sensibilità già quasi esaurita. Se poi si volesse lasciar tranquillo l'animale per alcun tempo, una nuova irritazione, avvegnachè molto leggiera, produrrebbe segni non equivoci di sensazione; e quando per voler rendere questi segni più evidenti si praticasse una forte eccitazione galvanizzando, per esempio, il nervo sciatico, ovvero il nervo crurale, si vedrebbe che la reazione dell'animale, invece di manifestarsi più forte, diverrebbe anzi molto più debole.

Conoscono i fisiologi come questo fatto singolare fosse stato dal Prof. Schiff pubblicato già nell'anno 1853. Egli in quel tempo non potè non attribuirlo alla debolezza dell'animale e all'affievolimento della sensazione, prodotto a causa della grande mutilazione del midollo. Più tardi però, ripetute le medesime osservazioni in animali che certo non erano molto afflitti per motivo dell'operazione, eseguita già con molta cura e con la minima perdita di sangue; pareva che negli animali più forti, mancassero i segni della sensazione dopo avere irritato le parti posteriori più sovente che negli animali deboli; anzi talora in un animale, osservato nei dovuti intervalli per tutta una giornata, non si potevano ottenere che due o tre volte i segni della sensazione; laddove tutte le altre irritazioni riescivano a vuoto, o producevano un effetto equivoco, sì che que' segni potevansi attribuire all'azione riflessa.

Tutte queste rilevanti osservazioni dovevano dar luogo ad una ipotesi; ed ecco il giudizio ipotetico al quale si elevò naturalmente il Prof. Schiff. Pensò egli che la sostanza bianca posteriore non fosse destinata probabilmente a condurre la sensazione generale del corpo; ma che sia forse un nervo sensorio speciale, sovrapposto all'organo della sensibilità generale, e che la sostanza bianca non abbia forse altra funzione, che quella di trasmettere la sensazione di contatto, a differenza della sensazione di pressione e di dolore.

Una serie d'osservazioni patologiche, fatte sull'uomo, gli avean potuto dimostrare, come la sensazione di contatto abbia ad avere un organo centrale o periferico, differente dagli organi della sensazione comune. Un medico infatti, aveva potuto osservare in sè medesimo, che per effetto d'una malattia del sistema nervoso, venne a perdere la facoltà di sentire il caldo e il freddo, non che il dolore prodotto da una eccessiva pressione, o pure da una puntura d'ago; ma con la mano, sulla quale eragli dato di potere osservare tutti questi fenomeni, non soltanto poteva sentire il contatto d'un corpo straniero, ma eziandio avvertire ed esattamente contare il polso degli ammalati. In seguito furon ritrovati molti esempi di questa singolare forma d'anestesia, nei quali si era conservata solamente la sensazione di contatto, e distrutta per intiero quella del dolore.

V' ha ancora di più; le osservazioni di Beau, com'è noto ai fisiologi, intorno all'anestesia saturnina, le quali sono state già confermate da non pochi altri patologi; non meno che le recenti osservazioni intorno all'effetto dell'etere solforico; hanno potuto fornire esempi numerosi della così detta *analgesia*, ch'è dire, della persistenza della sensazione di contatto, e della perdita della sensazione di dolore o di pressione che sia.

Nota è poi l'opinione del Weber; la quale consiste nel credere, che nell'organo cerebrale siano organi fra sè differenti, capaci a farci avvertire le sensazioni del dolore e del contatto. Or la ipotesi del Prof. Schiff cercherebbe appunto questi organi differenti, nelle diverse parti del midollo che trasmettono la sensazione al cervello. Si è già veduto, come le sensazioni trasmesse al cervello, dopo la distruzione dei cordoni posteriori, vengon trasmesse sotto forma dolorosa (iperestesia): non sarebbe egli possibile, dice Schiff, che dopo la distruzione della sostanza grigia, qualunque dolore anco il più forte, sia trasmesso solamente sotto forma di semplice contatto? La indifferenza onde gli animali, non accorgendosi della presenza dello sperimentatore, sopportano il semplice contatto, varrebbe a spiegare la varietà nell'effetto delle irritazioni dopo la resezione completa della sostanza grigia, conservata che sia la sostanza bianca posteriore.

Ora per provare cotesta ipotesi, non sarebbe egli necessità rendere molto sensibili gli animali al semplice contatto, ed eseguire poscia l'operazione indicata intorno alla distruzione della sostanza grigia? Certo che sì; e tale è stato l'intento del Prof. Schiff.

La patologia dimostra, che in un certo stato d'affievolimento, l'uomo divien più sensibile anche ad un semplice contatto. Cotale stato può esser prodotto per cagione di stanchezza; ed è noto come spesso l'uomo stanco addormentandosi, muove quasi impaurito tutto il suo corpo, quando altri accidentalmente lo tocchi, o quando venga in contatto con la sua propria mano, raffreddata. Il medesimo effetto veggiamo spesso dopo larghe emorragie; così per esempio nelle partorienti, un segno quasi certo d'una emorragia interna, è quando un contatto inaspettato produca nel corpo movimenti eccessivi. Si do-

veva tentare dunque, di produrre per mezzo della emorragia il medesimo stato in quegli animali, di cui si voglia esaminare la sensazione di contatto. Era necessario produrre la distruzione della sostanza grigia per questo scopo, con una larga perdita di sangue.

Tutto questo fu, con l'usata massima esattezza, operato dal Prof. Schiff. Alcuni sperimenti preparatorj, nei quali venne aperta una vena giugulare nei conigli, dimostrarono che allora quando lo stato anemico sia pervenuto fino a certo grado, l'animale si distende in una posizione laterale, gli si chiudon gli occhi, e si abbassano le orecchie; ma se in questo momento venga toccato anco senza minima produzione di dolore, esso immanenti leva il capo, rizza le orecchie, apre gli occhi; e queste manifestazioni le vedemmo ripetersi ogni volta che l'animale ponevasi in tranquillità. La sensazione del dolore in questo stato fu ancora possibile; e l'effetto d'una forte pressione venne mostrato dall'animale con alcuni segni di sensazione più energica, fino al grido.

Era questo, adunque, lo stato che si andava cercando, e che ottenne il Prof. Schiff in questa serie di sperimenti. Distrutto tutto il midollo, ad eccezione della sostanza bianca posteriore, e avendo prodotto il suddetto stato d'iperestesia mediante l'apertura operata nella vena giugulare; bastava un semplice contatto, bastava perfino di soffiare verso la pelle delle parti posteriori, perchè l'animale mostrasse palesemente la sua sensazione. La quale per tanto non aumentavasi, quando per avventura si fosse in alcun modo straziato il nervo istesso.

I cordoni posteriori godono d'una funzione trasmissiva isolata. Non si osserva in essi la *reciprocità* dei differenti strati, come nella sostanza grigia. In fatti, dopo aver sezionato un cordone posteriore d'un lato, puossi dimostrare che la sensibilità di contatto è già perduta soltanto nella parte corrispondente; per la qual cosa vedemmo gli animali opporre meno resistenza al distendimento delle estremità, quantunque sotto una pressione qualunque divengano iperestetici.

Quando si faccia il taglio di tutto il midollo spinale, ad eccezione del cordone posteriore d'un lato; e quando l'anima-

le sia messo in istato d'iperestesia per contatto, mercè d'un abbondante salasso; nelle parti posteriori d'un lato non è più sentito il contatto, nè il dolore; dovechè nelle parti posteriori dell'altro lato, si produce un effetto sensibile ogni volta che sia toccata la pelle, o che si voglia soffiare verso quelle parti che non sentono più dolore. Le parti anteriori al taglio poi reagiscono contro il contatto, mostrando eziandio segni energici di dolore, quando la irritazione sia più forte. Egli è importante che l'effetto del contatto si mostri sempre nel capo, e debb'esser così un effetto della trasmissione attraverso la parte mutilata, e non soltanto un effetto dell'azione riflessa.

Questi ultimi esperimenti eseguiti dallo Schiff nelle sue lezioni, erano stati già pubblicati parecchi anni innanzi. Dopo la qual pubblicazione, un'osservazione patologica del Lhuys ha dimostrato, che anco nell'uomo una disorganizzazione dei cordoni posteriori del midollo può dar luogo alla perdita della sensazione di contatto, conservandosi però la sensazione dolorosa.



**INTORNO A' CAMBIAMENTI DISPARATI NELLA FREQUENZA DELLE
RESPIRAZIONI E DEL POLSO ; PER G. MOLESCOTT E ALI-
PRANDO MORIGGIA, SECONDO ASSISTENTE NEL LABORATO-
RIO DI FISIOLOGIA DELL' UNIVERSITA' DI TORINO.**

L' antica dottrina, secondo la quale la frequenza della respirazione cresce e decresce sempre di consenso con quella del polso, già da qualche tempo ha dovuto cedere alle osservazioni diligenti dei medici e dei fisiologi. Van Ghert ha dimostrato già da molti anni che in seguito a violenti movimenti del corpo, prima aumenta la frequenza delle respirazioni e poi quella dei battiti cardiaci, mentre nel riposo susseguente, l' accelerazione del polso cessa più tardi di quella dei movimenti respiratori (1). In molte malattie, come per es. nel tifo e nella polmonite, i numeri dei due movimenti presentano non di rado una deviazione dal numero medio normale in senso opposto: sono inoltre da tutti conosciuti quei casi in cui, recisi i cordoni cervicali dei due nervi pneumogastrici, la respirazione diviene più rara, e il polso invece più frequente, benchè non sia per niente una regola assoluta che in questo caso il polso si renda più frequente, siccome l' hanno provato le numerose sperienze instituite da *Moleschott* su dei conigli, in cui è operazione così facile la recisione dei due pneumogastrici, lasciando interi i due simpatici (2).

(1) Vedi Donders, *Physiologie des Menschen*, 2 Auflage, Band. I. S. 128.

(2) Vedi Hufschmid e Moleschott, nel vol. VIII. delle « *Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere* », p. 101-113, e Moleschott, nello stesso volume, p. 615-617.

Dopo che da *Traube* da *Aubert* e *Tschischwitz*, e da *Rosenthal* abbiamo imparato ad arrestare a volontà il diaframma in istato di contrazione o di rilassamento, cioè d' inspirazione o d' espirazione, e dacchè *Molescott* con *Fudakowski* e *Peyrani* ebbe trovato una forte irritazione del moncone centrale del pneumogastrico accrescere in via riflessa la frequenza del polso, quando le correnti eccitanti non erano troppo forti (1), esisteva un nuovo metodo per dimostrare che la meccanica della respirazione non esercita un' influenza necessaria nella frequenza del polso, o almeno che tale influenza non è costante. Affine di studiare i fatti in questione, abbiamo adoperato il metodo segnalatoci dalle scoperte di *Traube*, *Aubert* e *Rosenthal*: allo scopo di arrestare il diaframma nella posizione inspiratoria, eccitavamo il moncone centrale del vago bene isolato, cogli elettrodi applicati lungi dal nervo laringeo superiore; dove invece si trattava di osservare il diaframma arrestato in rilassamento, abbiamo avvicinato l' uno degli elettrodi al ramo sopradetto (2).

In cotal modo ci riuscì verificare che tanto lo stato di rilassamento quanto quello di contrazione del diaframma protratti ambedue per molti secondi possono essere accompagnati da un aumento nella frequenza del polso.

Faremo conoscere dapprima un esempio nel quale in un coniglio la frequenza del polso si aumentava considerevolmente ad onta che un' irritazione forte (applicando una coppia di *Grove*, e i rotelli dell' apparato in islitta affatto addossati) rendesse molto più rari i movimenti respiratori per una durata lunghissima dell' espirazione, o che il diaframma restasse addirittura rilasciato per più di un minuto.

(1) Sull' eccitamento del cuore prodotto dal vago in via riflessa, per Jac. Molescott e Cajo Peyrani, nell' Archivio per la zoologia, l' anatomia e la fisiologia di Canestrini.

(2) Vedi Molescott nel vol. ix. del suo giornale, pag. 70, 71.

TAVOLA I.

MINUTI	STATO del nervo	FREQUENZA del polso per minuto	NUMERO dei movimenti respiratori per minut.	STATO del diaframma
1	riposo	177	49	rilasciato
2	eccitamento	207	23	
3	»	212	24	
4	»	216	15	
5	riposo	196	?	
6	»	179	44	
7	eccitamento	232	6	
8	»	232	8	
9	»	246	9	
10	»	227	18	
11	»	227	19	
12	»	224	18	
13	»	239	4	
14	riposo	205	24	
15	»	193	25	
16	»	186	26	
17	»	190	25	
18	eccitamento	197	0	
19	»	217	2	
20	»	216	7	
21	»	224	18	
22	»	221	19	
23	»	217	10	
24	riposo	217	25	
25	»	212	28	
26	»	207	31	
27	»	195	30	

Nel 9.^o e 13.^o minuto venne osservata la massima frequenza del polso per la serie soprascritta di osservazioni, mentre ad ambedue i minuti compete un numero piccolissimo di movimenti respiratori, e la rarezza della respirazione era da mettersi sul conto della lunga durata delle espirazio-

ni. I rilassamenti più protratti si presentavano nei minuti 18.^o e 19.^o, eppure precisamente in questi il numero dei battiti cardiaci era aumentato di 7 a 27 per minuto.

Potremmo dai nostri diari ricavare altri esempi, in cui l'arresto espiratorio del diaframma corrispondeva ad aumentata frequenza del polso, ma ci appaghiamo a rendere di pubblica ragione la serie già comunicata, essendochè un solo esempio basta per provare la nostra tesi, cioè che il polso *può* crescere di frequenza in modo notevole, quand'anche l'espirazione sia molto prolungata. Per contro ad evitare fraintesi si vuol far notare, che non di rado l'eccitamento del moncone centrale di un nervo vago, il quale ferma il diaframma in arresto espiratorio, è abbastanza forte per rendere viemeno frequenti i battiti cardiaci.

In un'altra serie di osservazioni per un eccitamento meno forte (la distanza dei rotelli essendo zero) venne raggiunto l'arresto del diaframma contratto, e in quella il coniglio presentava cresciuta la frequenza del polso.

TAVOLA II.

MINUTI	STATO del nervo	FREQUENZA del polso per minuto	NUMERO delle respirazioni per minuto	STATO del diaframma
1	riposo	179	51	i primi 17" contratto inspiraz. ⁱ prolung. ^{me}
2	»	177	51	
3	»	174	51	
4	»	177	49	
5	eccitamento	198	19	
6	»	211	13	
7	riposo	183	46	
8	»	181	55	

In questa serie dunque la massima frequenza del polso corrispondeva alla più grande rarezza delle respirazioni, rarezza cagionata dalla lunghissima dimora del diaframma in posizione inspiratoria. In altre sperienze osservammo per una grandissima parte del minuto, in cui si eccitava il moncone centrale del vago, insieme ad una cresciuta frequenza del polso l'arresto del diaframma contratto, e poscia, mentre continuava l'aumento nella frequenza dei battiti cardiaci, delle respirazioni frequentissime, ma superficiali. Per illustrare pure questa eventualità vogliamo trascrivere uno degli esempi da noi osservati. L'apparato in islitte era armato di una coppia di *Grove*, la distanza dei rotelli 5 centimetri, e l'animale, che serviva all'esperienza, siccome in tutti gli esperimenti ulteriori, era un coniglio.

TAVOLA III.




Emerge dai numeri qui riferiti, la frequenza del polso essere molto cresciuta sia nel 3°. che nel 23°. minuto, mentre l'eccitamento del moncone centrale del vago arrestava il diaframma in inspirazione; continuava l'aumento summentovato durante l'ultimo 4°. o 3°. del minuto in cui il diaframma avea ripreso i suoi movimenti, ma eziandio in questi ultimi lassi di tempo non esisteva nissuna proporzionalità fra le frequenze delle respirazioni e dei battiti cardiaci.

Però abbiamo incontrati altresì dei casi in cui l'eccitamento che fermava il diaframma in istato di contrazione, era accompagnato da una minore frequenza del polso, e viceversa degli altri nei quali a respirazioni più frequenti corrispondevano battiti cardiaci più radi. *Risulta da queste esperienze, che l'eccitazione, la quale in via riflessa si trasmette dalle fibre sensibili del pneumogastrico ai nervi motori del cuore e del diaframma, può produrre degli effetti di grado molto diversi nei nervi motori che si diffondono in questi organi, ad onta di uno e medesimo eccitamento. Con altre parole: l'eccitazione delle fibre sensibili del vago, per una data forza dell'eccitamento, può accrescere l'attività dei nervi frenici e nello stesso tempo slancare i nervi cardiaci; e per contro, l'eccitazione, che in via riflessa si ottiene dai medesimi elementi sensibili del vago, può incitare i nervi cardiaci a maggiore azione, mentre spossa i nervi frenici per sovraeccitamento.*

Dei risultamenti analoghi si procurano irritando il vago intero: imperocchè riesce assai facile d'irritare il nervo intatto con correnti indotte tali da scemare notevolmente la frequenza dei battiti cardiaci, mentre all'opposto la respirazione si fa più frequente. La tavola seguente fornisce un esempio per questa affermazione; nelle esperienze di cui si rende conto, le correnti vennero indotte coll'ajuto di una coppia di Grove.

TAVOLA IV.

MINUTI	STATO del nervo	DISTANZA dei rotelli	FREQUENZA del polso	NUMERO delle respiraz.
1	riposo	10 C. M.	147	34
2	eccitamento		67	40
3	riposo		141	30
7	»	10 C. M.	157	38
8	eccitamento		92	41
9	riposo		156	34
12	»	8 C. M.	162	35
13	eccitamento		97	37
14	riposo		157	32
15	»	+ 5 C. M.	165	35
16	eccitamento		86	49
17	riposo		128	42
18	»		149	42
19	»		147	43

Ogniqualevolta che in questa serie l'eccitamento piuttosto forte del nervo vago integro, scemava la frequenza dei battiti cardiaci a tal punto da ridurla quasi alla metà, e ancora più si osservò un aumento nel numero delle respirazioni, anzi la massima frequenza respiratoria corrispondeva ad una delle minime del polso (vedi minuto 16°). S'intende che nelle esperienze surriferite l'aumentata frequenza dei movimenti respiratori non debba dipendere necessariamente dalla sola eccitazione del vago; imperocchè delle correnti derivate doveano per forza attraversare il frenico, ma per lo scopo che noi ci prefiggiamo, ciò non importa, in quantochè non si tratta, che di offrire un esempio di incongruenza nelle due frequenze cardiaca e respiratoria.

Qui vorremmo accennare di passaggio il lento e progressivo riaversi delle fibre motrici del vago, che si diffondono nel cuore, quale si presentò nei minuti 17° fino al 20° dopo la sovra eccitazione del 16° minuto.

Nell'ultimo minuto, prima dell'eccitazione, la frequenza del polso era di	165
durante l'eccitazione	86
nel 1. ^o minuto dopo l'eccitazione	128
2. ^o	149
3. ^o	147
4. ^o	167

Questo tardo ritorno alla pristina frequenza a noi fa l'effetto di un lento e progressivo riaversi, quindi l'eccitamento adoperato deve per noi avere il significato di una sovraeccitazione. Coloro invece, che poggiati su di sperienze fallite, credono ancora oggidì che il vago cardiale sia un nervo arrestatore, cercheranno di spiegare il lento accrescimento della frequenza del polso dopo l'eccitazione, per un effetto postumo di questa stessa. Sia pure che un tal effetto prolungato di un eccitamento non manchi di esempi (1), per certo però forma eccezione, come lo prova la sperienza giornaliera nei casi in cui tolto l'eccitamento è anche tolta del tutto la cagione irritante, l'effetto di una sovraeccitazione per contro non suol perdersi, che poco per volta; locchè, siccome è conosciuto in generale, così nel caso speciale che si riferisce al vago venne dimostrato da *Hufschmid*, e *Moleschott* (2).

Le ricerche di cui qui riferiamo, per noi aveano un doppio interesse: imperocchè volevamo esplorare, se forse una necessaria armonia tra le frequenze del polso e della respirazione potesse in parte render ragione del fatto che un eccitamento debolissimo sia del moncone periferico del vago, che del nervo integro, produce un aumento considerevole nella frequenza dei battiti cardiaci. Perciò abbiamo instituite ancora alcune sperienze dirette nello scopo speciale di contare non solo i battiti del cuore ma anche le respirazioni,

(1) Vedi *Moleschott* nel 7.^o volume del suo giornale, pag. 419. tavola VIII, dove l'aumento della frequenza persisteva per 4 minuti dopo una eccitazione debolissima.

(2) Vedi lo stesso giornale volume, VIII. pag. 86-88.

durante una debolissima eccitazione del vago. In questa, come in tutte le sperienze summentovate, venivano ajutati nel modo il più cortese dal Prof. *Piso-Borme* e dal Dott. *Peyroni*, a cui ne rendiamo sentiti ringraziamenti.

Faceva un tempo caldissimo, quando nel mese di Agosto del 1862 eseguivamo le esperienze in questione dentro un locale assai asciutto. L'essiccazione del nervo convenevolmente isolato progrediva così rapidamente, da costituire per sè stesso un eccitamento, il quale per la più debole eccitazione elettrica, regolata ed indebolita per la chiusura secondaria delle correnti, cresceva a tal grado, che eziandio delle correnti, quali *Rosenthal a priori* volea dichiarare destituite d'ogni effetto, bastarono per produrre una *diminuzione* nella frequenza dei battiti cardiaci. E che ciò da vero risulasse dall'addizionarsi l'essiccazione col debolissimo irritamento elettrico, onde sovraeccitare il nervo, emerge dal fatto che le osservazioni corrispondevano alla nostra aspettazione, quando invece di preparare ed isolare il vago, introducevamo le nostre laminette ad elettrodi col vetro verso la pelle del collo, mandando poi attraverso le parti molli di questo, delle correnti indotte debolissime.

Pertanto affine di raggiungere il nostro scopo in via più diretta, abbiamo collocato il moncone periferico del vago reciso sovra una lastra di vetro asciutta, servendoci della sola essiccazione progressiva, quale irritamento.

Le serie seguenti di numeri illustreranno quanto da noi veniva per quel metodo osservato.

cessata l'eccitazione del vago, anche il polso diveniva meno frequente. Quindi la frequenza cardiaca aumentava e diminuiva indipendentemente dal numero respiratorio.

In un altro coniglio sperimentato nella stessa maniera abbiamo trovati i numeri qui sotto riferiti.

TAVOLA VI.

MINUTI	STATO del nervo	FREQUENZA del polso	NUMERO delle respirazioni
1	riposo	176	57
2	»	175	56
3	eccitamento	186	59
4	»	186	53
5	»	189	57
6	»	188	54
7	»	190	52
8	»	192	48
9	»	200	50
10	»	200	49
11	»	191	40
12	»	188	55
13	»	193	56
14	»	193	57
15	»	189	52
16	»	187	50
17	»	194	49
18	riposo	188	48
19	»	178	50
20	»	179	57

Con queste ed altre operazioni da noi raccolte è incompatibile l'idea di un aumento sempre consimile per le due frequenze cardiaca e respiratoria, e quindi cade il dubbio che la cresciuta frequenza del polso, ottenuta da *Schiff* e da *Moleschott* in numerosissime esperienze con un debolissimo irritamento del vago, fosse riferibile a cambiamenti nel ritmo della respirazione.

SULLA DURATA DELLA SCINTILLA ELETTRICA;
DEL PROF. NIC. VLACOVICH.

§. 1. Nel tempo appunto, in cui la mia Memoria: *Sulla scarica istantanea della bottiglia di Leyda* (1) veniva inserita dall'imperiale Accademia delle scienze in Vienna nei rapporti delle sue sedute, il Professore R. Felici pubblicava nel *Nuovo Cimento* una Memoria assai interessante intitolata: *Esperienze sulla velocità della elettricità, e sulla durata della scintilla* (2). Scorrendo io questo scritto, riscontrai, che i risultati precisi sulla durata della scintilla, ottenuti dall'Autore per via sperimentale, coincidono sì perfettamente colle deduzioni teoriche da me fatte, che credo opportuno dimostrare, come la mia teoria della scarica successivo-istantanea trovi piena conferma negli esperimenti del rammentato Professore.

Siccome l'Autore prima di pubblicare il suo lavoro non poteva aver notizia della Memoria perchè contemporanea, non si può suscitare il più leggier dubbio, che le osservazioni e le deduzioni da lui fatte non sieno frutto dell'impressione ricevuta e della persuasione sua individuale. L'ammettere senza ragione, che il suo animo sia stato preoccupato da idea preconcepita uguale del tutto alla mia, sarebbe quasi assurda cosa, o, per lo meno, non giustificata. È dunque mirabile, che lo stesso Professore sperimentalmente ed io teoricamente giungessimo, indipendentemente l'uno dall'altro, alle stesse conclusioni, talchè i nostri lavori si completano a vicenda: i ri-

(1) Nic. Vlacovich. *Sulla Scarica* ec. Sitzungsber. der k. Akad. per Wissenschaften XLVI, pag. 531. — Il *Nuovo Cimento*; Tomo XVI, pag. 30.

(2) R. Felici. *Esperienze sulla* ec. *Nuovo Cimento*, Tomo XV, pag. 339.

caso d'alta tensione. E però, denominata E la distanza esplosiva o la tensione, risulterebbe.

$$D = \frac{1}{f(E)}.$$

§. 7. Per ultimo, se si prendono in considerazione contemporaneamente tutte e tre le suddette principali circostanze e si riuniscono in una formola, s'avrà

$$D = \frac{1}{f(R)} \cdot \frac{f(C)}{f(E)}.$$

Questa formola insegna, che, nel caso d'un determinato circuito, vale a dire, se $f(R)$ resta costante, la durata della scarica aumenta, quando aumenta il rapporto fra la carica e la distanza esplosiva: conseguenza necessaria delle considerazioni sinora fatte. Che se esaminiamo in proposito l'opinione del nostro Autore, apparisce esser egli di contrario avviso, senza che sostenga decisamente il suo parere. Ecco le sue parole: *è da osservare che diminuiva in quest'ultimo caso (quando aumentava la durata della scintilla) molto probabilmente almeno anche il rapporto fra la tensione e la carica. Con un apparecchio migliore si potrà studiar meglio anche questo dettaglio della questione (pag. 352).* Da quello, che finora dissi giudico essere pienamente dimostrata l'esattezza dell'opinione contraria da me espressa.

§. 8. Venendo ora alla conclusione, per accrescere la durata della scintilla, anzichè *aumentare la lunghezza del circuito e diminuire il rapporto fra la tensione e la carica* (pag. 354), nel che l'Autor nostro riconosce i mezzi più efficaci ed unici a quel fine, io proporrei di *prendere la parte metallica del circuito di lunghezza, diametro e sostanza tale da diminuire il riscaldamento causato dalla scarica, di produrre colla scarica in qualche sito del circuito un effetto meccanico e d'aumentare il rapporto fra la tensione e la carica.*

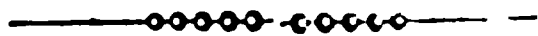
L'accordo mirabile delle sperienze colla mia teoria m'induce a sperare, che i Fisici non troveranno difficoltà a riconoscere l'esattezza.

**SULLA FORMAZIONE DELLA FIBRINA DALL' ALBUMINA;
DI HUTCHISON SMEE.**

Sanno i nostri lettori che il signor Smeë ha annunziato della fibrina assoggettando lo siero all'azione dell'ossigeno dopo avervi aggiunto l'acido acetico. La quantità d'acido acetico aggiunto dev'esser tale da rendere lo siero neutro o leggerissimamente acido. È a notare che lo siero che è stato assoggettato alla dialise per togliere i sali col metodo di Graham non ha acquistato facilità maggiore a produrre fibrina. D'altra parte l'albumina purificata dai sali con quel metodo e indi assoggettata all'ossigeno fornisce una gran quantità di fibrina sotto l'influenza dell'ossigeno. Quando l'albumina è posta in un tubo che contiene circa la metà dell'ossigeno e in cui è stato fissato per tutta la lunghezza del tubo un filo di platino coperto di nero di platino onde render più attiva l'azione dell'ossigeno sull'albumina, non si formava fibrina anche dopo trentasei ore se il tubo era chiuso.

Non è più così se il tubo è aperto.

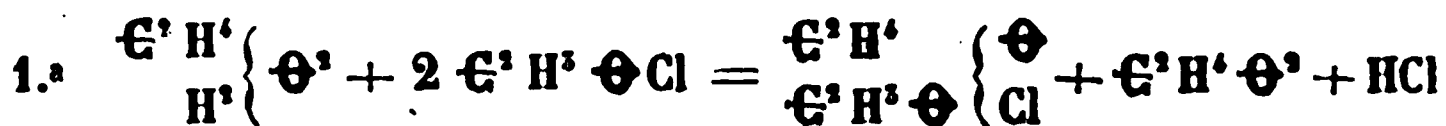
Le proprietà della fibrina artificiale così ottenuta sono le seguenti: ha peso specifico maggiore dell'albumina; ha l'apparenza filamentosa come la fibrina del sangue; si scioglie completamente nell'acido acetico; in contatto dell'ammoniaca si gonfia e diviene gelatinosa; acquista un bel color giallo coll'acido nitrico e un color bleu coll'acido idroclorico.



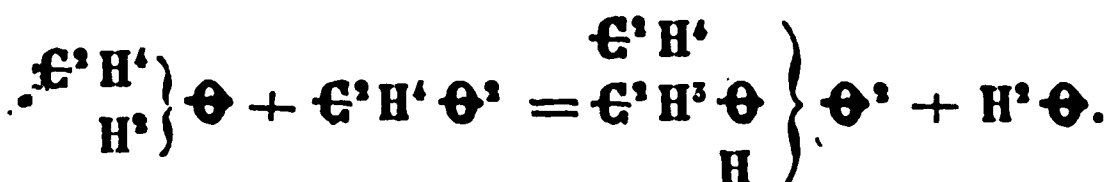
Le esperienze fatte con il cloruro di acetile e di butirile autorizzano questa asserzione. L'azione del cloruro di acetile sul glicole ha prodotto l'acqua e un cloruro limpido più pesante dell'acqua e che possiede tutte le proprietà del glicole aceto-cloridrico (cloroacetico) di Simpson. Le analisi conducono alla formula seguente:



la reazione si fa in due fasi, che possono essere espresse dalle seguenti formule.



Se la mescolanza si fa alla temperatura ordinaria, e se si lascia sviluppare l'acido idroclorico prima di chiudervi il tubo, si ottiene oltre i prodotti precedenti, il glicole monoacetico di Atkinson. La seconda delle sopra dette formule si trasforma così:

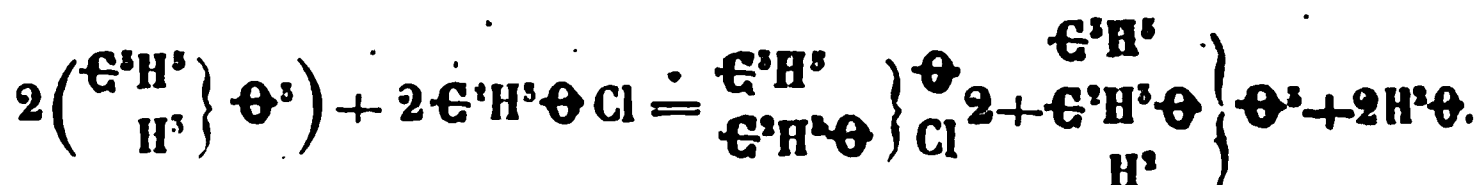
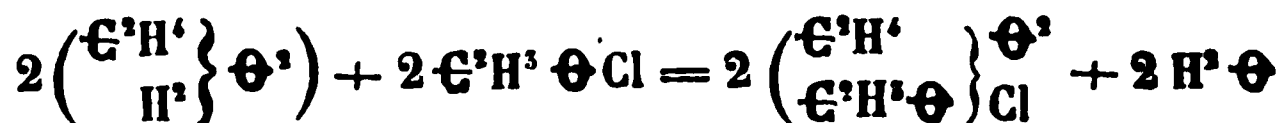
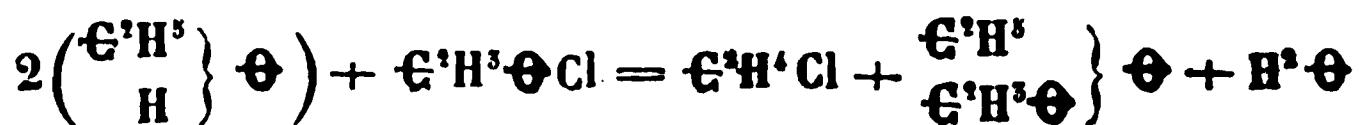


Queste due reazioni si effettuano in condizioni differenti. La prima avviene con una grande energia e istantaneamente alla temperatura ordinaria; la seconda richiede tempo e impiego di calore.

I cloruri organici agiscono come una mescolanza di due acidi, l'acido idroclorico e l'acido del cloruro, l'acido acetico nel nostro caso.

Se in vece di fare reagire il cloruro sul glicole, si fa reagire sopra uno dei suoi eteri a un sol radicale acido, si ottiene un etere del glicole a due radicali, e una cloridrina. La reazione

Il risultato finale poi varia a misura che le molecole messe a reagire divengono più complesse.



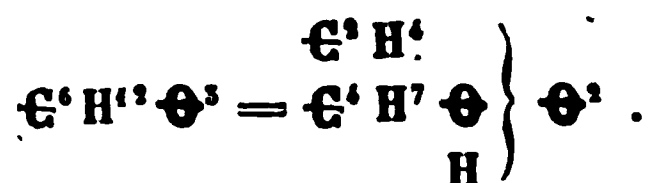
II.

Azione degli acidi monoatomici sul glicole.

• L'azione degli idracidi e dei cloruri organici sopra il glicole è istantanea e si effettua con energia alla temperatura ordinaria. L'azione degli acidi ossigenati richiede tempo, e temperatura elevata. In generale per avere la combinazione basta riscaldare il glicole e gli acidi, in un tubo chiuso alla lampada, per quattro o per cinque ore in un bagno di olio del quale si eleva la temperatura a 200°. I radicali ossigenati possono così rimpiazzare uno a due atomi dell'idrogeno tipico del glicole, mentre gli idracidi non ne rimpiazzano che un solo, sebbene la loro azione sia più energica. Così l'azione dell'acido acetico dà due eteri del glicole, mentre che l'acido idroclorico ne dà uno solo, il glicole monocloridrico. (E solo per l'azione del percloruro di fosforo si può ottenere il glicole bicloridrico o cloruro di etilene). Lo stesso accade per la glicerina, che dà solo due eteri cloridrici, per l'azione diretta dell'acido idroclorico sopra questo corpo; mentre che gli acidi ossigenati ne forniscono tre. Il terzo etere cloridrico si ottiene, come per il glicole, dall'azione del percloruro di fosforo sulla glicerina.

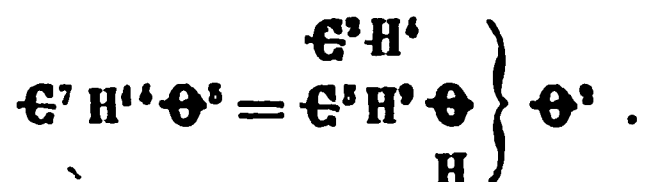
• L'azione diretta degli acidi sopra gli alcoli è generale, e si effettua quasi nelle stesse condizioni, qualunque sia l'atomicità degli alcoli. Questa azione è tanto più debole, quanti più equi-

nata con l'analisi fatta sopra il liquido che bolle fra 215° e 225°, che può esprimersi con la seguente formula:



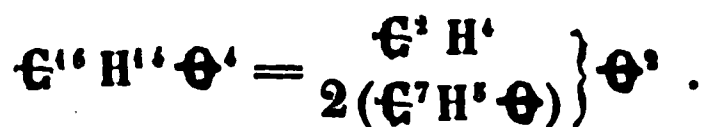
Esso è un liquido incolore, oleoso e che lascia una macchia persistente sulla carta, è insolubile nell'acqua ed è più leggiero di essa. Dà una reazione acida in conseguenza di una decomposizione parziale, si discioglie in tutte le proporzioni nell'alcool e nell'etere, e tramanda un odore sensibile di acido butirrico.

Glicole monovalerico. Ottenuto come il precedente esso presenta collo stesso una grandissima analogia nelle sue proprietà fisiche. Solamente il suo odore somiglia molto quello dell'acido valerico, e bolle a 240°. L'analisi fatta sul prodotto che bolle fra 235° e 245° si accorda alla seguente formula:



« L'acido benzoico si comporta in modo differente col glicole almeno nelle condizioni in cui è stata fatta la esperienza, Otto grammi d'acido benzoico fuso furono introdotti con un peso equivalente di glicole in un tubo che poscia fu chiuso alla lampada. Questa mescolanza è stata scaldata durante più di un giorno, in un bagno di olio al di sopra di 200°, si è distillato quindi il contenuto per separare l'eccesso di glicole, e si è disciolto nell'etere ordinario il composto benzoico che distillava a 300°. L'evaporazione spontanea della dissoluzione eterea ha dati dei bei cristalli prismatici del glicole bibenzoico di già descritto da Wurtz ».

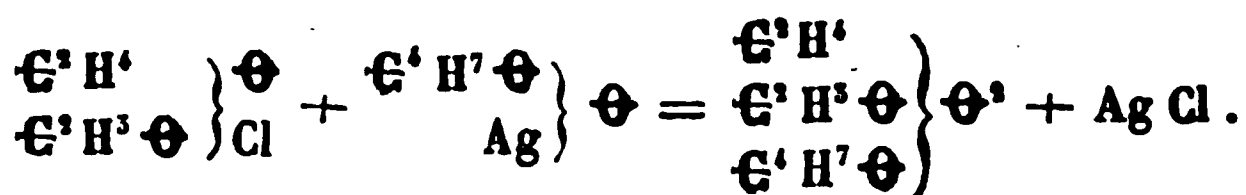
La composizione di questi cristalli è stata determinata con l'analisi ed è la seguente:



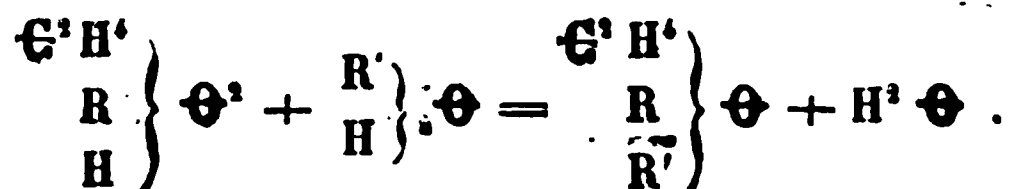
Da ciò si vede che per preparare gli eteri del glicole a due radicali dello stesso acido serve riscaldare i prodotti della reazione di Atkinson con un eccesso di questo acido.

Eteri del glicole a due radicali acidi differenti e eteri misti.

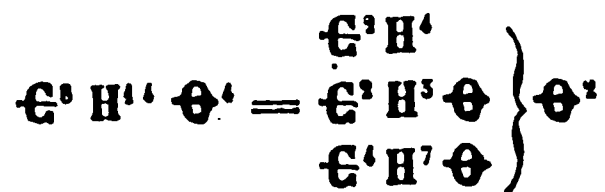
Simpson ha ottenuto il glicole acetobutirrico con l'azione del glicole acetocloridrico (cloracetine) sul butirrato d'argento. Questa reazione può essere rappresentata così:



Questi composti misti si possono ancora facilmente preparare con il processo indicato più sopra cioè trattando con un acido un etere di glicole ad un sol radicale di un altro acido. Se rappresentiamo con R e R' i radicali acidi si ha



Glicole acetobutirrico. Quantità equivalenti di glicole monoacetico e di acido butirrico essendo state riscaldate per ventiquattr' ore nelle condizioni delle precedenti esperienze, hanno dato per mezzo della rettificazione un liquido che distilla fra 210° e 215°; l'analisi di questo liquido si accorda con la formula

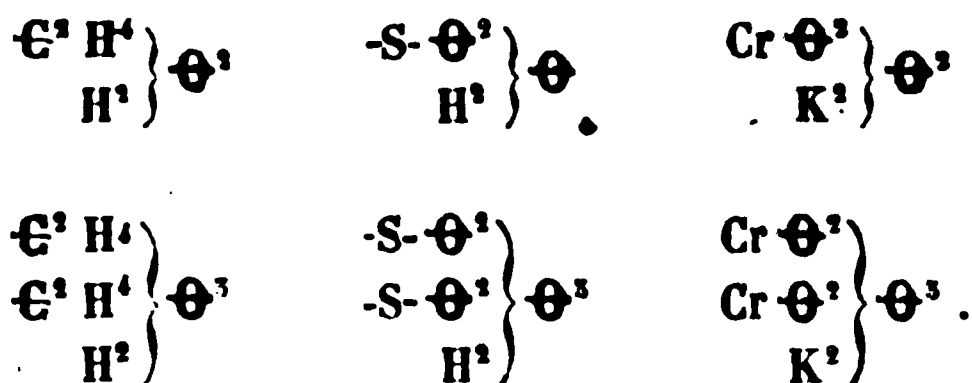


che è l'etere descritto da Simpson.

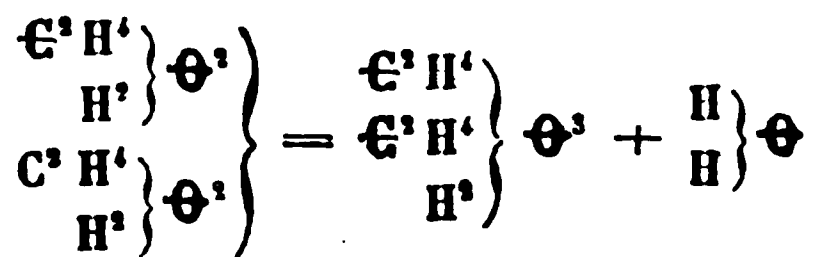
Glicole acetovalerico. In condizioni analoghe il glicole monoacetico e l'acido valerico danno un etere composto che bolle verso 230°, incolore, oleoso, che tramanda odore di acido valerico. Il composto è più denso dell'acqua. Possiede

I composti che bollono a temperature più elevate sono anche il risultato della reazione espressa dalla seconda equazione.

Questo composto ha con il glicole dei rapporti analoghi a quelli che esistono fra l'acido solforico di Nordhausen e l'acido solforico monoidrato, o il cromato di potassa ordinario con il bicromato di potassa, come dimostrano le formule



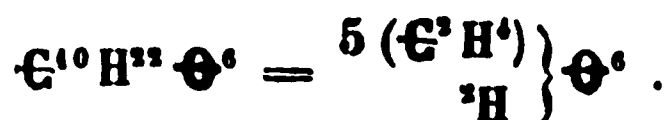
Esso è il prodotto della condensazione di due molecole di glicole in una sola, eliminandosene una di acqua



« Questa combinazione riguarda rispettivamente gli eteri e gli alcoli. Si può considerare l'etere ordinario come prodotto della condensazione in una di due molecole di alcool etilico con la eliminazione di una molecola di acqua; l'etere del glicole propriamente detto è il prodotto della condensazione di due molecole di glicole con eliminazione di due molecole d'acqua. Ora il composto di cui si tratta è il risultato della condensazione di due molecole di glicole con la eliminazione di una sola di acqua, e si può riguardare sotto questo rapporto come un etere intermediario. D'altra parte in conseguenza di questa reazione incompleta, li resta, come indica la formula, 2 atomi di idrogeno tipico rimpiazzabili con radicali, come negli alcoli. Sotto questo rapporto, può essere considerato come un alcool, così che Wurtz chiama questo composto *glicole bietilenico*, denominazione più comoda della prima.

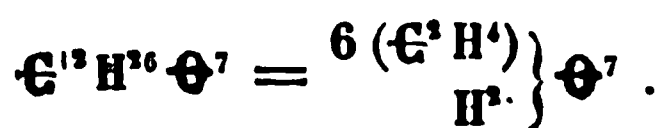
I prodotti che bollono a temperature più elevate dopo i

Le analisi conducono alla seguente:



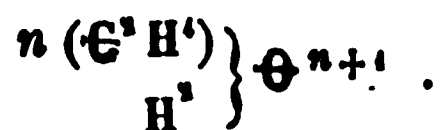
Questo è un nuovo composto a cui l'Autore ha dato il nome di *alcool pentaetilenico*.

Alcool esaetilenico. Il terzo ed ultimo composto che ha potuto isolare, è un liquido che bolle verso 325° sotto la pressione di 0^m,025. Esso non differisce dal precedente che per essere più viscoso; la sua analisi ha condotto alla seguente formula:



« Tutti questi composti di cui si tratta distillano alla pressione ordinaria, senza scomporsi; solamente nel caso in cui la temperatura del lor punto di ebollizione sia troppo elevata, la loro separazione è impossibile.

Col metodo di separazione che l'Autore ha adoprato il punto di ebollizione si abbassa di 95° circa, l'alcool esaetilenico sotto la pressione ordinaria bollirebbe 420°. Quando esso è distillato resta ancora nel pallone una grande quantità di prodotti che bollono a delle temperature sempre più elevate. E se l'operazione fosse continuata per un tempo assai lungo e con un eccesso di glicole, si possono ottenere dei composti di più in più condensati e che formano una serie di cui il termine generale sarebbe



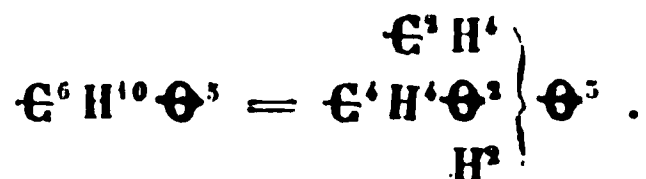
« Questi composti divengono sempre più viscosi a misura che la loro complicazione molecolare aumenta, e si osserva una differenza di circa 45° fra i lor punti di ebollizione.

« La formazione di questi composti si spiega considerando che il glicole bromidrico reagisce sugli alcoli condensati, come dall'Autore è stato constatato con delle esperienze dirette.

Azione degli acidi biatomici sul glicole.

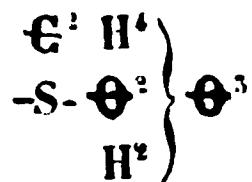
Anche gli acidi biatomici come i monoatomici si possono combinare al glicole in diverse proporzioni eliminando 1 o 2 molecole di acqua. L'A. riferisce qui una esperienza che è stata fatta con il glicole e l'acido succinico.

Acido succinico etilenico. Mantenendo ad un calore di 180 a 200° per dieci ore in un tubo chiuso alla lampada delle quantità equivalenti di glicole e di acido succinico, l'acido succinico insolubile nel glicole a freddo vi si discioglie completamente e anche dopo il raffreddamento si ha un liquido omogeneo, oleoso, e della consistenza della glicerina, di un sapore acido e che ha una reazione fortemente acida alle carte reattive; di più lasciato a sè stesso cristallizza in piccoli cristalli, che fondono a una temperatura minore di 100°; l'analisi sì del liquido che dei cristalli si accordano e danno numeri che conducono alla formula:



Questo corpo a cui l'A. dà il nome di *acido succino-etilenico* è poco solubile nell'acqua nell'alcool, nell'etere: ma si discioglie facilmente in una mescolanza di questi due ultimi.

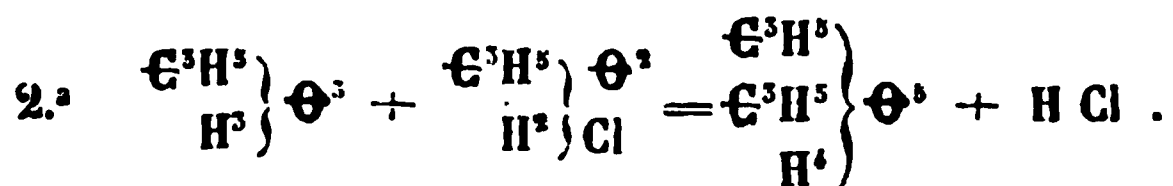
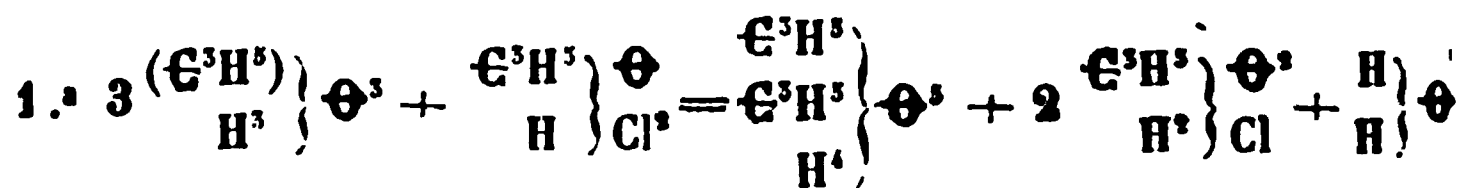
Simpson facendo reagire l'acido solforico sul glicole ha ottenuto un composto che ha per formula



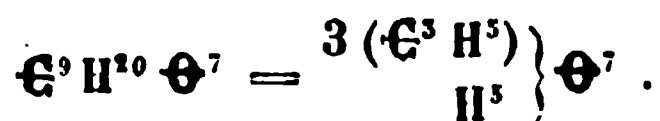
formula del tutto simmetrica a quella dell'acido succinico-etilenico.

L'acido succinico etilenico sottoposto alla temperatura di 300° perde una molecola di acqua e diventa un corpo cristallino insolubile nell'acqua ma che vi fonde a cento gradi, so-

Le reazioni che danno nascimento a questo composto (che è la condensazione di due molecole di glicerina con eliminazione di una molecola d'acqua) sono le seguenti:



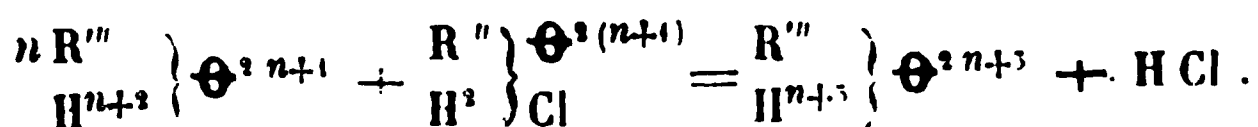
L'acido idroclorico messo in libertà in questa reazione agisce sulla glicerina in eccesso e rigenera la glicerina monocloridrica. La quale con la sua azione sulle glicerine condensate dà luogo alla formazione di una serie di alcoli poliglicerici analoghi a quelli polietilenici. Così si ha un *Alcool triglicerico*, liquido che bolle fra 275° e 285° sotto la pressione di 10 millimetri la di cui analisi corrisponde con la formula



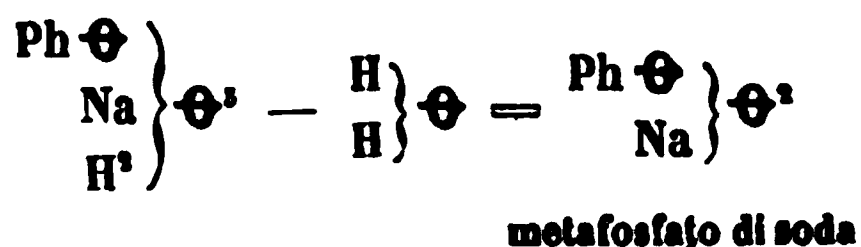
Questo composto che nella serie degli alcoli biatomici corrisponde all'alcool trietilenico per ripetute distillazioni perde una molecola di acqua e si converte nel suo primo anidride che ha per formula



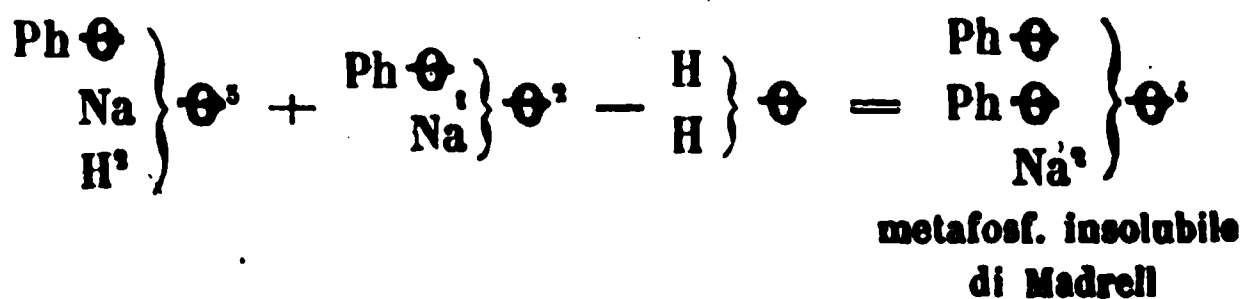
Quando quei composti sono distillati e si seguita ad inalzare la temperatura come negli alcoli polietilenici si presentano dei composti sempre più condensati. La seguente equazione affatto analoga a quella degli alcoli biatomici condensati ci rende conto dei composti che si producono.



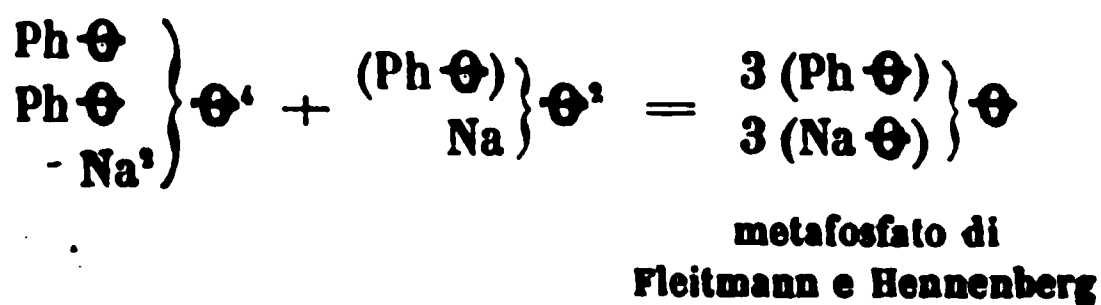
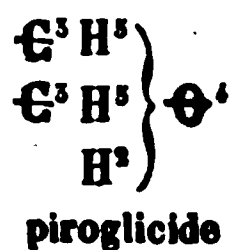
zione delle diverse modificazioni dell'acido metafosforico ottenute riscaldando fino a 316° il sal di fosforo ($\text{Ph O}^s, \text{Na O}, \text{Am O}, \text{HO}$) o il fosfato acido di soda ($\text{Ph O}^s, \text{Na O}, 2 \text{HO}$); e ciò con le seguenti formule



corrisponde a



corrisponde a



corrisponde a



Da cui si vede che l'acido metafosforico di Gram agi-

e per i numeri pari

$$\frac{n}{2} + 1.$$

ove n rappresenta il numero d'ordine del termine nella serie.

• Nella serie biatomica, le anidridi non possono formare dei composti che per l'addizione diretta, mentre i composti triatomici possono formare delle combinazioni per l'addizione e per la doppia decomposizione, come accade col glicole, la metaglicerina, e l'acido metafosforico. Se si indicano in una maniera generale col nome di *alcooli* tutti i composti suscettibili di formare gli eteri, molte anidridi dei composti triatomici sono veri alcoli. Nei termini impari della serie triatomica, tutte le anidridi contengono degli atomi di idrogeno tipico; nei termini pari, l'ultima anidride n'è privata come nell'anidride poliglicerica o etere della glicerina



Il termine generale di queste anidridi, analoghe quanto alla loro costituzione all'etere ordinario nei composti biatomici, può essere rappresentato con la formula



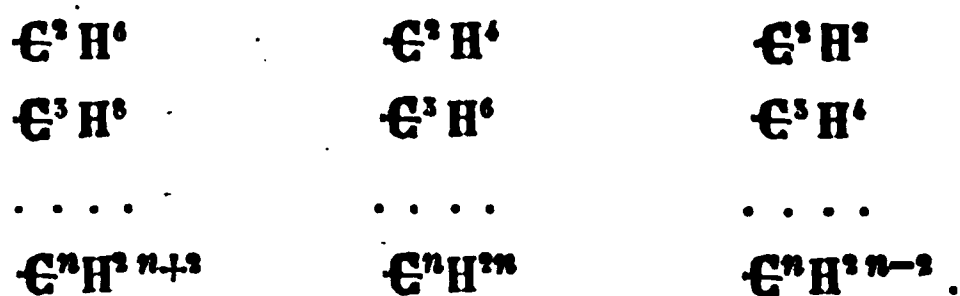
ove n ha sempre lo stesso significato.

• Terminando queste considerazioni, chiamerò l'attenzione sopra il gran numero di composti che la serie degli alcoli triatomici condensati fa intravedere.

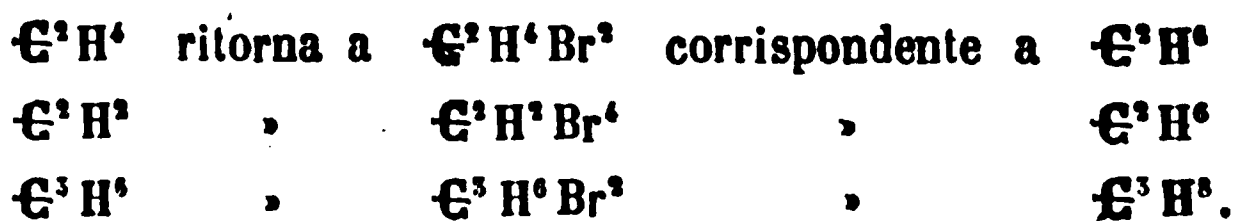
• Berthelot ha fatto osservare che il numero degli eteri che la glicerina può fornire con soli dieci acidi si eleva ad una cifra grandissima.

• Applicando lo stesso calcolo agli alcoli bi e triglicerici, si trova per lo stesso numero di acidi una cifra anche più grande, il numero delle combinazioni che un composto può fornire crescendo rapidamente con l'atomicità. Questi numeri crescerebbero molto più se si pensa alle combinazioni che devono produrre le anidridi che si comportano come veri alcoli.

zione degli atomi di carbonio che esso contiene. La natura, i processi di laboratorio non hanno mai fornito composti d'un grado d'idrogenazione più elevata. Questi idrocarburi possono essere designati col nome d'*idrocarburi limiti*. Ciascuno d'essi è capace di formare una serie d'idrocarburi derivati che seguono una progressione aritmetica decrescente di cui la ragione è — H^2 . Eccone degli esempi:



« Questi sono aggruppamenti instabili, aggruppamenti nei quali gli atomi di carbonio non sono completamente saturi, e che posti nelle condizioni convenienti, riprendono il numero di atomi d'idrogeno o d'altri corpi equiatomici, come il cloro, il bromo, di cui essi hanno bisogno per ritornare al termine limite C^nH^{2n+2} . Così

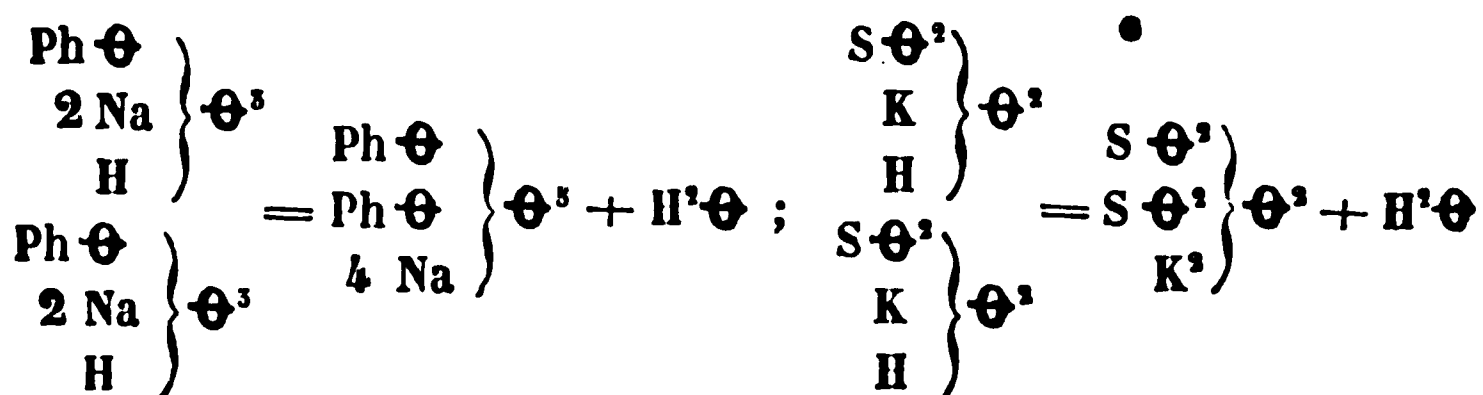


« Questi termini non saturi derivano da idrocarburi limiti con la medesima legge con cui le anidridi derivano da composti poliatomici che loro corrispondono. Così: 1.° la sottrazione di 1, di 2 o di 3 molecole d'acqua ad un composto poliatomico dà origine ad anidridi di differente grado d'un alcool o d'un acido poliatomico; la sottrazione di 1, 2 o di 3 molecole d'idrogeno a un idrocarburo limite produce questi idrocarburi derivati che si possono chiamare *anidrogenidi* di differente grado; 2.° le anidridi riprendono le molecole d'acqua sottratte e ritornano al tipo da cui esse derivano; le anidrogenidi riprendono le molecole di idrogeno tolto e ritornano al tipo dell'idrocarburo limite corrispondente; 3.° sebbene le anidridi e le anidrogenidi possono essere considerate come gruppi in equilibrio instabile, posti in conveniente condizione danno dei

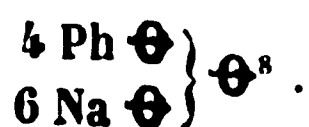
minazione di una o due molecole di acqua e danno origine all'alcool bietilenico e all'anidride bietilenica. Due molecole una di glicole e l'altra di acido succinico si combinano con eliminazione di una o due molecole di acqua e danno l'acido e la anidride succina etilenica (etere succinico). Questi composti appartengono al medesimo tipo.

« Il modo di condensazione varia secondo la volatilità o la non volatilità dei corpi.

Condensazioni nei composti non volatili. Le molecole similari non avendo alcuna affinità fra di loro, la loro condensazione non è che l'effetto di un equilibrio molecolare. Due molecole saturate non si possono condensare, senza che una parte dei loro elementi costitutivi si elimini allo stato di acqua, di acido idroclorico, d'idrogeno ec. I risultati sono differenti, secondo che gli elementi eliminati sono forniti dalle due molecole che si condensano o da una molecola sola. Eccone qui alcuni esempi. Quando si sottomette al calore un composto poliatomico non volatile, il fosfato di soda ordinario o il bisolfato potassico, questi composti perdono ciascuno una molecola d'acqua. Un equilibrio nuovo si forma per la condensazione di due delle loro molecole, come lo indicano le formule



« Qui l'eliminazione dell'acqua si fa simultaneamente a spese di due molecole di fosfato o a spese di due molecole di solfato acido. La condensazione si arresta a questo grado perchè i composti sono saturi e indecomponibili. Le condensazioni si avanzerebbero di più se si scaldasse il pirofosfato trisodato nelle stesse condizioni che il fosfato di soda ordinario; e si otterrebbe così probabilmente il sale



biatomiche, possono restare combinate, ma queste condensazioni si fanno sempre passando per un'altra combinazione intermedia. Così due molecole di ossido di etilene restano unite insieme dopo essere passate per una combinazione intermedia, il bromuro di biossido di etilene, o i cloruri polietilenici.

« Vi sono altre specie di condensazioni o di combinazioni di molecole simili che ci illuminano nella formazione di tutti quei composti complessi e numerosi della chimica organica, e che mettono in evidenza il legame intimo che passa fra i composti organici e i composti inorganici.

« Quando si rapportano tutti i metalloidi ad un solo di essi, l'idrogeno, e si considerano sotto il medesimo volume le combinazioni che forma con tutti i suoi congeneri, si costata il rapporto seguente relativo alla loro saturabilità

$$1 : 1, \quad 1 : 2, \quad 1 : 3, \quad 1 : 4.$$

Questi rapporti permettono di dividerli in 4 classi

1. ^a	H Cl Br I Fl
2. ^a	⊕ S Se Te
3. ^a	Az Ph Sb As
4. ^a	⊖ Si Bo.

Questa classificazione è quella che ha stabilito Dumas fondandosi unicamente sopra le funzioni chimiche di questi corpi. Questi rapporti possono essere così formulati:

1. ^a	H Cl
2. ^a	H ² ⊕
3. ^a	H ³ Az
4. ^a	H ⁴ ⊖.

Questi sono i quattro tipi ai quali si può riportare un gran numero di combinazioni chimiche, non solamente in una ma-

zione sono frazionati in tre o quattro parti distinte, e così il nitrobenzole è scoperto. Il residuo nella storta è trattato col l'alcole e filtrato. Si aggiunge alla soluzione alcolica, che contiene anilina, un eccesso di sottoacetato di piombo che precipita la gomma e la destrina ec.; e si filtra.

Le soluzioni filtrate sono trattate con un piccolo eccesso di una soluzione satura di solfato di soda, onde precipitare l'eccesso del piombo. La soluzione filtrata è resa alcalina con un eccesso di potassa e distillata a secco. Nei prodotti della distillazione si trova l'anilina, ed è riconosciuta dai reattivi noti di questa sostanza.

FINE DEL TOMO XVII.

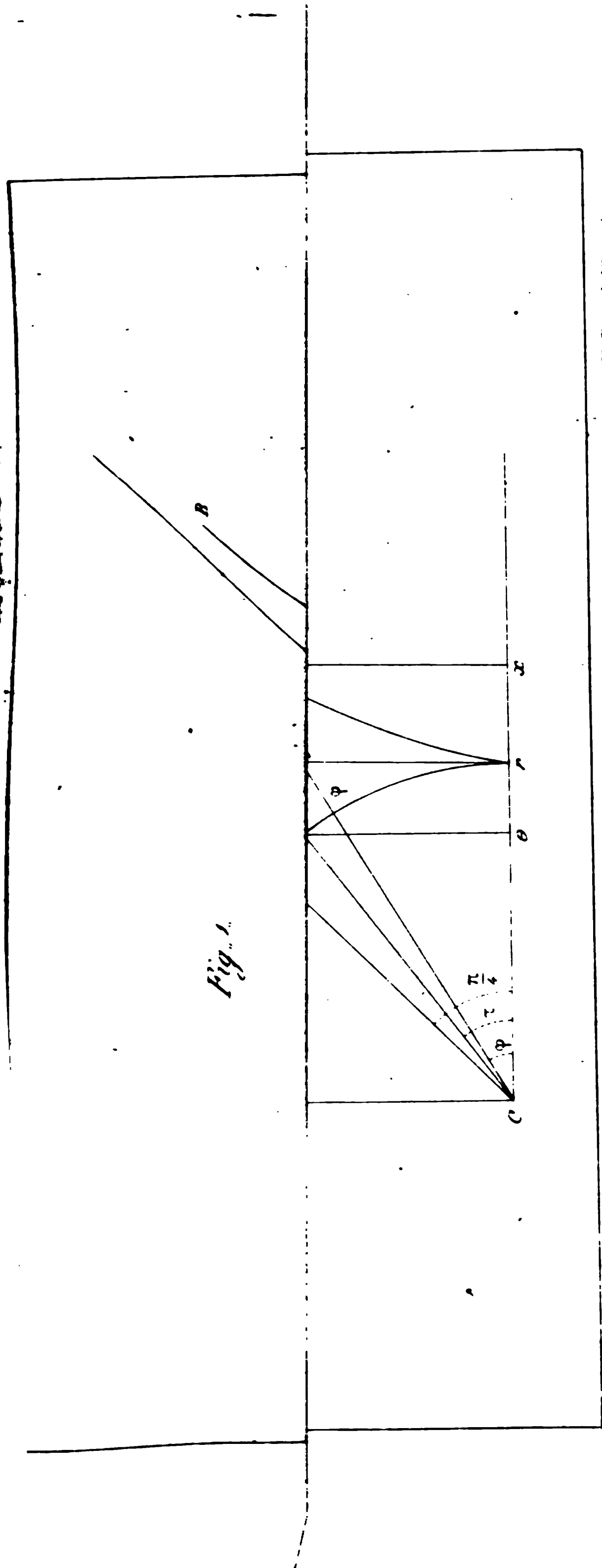


Fig. 1.

L. Pandey inc.

IL NUOVO CIMENTO

ANNO X.



IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE DI FISICA, CHIMICA E STORIA NATURALE

DIRETTORI

C. MATTEUCCI, R. PIRIA, G. MENECHINI

COLLABORATORI

S. CANNIZZARO, F. DE FILIPPI, S. DE LUCA

G. B. DONATI, R. FELICI, G. GOVI, L. PACINOTTI, P. E P. SAVI,

Q. SELLA, C. STUDIATI, P. TASSINARI.

Tomo XIX.

1863

TORINO

PRESSO I TIPOGRAFI-LIBRAI

G. B. PARAVIA E C.^{ia}

PISA

PRESSO IL TIPOGrafo-LIBRAIO

F. PIERACCINI

RIVISTA DI LAVORI DI FISICA, PUBBLICATI ALL'ESTERO (1).

Sopra la scarica della bottiglia di Leida; per FEDDERSEN.

(*Pogg. Ann.* t. CIII, 1861)

Secondo l'A. vi sono tre specie di scariche.

1. *La scarica intermillente* nella quale la elettricità si scarica con scintille fra di loro separate, successive, nel luogo di interruzione di un circuito continuo in tutti gli altri luoghi. Questo modo di scarica avviene spesso quando vi sono nel circuito dei corpi poco conduttori.

2. *La scarica continua*, cioè che dal suo principio alla fine è senz'alcuna diversità, od interruzione nel movimento della elettricità: e succede quando il circuito è fatto da corpi non molto isolanti, ma neppur molto conduttori.

3. *La scarica oscillante*; il qual modo di scarica è, secondo l'A. caratterizzato da ciò che la scarica oscilla dall'una all'altra armatura, successivamente diminuendo di intensità. E questa scarica avrebbe facilmente luogo quando debbole sarebbe la resistenza del circuito ossia nel caso di un circuito interamente metallico.

(1) In seguito si pubblicheranno estese Riviste anche per la Chimica.

L' A. si riferisce a dei suoi precedenti lavori nei quali dice di aver già osservati questi tre distinti modi della scarica, osservando le immagini delle scintille in uno specchio piano e ruotante, come nella nota esperienza di Wheatstone. Ma nel presente lavoro l' A. adopera uno specchio concavo, il quale forma la immagine reale della scintilla, sopra un corpo translucido, o sopra una lastra preparata col joduro di argento. In virtù del noto fenomeno della persistenza delle immagini è evidente che se le scintille scoccarono parallelamente all' asse di rotazione dello specchio, la apparenza luminosa osservata sulla lastra avrà dovuto presentare nella direzione del moto della immagine della scintilla, le stesse fasi o variazioni di colore, o di interruzione aumento o diminuzione di luce, per le quali sarà passata la luce stessa della scarica. Conosceudo la velocità di rotazione, e le distanze della lastra e della scintilla dallo specchio, l' A. calcolava la durata totale della scintilla o quella delle sue variazioni. Se la scintilla fosse stata istantanea la sua immagine sulla lastra sarebbe stata uguale a quella osservabile con lo specchio immobile; lo specchio non fece mai più di cento giri al secondo, ma nulladimeno non vi fu mai caso in cui l' A. non osservasse una dilatazione sensibile delle immagini nel senso longitudinale, ossia nel senso del moto del disco.

Cominciamo con l' A. dalle osservazioni fatte osservando direttamente ad occhio nudo le immagini sul vetro spulito. Quando la resistenza era grande (non grandissima perchè allora l' A. dice che avrebbe luogo la scarica intermittente) avveniva la scarica *continua*. In questo caso la scarica cominciava con una scintilla unica, che scoccava fra due palline conduttrici; e nella lastra, apparivano due linee luminose parallele fra di loro; queste due linee erano le immagini allungate nel senso del movimento, delle due estremità della scintilla, le quali estremità erano molto più luminose del mezzo della scintilla stessa: ed erano dunque quelle linee lucide normali alla direzione della scintilla. Lo spazio compreso fra quelle due linee era oscuro dapprima; ma al diminuire della resistenza del circuito quelle due linee si allargavano, fino a che quell'intervallo oscuro spari-

va del tutto, almeno per un certo tratto della immagine totale. E l'A. dice ancora che diminuiva la durata totale del fenomeno, col diminuire della resistenza, ma fino ad una certa *resistenza limite*, al di sotto della quale, continuando a diminuire la resistenza, aumentava quella durata.

Ma la scarica, quando essa aumenta al diminuire della resistenza, non è più continua; infatti, dice l'A. la sua immagine può sempre allora ottenersi composta da tante strisce separate fra di loro e trasversali, cioè normali alla direzione del moto delle immagini, ossia parallele alla direzione in cui scoccano le scintille.

E in questo caso non sono più quelle anzidette linee lucide separate da un intervallo pressochè oscuro; la scarica allora è *oscillante*, e sulla lastra osservata apparisce una luce brillante in forma di cono, la di cui larghezza nella base dipende dalla distanza esplosiva a cui corrisponde, e la di cui intensità diminuisce grado a grado procedendo verso il vertice cioè nel senso del moto delle immagini. Tal cono comincia alla base da una luce gialla, e poi diventa azzurro e verdastro, e sovente il suo vertice è di un rosso debole e indeciso.

Stima l'A. che la luce bianca sia dovuta direttamente al moto della elettricità, e che la rossa sia dovuta all'aria ed alla incandescenza di particelle metalliche. Crede l'A. che, prendendo la durata della luce bianca e brillante come uguale a quella della scarica, si darebbe nulladimeno a quest'ultima un valore troppo grande.

In quest'ultimo caso della scarica così detta *oscillante*, con una bottiglia di due decimetri quadrati di superficie, e di quattro o cinque millimetri di spessore nel vetro, con un circuito metallico di qualche metro, una distanza esplosiva di 4^{mm},5, l'A. trovò con dieci esperienze, i seguenti valori medii:

Durata della luce bianco-giallastra.	0 ^s ,00003	} Durata totale della luce bianca 0 ^s ,00007
id. bianco-verdastra.	0,00004	
rossa ultima	0,00006	
Durata totale del fenomeno . . .	0,00013	

In prova che l'anzidetta durata aumenta in pari tempo della distanza esplosiva, e delle armature della bottiglia, l'A. cita le seguenti esperienze fatte con l'anzidetto conduttore.

NUMERO			DISTANZA esplosiva in millimetri	DURATA della luce bianca in secondi
delle bottiglie	dei giri dello specchio al secon.	delle osservazioni		
1	55	11	1,50	0 ^s ,00004
	55	19	3,75	0,00007
	21	24	3,75	0,00008
	12 $\frac{1}{2}$	19	6,75	0,00010
	12 $\frac{1}{2}$	21	10,00	0,00018
	21	12	10,00	0,00013
	36 $\frac{1}{2}$	7	10,00	0,00013
4	55	8	1,50	0,00006
	21	13	3,75	0,00013
	12 $\frac{1}{2}$	14	3,75	0,00015

L'A. presenta una serie di esperienze per determinare la *resistenza limite*, nel caso di una bottiglia di due decimetri quadrati di armatura interna e di 4, o 5 millimetri di spessore, e l'arco conduttore essendo un filo metallico, le di cui differenti parti erano tenute lontane di più di un metro fra di loro. Tale resistenza limite in questo caso sarebbe stata uguale a quella di una colonna di una soluzione di acido solforico di 1,25 di densità, di un millimetro in diametro e di 0^m,058. Secondo l'A. la *resistenza limite* si determina facilmente osservando per qual resistenza la scarica cessa di essere *continua* e diviene *oscillante*; e l'osservatore si accorge che diviene oscillante quando nell'imma-

gine osservata sul vetro spulito cominciano a presentarsi quelle striscie trasversali, che abbiamo già indicate, e che sono le immagini delle successive alternative di intensità della scintilla.

E la esperienza condurrebbe l' A. ad ammettere ancora che *la resistenza limite diminuisce allorquando la superficie della carica aumenta*; anzi egli crede che indicando con w la *resistenza limite*

a una costante

s la superficie della carica,

la formula empirica

$$w = a \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}$$

rappresenti la legge di quella diminuzione. La detta resistenza è secondo l' A. indipendente dalla distanza esplosiva; ma aumentando però questa distanza, allorchè la scarica è già oscillatoria, aumenta il numero di quelle anzidette striscie trasversali, e aumenta ancora la larghezza della immagine della intiera scintilla osservata nella solita lastra.

L' A. dice che il signor D'Oettingen (*Pogg. ann. t. cxv*) diede un metodo per determinare il numero delle oscillazioni della scarica, ma non gli piace quel metodo.

Dopo tutto ciò l' A. passa ad applicare la fotografia al suo apparecchio, sensibilizzando la lastra col joduro di argento. Egli prima di tutto prese l'immagine della scintilla che esplodeva fra due piccole palline metalliche, e tenendo immobile lo specchietto, poté cominciare col verificare comodamente che,

1.° La traiettoria della scintilla si scostava più o meno dalla linea retta che congiungeva i centri delle due sfere;

2.° Che la intensità e la larghezza dello spazio luminoso erano maggiori alle due estremità della scintilla;

3.° Che diminuendo la resistenza, aumentava quella larghezza nel mezzo e negli estremi della scintilla;

4.º Che diminuendo sufficientemente la resistenza, molte fine lineette lucide ben distinte e separate fra di loro, e accanto le une alle altre si disegnavano nell'immagine, e all'incirca più o meno inclinate alla direzione della scintilla stessa.

Inoltre l' A. crede che per l'osservazione fatta in tal guisa della scintilla, si possa dire che le particelle che si staccano dalle palline metalliche nell'istante della scintilla non prendono parte al *movimento elettrico*, e che il loro moto dipenda dalla direzione del primo impulso che ricevono.

Quando lo specchio ruotava, l' A. era nella necessità di coprire le due palline, o poli, con uno strato di gomma lacca praticandovi dopo due piccole aperture per scoprire la superficie metallica; e ciò dovea fare per circoscrivere il luogo dove potea svilupparsi la luce nell'istante della scintilla. Dice l' A. che per ottenere lo stesso intento egli non avrebbe potuto impiegare dei fili, perchè con essi non si può produrre la scarica ad una data distanza esplosiva, e perchè dice che la esperienza fece vedere che con le dette palline si ottenevano i risultati migliori.

Col suo processo fotografico e quando la scarica oscillatoria *era ben caratterizzata*, l' A. ottenne l'immagine della scintilla, allargata dal moto del disco, divisa in tante strisce trasversali ed equidistanti fra di loro. Come già lo dicemmo, ognuna di quelle strisce, normali alla direzione del moto della immagine riflessa dallo specchio sulla lastra, erano alla lor volta le diverse immagini della scintilla nelle sue successive fasi, od alternative di intensità, e più o meno anch'esse dilatate dal moto dello specchio. Ma la proiezione nel campo del fenomeno delle particelle metalliche, turbava secondo l' A. la regolarità delle immagini, e quelle strisce non erano ben decise che nei punti che corrispondevano alle estremità della scintilla, ai poli. Nulladimeno potè l' A. fare su quelle strisce diverse curiose osservazioni. Egli osservò che in molti casi la intensità della luce alternava dall'una all'altra striscia; e che pure molte volte se in una striscia la estremità superiore presentava un minimo relativo di intensità, la estremità inferiore avea un massimo

nell'immagine data dallo specchio ruotante è occupato da una di quelle strisce trasversali, e così ha trovato che *la distanza esplosiva, ossia la quantità della scarica non ha alcuna influenza sopra la durata della oscillazione.*

Se t è quella durata,
 a una costante,
 s il numero delle bottiglie,

si può accettare secondo l' A. la formula

$$t = a \sqrt{s},$$

per esprimere la influenza della superficie elettrizzata ossia del numero delle bottiglie.

La formula precedente può assumere una maggiore generalità, considerandovi la *capacità* per la carica, invece della superficie elettrizzata; chiamando *capacità* la carica che si dovrebbe dare all'apparecchio perchè la tensione giungesse a valor tale da determinare la scarica. Ciò posto è facile di indicare la superficie in funzione della capacità; il che giovò all'Autore per confrontare quella formula coi risultati di alcune sue particolari disposizioni sperimentali.

Gli ultimi risultati più importanti ottenuti dall' A. sono che la esistenza di una certa quantità di elettricità dissimulata sulla via percorsa dalla scarica aumenterebbe la durata della oscillazione; tale aumento potrebbe anche essere prodotto da un aumento nella lunghezza del circuito. L'induzione reciproca fra due parti parallele del circuito aumenterebbe essa pure la durata della oscillazione nel caso in cui la scarica le percorresse tutte e due nello stesso senso, e la diminuirebbe nel caso opposto. Finalmente secondo l' A. aumentando il diametro del filo conduttore che forma il circuito, si diminuirebbe la durata della oscillazione.

Termina l' A. il suo lavoro con le seguenti parole :
 « Questi risultati stabiliscono i fatti principali che carat-
 « rizzano il modo col quale si compie la scarica, e fanno
 « osservabile direttamente la scarica oscillatoria, dando al-

» cune delle principali leggi del fenomeno . Ed è superfluo
 » il dire che la esistenza di detto modo di scarica è stato
 » anche dimostrato da altre osservazioni mie o d'altri esperimentatori » .

Noi ritorneremo nella rivista , più volte su questo soggetto .

R. F.

Legge semplice che regola la distribuzione della elettricità sopra una elissoide; C. NEUMANN DI HALLE.

(*Pogg. Ann.* cxiii. 1861).

L'A. dimostra brevemente il seguente teorema che dà un mezzo elegante e semplice per indicare il modo di distribuzione della elettricità sopra una elissoide .

La distribuzione della elettricità sopra una elissoide è tale che la densità, in ciascun punto della superficie, è in ragione inversa della superficie della sezione che si ha tagliando la elissoide con un piano che passa per il suo centro e che è parallelo al piano tangente all'elemento considerato.

L'A. accenna soltanto la dimostrazione del teorema, la quale però riesce assai semplice servendosi delle funzioni introdotte da Lamè , per esprimere il potenziale . Col mezzo di quel teorema il fisico si può fare una idea chiara del come rapidamente decresca la densità della elettricità in un elissoide che è di rivoluzione intorno l'asse maggiore, partendo dalle estremità dell'asse medesimo, e come nel caso di un disco, ossia di un elissoide di rivoluzione intorno l'asse minore, quasi tutta la elettricità debba intorno ai bordi quasi intieramente disporsi .

R. F.

***Sopra il condensarsi dei vapori alla superficie dei solidi;
per C. MAGNUS***

(*Poggend. Ann* Bd. CXXI. 1864)

Una pila termo-elettrica si riscalda se dell'aria umida alla stessa sua temperatura vi si deposita sopra, e si raffredda se quell'aria è secca; e ciò è l'effetto del calore latente che rimane libero, o che rimane assorbito nel vapore che si deposita sulla pila, effetto indipendente dall'essere o no la faccia della pila coperta di nero-fumo. Ma si sa che le sostanze in polvere condensano dei gas e il vapore di acqua, e che per esempio il vetro condensa l'acido solforico alla sua superficie. L'A. ha studiato questo fatto generale, per le superficie metalliche.

L'apparecchio dell'A. è composto da un tubo verticale di vetro aperto alle due estremità, e con i suoi bordi ben piani e smerigliati; sopra questo tubo posa orizzontalmente la lastra che si vuol sperimentare, e sopra la lastra una delle faccie di una pila termo-elettrica, la quale è tenuta a posto e leggermente premuta contro la lastra da una molla a spirale applicata sull'altra faccia superiore della pila. Una grande lastra di vetro che ha nel suo mezzo un foro per cui entra per breve tratto quel tubo di vetro verticale, ed una campana di vetro che posa su questa lastra, difendono l'apparecchio dalle agitazioni dell'aria. Sotto la lastra metallica, lungo l'asse verticale del tubo di vetro, sta un tubo di piccol diametro pure di vetro per mezzo del quale, e di tubi di gomma elastica e di una soffleria si può spingere una corrente di aria umida o secca contro alla faccia inferiore della lastra metallica.

Tale corrente di aria doveva prima di arrivare alla lastra attraversare o dei tubi pieni di cloruro di calcio, oppure di aria umida, od aria naturale, a seconda dei casi; e tali tubi erano posti entro vasi pieni di acqua onde potere assicurarsi meglio della loro temperatura. Ma oltre a ciò fu visto la necessità che la temperatura della stanza fosse la stessa di quella della pila, e perciò le esperienze si facevano in ore convenienti, talora di giorno e talora di notte. L'A. aveva una pila di cin-

delle boccie penetrano due tubi di vetro con gutta perca i quali vanno alla solita soffleria ed ai soliti tubi secchi od umidi. Quando si soffiava entro una di quelle bocce l'aria della stanza il termometro non si alterava: ma se quell'aria era prima disseccata la palla del termometro si raffreddava, e se era inumidita si riscaldava, di modo che le due colonne verticali del termoscopio presentavano una differenza di circa quattro o sei millimetri. Tale differenza cresceva se la palla era coperta di nero fumo.

Questa ultima esperienza fu ripetuta dall'autore con un termometro a mercurio, e ne ebbe delle variazioni di temperatura di 2. o 3 gradi ed anche fino a dieci se il termometro era coperto di nero fumo.

R. F.

Sopra la influenza della condensazione del vapore nelle esperienze di Diatermansia — per C. MAGNUS.

(*Poggendorff Ann. Bb. CXXI. 1864.*)

L'apparecchio impiegato dall'autore, è in molta parte simile a quello che abbiamo descritto nel principio del precedente sunto. È una pila termo-elettrica il di cui asse è questa seconda volta orizzontale, ma che è parimente da una molla a spirale premuta contro la superficie di una lamina. La sorgente di calore è una candela o una lampada la quale irraggia a poca distanza da una lastra di rame di circa 1^{mm},5 di spessore. Fra la pila e questa lastra erano ancora altre sette simili lastre a 15^{mm} l'una dall'altra; ed è cosa rimarchevole come il calore della prima lastra possa in tali condizioni essere sufficiente a dare indicazione al galvanometro in brevissimo tempo. Queste esperienze sono conseguenza di quella di già citata più sopra, e dimostrano le cautele che bisogna avere nelle esperienze sulla diatermansia, perchè si può in generale stabilire che qualunque genere di vapori si condensa sulle pareti dei corpi in tale misura che ne risultano mutazioni sensibili di temperatura; d'onde deriva che sempre esiste uno

strato di vapore condensato sulla superficie di un corpo, strato che è variabile secondo lo stato di umidità o di temperatura dell' atmosfera.

R. F.

*Del residuo come mezzo per studiare il modo della scarica;
per A. D' OETTINGEN DI DORPART.*

(*Pogg. Ann.* **CXV.** 1862).

L' A. misurò la scarica della batteria di Leida e il suo residuo per mezzo delle deviazioni impulsive dell' ago con specchietto, di un galvanometro simile a quelli la di cui prima idea si deve al Weber. L' A. comincia dal rammentare i lavori che già abbiamo qui riferiti di Feddersen, e di Paalzov, e quelli del Lippart. Crede l' A. che il lavoro di Helmholtz sulla conservazione della forza, e un lavoro di Thomson il quale è un saggio di un' applicazione del calcolo al caso di un conduttore isolato, ed elettrizzato con una data limitata quantità di elettricità, e posto subitaneamente in comunicazione col suolo con un filo conduttore sottilissimo, e un altro lavoro di Kirchhoff, per un altro caso di simil genere contengano la dimostrazione della scarica oscillatoria od alternante. Per dare con questo sunto un' idea sufficientemente chiara del lavoro dell' A. riportiamo qui la seguente tavola, nella quale di fronte ad ogni valore della distanza esplosiva in cui avvenne la scarica originaria, cioè la scarica della quale si studia il residuo, si trovano i residui proporzionalmente indicati dalle deviazioni impulsive dell' ago del galvanometro; e per lo più non è indicata una sola di quelle deviazioni, ma due o tre ottenute nelle stesse circostanze e precedute dal segno + o dal —, secondo che l' ago accennò una scarica residuale nello stesso senso, o in senso opposto a quello della prima scarica. I cangiamenti di segno, e l' aumentare o il diminuire alternativamente dei valori dei residui, come pare che avvenga secondo quella *tavola* ed altre ancora che qui non riportiamo, mentre aumenta sempre la distanza esplosiva della scarica, sono per l' A. una prova di più per la esistenza della scarica oscillante.

Distanza esplosiva	VALORI DEI R									
	1									
	Resistenza = 60000 metri di filo di rame di 0,mm ² di diametro (spirale con anima di ferro dolce)									
	4. BAT.			2. BAT.			1. BAT.			4.1
0, 05	+ 3	+ 3,	+ 3	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2
0, 09	+ 3, 5	+ 3, 5		+ 1, 5	+ 1, 5		+ 2	+ 0, 5	+ 1	- 7
0, 18	+ 3	+ 4	+ 4	+ 2, 5	+ 2, 5		+ 2, 5	+ 2	+ 2	- 2, 1
0, 27	0	+ 0, 5	+ 4, 5	+ 1	+ 2, 7		+ 1	+ 1, 5	+ 1, 7	- 3, 8
0, 36	- 1, 7	- 2		0	0		+ 1	+ 1		- 4, 6
0, 45	- 2, 5	-		- 1	- 1, 3		+ 0, 5	+ 1	+ 1	- 5, 1
0, 54	- 4, 5			- 1, 5			+ 0	0		+ 1, 9
0, 63	- 7	- 9		- 1, 5	- 2, 5		0	- 0, 5		+ 0, 5
0, 72	- 11			- 3, 7	- 4		- 1			+ 2, 5
0, 81	- 12			- 6			- 2			+ 3
0, 90	- 14			- 6			- 1, 5	- 1, 7		+ 1
0, 99	- 15			- 7			- 1	- 2		+ 2
1, 08	- 16			- 7			- 2	- 2		+ 2, 5
1, 17	- 17			- 7, 5			- 3, 0	- 3, 0		+ 3
1, 26	0	+ 0, 5		- 8	- 8		- 3, 5	- 4		+ 5
1, 35	+ 2, 5			- 0, 5	+ 1		- 3, 5	- 4		+ 5, 5
1, 44	+ 11			+ 2			0	- 1		+ 7
1, 53	+ 14			+ 3			+ 1	0	- 1	+ 7, 3
1, 62	+ 16			+ 7	+ 8		+ 1	+ 1, 5		+ 9
1, 71	+ 18			+ 8			+ 1, 5	+ 1, 5		+ 9, 5
1, 80	+ 20			+ 10			+ 4	+ 5		+ 11
1, 89	+ 24			+ 12			+ 6			+ 11, 7
1, 98	+ 26			+ 14			+ 6			+ 13
2, 07	+ 31			+ 16			+ 7			+ 13, 8
2, 16	+ 34			+ 17			+ 8			+ 14, 8
2, 25	+ 36			+ 19			+ 9, 5			+ 16, 0
2, 34	+ 38			+ 19	+ 19		+ 9, 5			+ 17, 5
2, 43	+ 39	+ 40		- 2	+ 20	+ 23	- 6	+ 2	- 4	+ 18, 3
2, 52	+ 43			+ 24	+ 2		+ 6	+ 4		+ 18, 0
2, 61	+ 45			+ 24			+ 11	+ 9	0	+ 5
2, 70	+ 48			- 2			- 0, 5	0		+ 4
2, 79	+ 10			- 3, 5			- 3			+ 3, 5
2, 88				- 7			- 3, 5			+ 0, 5

A T T E R I A

ame di 0 ^{mm} ,2 di diametro		3 Resistenza = 5200 metri di filo di rame di 0, ^{mm} 2 di diametro	
	1. BAT.	2. BAT.	1. BAT.
+ 0,5	+ 0,3 + 0,2 + 0,3 - 0,6 + 0,3 - 0,7 - 0,6 - 0,7 - 1,1 - 0,9 - 1,2 - 0,8 + 0,2 + 0,2 + 1,0 + 1,1 + 0,9 + 0,6 + 2,0 + 1,5 + 1,8 + 1,8 + 2,0 + 2,2 + 2,5 + 2,7 + 3,0 + 3,5 + 3 + 3,2 + 4 0 0,5 - 0,5 - 1,2 - 1,2 - 1,4 - 1,2 - 1,6 - 2,2 - 2,4 - 2,4 - 2,8 - 2,2 - 1,6 - 2,2 + 0,5 0 + 1 + 3 + 3	0 + 0,5 + 0,7 - 0,5 - 1 - 1,7 + 1,5 + 1 + 0,5 - 3 + 1,3 + 2,5 + 1 + 4 + 3 + 4 + 3 + 4 + 3,8 + 0,7 + 5 + 2 + 5,5 + 6 + 1 + 7,5 + 7 0 + 1 + 1 + 0,5 - 1 + 1,5 0-1,3 - 2 - 2 - 2,5 - 4 - 3,5 - 4 + 2 + 3 + 3,5 + 5 + 7 + 8 + 4 + 9,5 + 11 + 12 + 7 + 5,3 + 6,5 + 8	+ 0,5 + 0,5 - 1,3 - 0,7 + 2 + 1,5 0 + 1,7 + 1,5 + 2 + 1,5 + 2 + 0,5 + 4 + 4 + 3 + 2,5 0 + 0,5 0 0 - 1 - 0,5 - 0,5 0 - 2 + 1 - 1,5 - 1 + 2 - 1 + 1,5 + 0,7 + 2 + 2 + 2 + 2,5 + 4 + 4 + 5 + 5,5 + 1,5 + 6 + 6,5 + 2 + 2,5 + 1,5 + 1,5 0 0,5 + 0,5 0 + 3 + 3,9

Non dice però l' A. se verificò mai con una pallina di prova e con un elettroscopio di quale elettricità era nei diversi casi il residuo dell'armatura interna della batteria. Per rimanere nei limiti di spazio che dobbiamo dare a questo estratto qui ci limitiamo ad accennare alcune delle conclusioni, alle quali l' A. crede che conduca il suo lavoro.

1.° Il residuo della scarica può essere dello stesso segno e di segno contrario a quello della scarica stessa.

a Il residuo è in molti casi un mezzo per lo studio della scarica.

b Esso è dipendente dal circuito, dalla distanza esplosiva e dal modo della scarica.

c Cresce la densità della carica con la distanza esplosiva, e allora cresce in generale il numero delle oscillazioni.

d Il numero delle oscillazioni dipende dalla superficie della batteria e dalla natura del mezzo nel quale avviene la scintilla. Ma tale dipendenza non si può precisare perchè la forma degli elettrodi è di molta influenza. In generale cominciano le scariche alternative da una distanza esplosiva, che è piccola tanto meno, quanto più piccola è la superficie della batteria. E quanto più piccola è la resistenza del circuito tanto maggiore è il numero delle oscillazioni per la stessa distanza esplosiva.

e Tanto pei fili quanto per le resistenze di fluidi, si trovano residui negativi.

f Coi circuiti poco conduttori non vi è residuo negativo, dopo una certa grandezza di resistenza; ed è dubbioso se in questo caso vi è scarica alternativa: ma si può ancora con l'aggiunta di lunghi fili conduttori ottenere residui negativi.

g Nel caso di circuito a spirale la durata della scarica dipende dalla resistenza e dalla densità; ed avviene per una certa distanza esplosiva dipendente da quella resistenza una brusca variazione di quella durata, di modo che le scariche di breve durata differiscono almeno di 30, a 50 volte da quelle più lunghe.

h Due galvanometri che in uno stesso circuito per una stessa distanza esplosiva davano le stesse deviazioni, davano pure in altri casi uguali le stesse deviazioni.

i La introduzione di un tubo vuoto di aria in un circuito aumentava la scarica della batteria di un valore uguale per tutte le distanze esplosive, cioè la scarica aveva luogo con una densità più grande.

k I residui ottenuti non sono in contraddizione con i risultati ottenuti già da Paalzow.

R. F.

Sopra le diverse specie della scarica della batteria di Leida, e sopra la direzione della sua corrente primaria e secondaria o indotta; per A. PAALZOW.

(*Poggend. ann. der Phy. und. Chemie*, T. CXII. an. 1861).

Estratto.

I tubi pieni di gas rarefatti, ossia i tubi di Geissler, ci hanno dato un nuovo mezzo per osservare direttamente le diverse specie di movimento delle molecole gassose. Le differenze nelle intensità della luce, e nei calori, delle particelle gassose elettrizzate, danno una varietà di fenomeni la quale diventa ancor più grande allorchè una forte calamita agisce sopra le dette particelle scostandole dalla loro ordinaria posizione; e dai fenomeni che avvengono in quei tubi si possono trarre importanti conclusioni circa ai movimenti della materia elettrizzata in tutte le altre parti del circuito. Con questo nuovo mezzo per lo studio delle scariche elettriche, sarà importante tentare di scoprire in che senso si scarica la corrente (*Nebenstrom*) secondaria della batteria di Leida, questione che è stata molto studiata con vari metodi sperimentali, ma che per ora non hanno condotto ad alcun risultato preciso. Così dice l'A. citando il libro di Riess *Lehre von der Reibung electricitact von Ries*. 1853 pag. 8905. Dopo avere ottenuti col nuovo mezzo certi risultati, l'A. volle con nuove ricerche teoriche ed sperimentali studiare in che direzione avviene la scarica della corrente primaria (*Hauptstrom*).

Per più chiarezza in ciò che segue, e per evitare delle

ripetizioni, l'A. rammenta i fatti trovati specialmente da Pluecker (*Poggen.* vol. 103 pag. 88-106; vol. 104, pag. 113-128 e 622-630, vol. 105 pag. 67-84) relativi alle correnti di induzione nei tubi di Geissler.

Nei tubi di Geissler pieni con un gas semplice, o con un miscuglio gassoso rarefatto fino ad una pressione minore di un millimetro di mercurio, mettendo in comunicazione le estremità di platino del tubo coi poli dell'apparecchio di induzione messo in attività da un elemento di Grove, si osserva che al polo libero interno di un filo del tubo apparisce un punto lucido, mentre in generale il resto del filo e le particelle vicine del gas rimangono oscure. Partendo dal filo appaiono dei dischi luminosi alternati da oscuri, e i di cui assi coincidono con l'asse del tubo, e che quando sono curvati hanno la parte convessa dal lato dell'altro filo. Avanti all'estremità, o polo, dell'altro filo del tubo, vi resta pure la parte scura ma in diversa estensione, il filo stesso è lucente, in tutta la sua lunghezza è circondato da veli concentrici di luce di vario colore, e tutto il gas dal filo fino al tubo è luminoso; come un esempio particolare citiamo la luce azzurra ottenibile in un tubo con jodio e sodio.

Il primo polo, così detto perchè è in comunicazione col polo della spirale secondaria il quale diviene positivo all'aprire della corrente inducente, si chiamerà *polo positivo*, e *positiva* la luce che lo circonda, e per la stessa ragione si chiamerà *polo negativo* l'altro polo nel tubo, e *negativa* la luce che lo circonda. Potremo anche adoperare le denominazioni di *filo scoperto*, e *filo coperto*, perchè il primo filo è solamente lucente nella estremità, e l'altro in tutta la sua estensione nell'interno del tubo. Così siamo in istato di indicare la direzione della corrente *positiva* della spirale secondaria di qualunque apparecchio di induzione; inserendo nel circuito un tubo di Geissler, quella direzione sarà dal filo scoperto al coperto.

Una forte calamita temporaria a ferro di cavallo sta coi poli in S. N, ed è armata con delle mezze ancore, che sono separate da un disco di ottone; queste ancore sono prismi di ferro dolce, ciascheduno dei quali porta in una

curve magnetiche le quali passano per il filo; e le particelle al vertice di quella superficie hanno maggior luce delle altre, e più ancora di quando la elettro-calamita non è in azione. Pare che la calamita condensi su tal superficie le particelle lucenti che prima riempivano tutto lo spazio dal filo alle pareti del tubo. Nel nostro caso quella superficie è in un piano verticale che passa per il filo. Ora la inversione dei poli della calamita non cambia il fenomeno, Pluecker chiama *luce magnetica* quella che appare al filo negativo; perchè le particelle lucenti sono attratte e messe in ordine dalla calamita, come se fossero di ferro e magnetizzate, al filo positivo nulla si vede di simile.

Uniamo un polo della spirale di induzione con la armatura interna di una bottiglia di Leida, di 156,9 mill. quad., l'altro polo col filo di un tubo di Geissler, e l'altro filo del tubo con la armatura esterna della bottiglia. Per la corrente indotta all'aprirsi del circuito primario dell'apparecchio di induzione, la bottiglia si carica della elettricità dell'un polo della spirale, e la elettricità respinta della armatura esterna della bottiglia si ricombina passando per il tubo con la elettricità dell'altro polo della spirale. Ma subito dopo la bottiglia si scarica nella direzione opposta pel filo della spirale e del tubo. Se rapidamente si succedono le aperture e chiusure della corrente primaria, rapidamente altresì si succedono nel tubo correnti alternativamente opposte. Così facendo le particelle gassose appariranno lucenti ugualmente nelle due metà del tubo; vale a dire che all'estremità de' due fili, ossia ai poli del tubo, si osserva in tutte e due un punto lucente, e tutti due i fili sono circondati da luce negativa. E gli strati o dischi di luce appariscono ugualmente fra i due fili; ma o non si vede nessuna curvatura in quei strati, oppure partendo dal mezzo del tubo le loro curvature sono simili e rivolte in senso contrario. Ma mettiamo ora in attività la calamita, mentre il tubo è posto nelle scanalature delle ancore come dianzi, cosicchè il suo punto di mezzo sia dove le ancore sono separate; ciò fatto appariranno lucide le particelle gassose alla parte anteriore e posteriore, e se avremo il polo nord della calamita e il filo positivo alla

destra, apparirà una interruzione della linea lucida nella parete posteriore; talchè in quel luogo le linee positive saranno interrotte, e in guisa di archi si piegheranno alla destra ed alla sinistra del tubo. Se si invertono i poli della calamita senza cambiare la direzione della corrente, si osserva il luogo oscuro alla parete anteriore. Se il tubo è posto nella posizione equatoriale, ossia normalmente all'asse magnetico, fra le ancore della calamita, allora una delle linee passa alla parete inferiore e l'altra alla superiore del tubo; e la luce negativa si inclina in ambidue i fili del tubo come è stato descritto al §. 2. Si vede meglio la separazione delle due linee luminose cagionata dalla calamita, se uno dei fili di platino è equatorialmente fra le due ancore; e in questo caso una di quelle linee termina rapidamente in punta, prima di arrivare al filo, mentre l'altra partendo dal filo passa alla parete superiore del tubo.

Le cose descritte dimostrano sufficientemente che si può decidere con molta esattezza, per mezzo di un tubo di Geissler ed una forte calamita, se per un filo passano correnti elettriche di direzione semplice, oppure alternante.

La batteria di Leida era composta di bottiglie di vetro, la di cui armatura interna di stagnuola era circa di $\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{2}$ pollici quadrati talchè l'armatura più piccola era un mezzo, e la più grande 15 pollici quadrati.

Per osservare tutti i fenomeni che descriveremo in seguito, basta una bottiglia d'un mezzo p. q. di armatura interna. Le scariche della batteria si fanno in due maniere; o si mette nel circuito un micrometro per scintille e un tubo di Geissler, nel qual caso la distanza fra le palline del micrometro serve per misurare la intensità della scarica girando la macchina fino a che la batteria si scarica; oppure la batteria resta isolata comunicando la sua armatura interna con il conduttore della macchina, e la esterna con la armatura interna di una bottiglia di Lane; e in questo caso il numero delle scintille della bottiglia di Lane misura la carica; e fatta la detta carica, si ponevano le due armature della batteria in comunicazione col circuito del tubo. L'apparecchio scaricatore di Riess, detto *a caduta* (*fallendpparat*) di poco modificato, ser-

viva all'A. per unire prima la batteria col conduttore della macchina elettrica poi per chiudere il circuito col tubo.

Dei molti tubi di Geissler nei quali l'A. osservò i fenomeni ne descriveremo cinque più minutamente, i quali per le loro forme e per la distanza dei fili si distinguono dagli altri, e fanno vedere il carattere principale dei fenomeni, perchè certe modificazioni dei fenomeni stessi avvengono più facilmente che in altri di essi.

Tubo n. 1. Consiste in un cilindro di lunghezza $0^m,25$, e di diametro estremo $0^m,012$, con palline alle due estremità di $0^m,03$ di diametro.

Tubo n. 2. È un cilindro di $0^m,38$ e di diametro esterno $0^m,012$; alle sue estremità e per una lunghezza di $0^m,10$ il suo diametro è maggiore ed è di $0^m,025$; dentro i fili di platino sono lunghi, $0^m,04$.

Tubo n. 3. È lungo $0^m,56$, e nel mezzo ha una forma ovale ossia uno sferoide il di cui diametro maggiore è di $0^m,14$ e il minore $0^m,06$. Dai lati di tale sferoide il tubo ha un diametro esterno $0^m,01$; ma poi alle estremità il tubo termina con due cilindri di diametro $0^m,023$.

Tubo n. 4. È un cilindro di $0^m,13$, e di $0^m,03$ in diametro. Esso ha dentro nella direzione del suo asse un filo di platino, od elettrode', lungo $0^m,08$; e porta il secondo filo di platino verticalmente all'asse, ossia al primo filo, e lungo $0^m,027$. Questi due fili sono fra di loro alla distanza di $0^m,016$.

Tubo n. 5. Una sfera di $0^m,04$ in diametro esterno, coi due elettrodi nel piano di un circolo massimo, ugualmente distanti dal centro e paralleli; e rimangono fra di loro alla distanza di $0^m,013$.

I soli tubi n. 2. e n. 5, furono fabbricati secondo le descrizioni dell'A. dal sig. Geissler di Bonn; e secondo quello che dice l'A. debbono contenere iodo e idrogeno ad una pressione minore di un millimetro. Degli altri tubi non conosce l'A. nè la natura nè la pressione del gas.

In tutti i tubi si distinguono tre specie principali di scariche, che enumereremo nell'ordine stesso col quale si succedono, aumentando gradatamente la intensità della corrente.

posizione assiale del tubo, si distinguono ancora rasenti le pareti del vetro le strie di luce bianca; delle quali l'una è talvolta divisa in finissimi strati, secondo l'influenza della calamita, e passa dal filo negativo al positivo. La luce negativa al polo positivo è spostata come quella del polo negativo, secondo sempre quello che si disse al §. 2.

3.^o Luce intensa e bianca riempie tutto il tubo partendo dal polo positivo la di cui punta è circondata da un'atmosfera bianca, e la luce negativa è scomparsa da tutti e due i fili. Anche in questo caso sono molto variati i fenomeni, giacchè quando la corrente aumenta o il filo negativo risplende solamente nella punta, o la corrente di luce si stende fino all'estremità fissa nel vetro, oppure da diversi punti del filo escono punti lucidi e strie di luce, così che il filo ora è scoperto, talora fino alla sua metà, talora intieramente coperto di luce. La calamita divide le strie luminose, quando il tubo è in posizione assiale, in due o più spirali luminose, e nel luogo di separazione delle ancore si trova la oscurità descritta nel §. 3.^o Ma se si pone il tubo in una posizione equatoriale, in modo che uno degli elettrodi stia in detto luogo di separazione, si decompone la striscia di luce in molte, e si vede chiaramente che le strie di luce al polo negativo sono linee lucide, fra di loro separate che sortono da diversi luoghi del filo indicati da dei punti lucidi.

L'A. ha determinato per diversi tubi, i numeri per la superficie della batteria, per l'intensità della scarica e per la resistenza, pei quali numeri avvengono i detti fenomeni. Ma per due ragioni si hanno pochi di quei numeri; in primo luogo perchè quei numeri valgono solo per un dato tubo, ove il gas ha una data pressione e composizione, la quale non è che di rado ben conosciuta; in secondo luogo perchè, come si osserva facilmente in una stanza buja, essendo appuntati gli elettrodi quei tubi ad ogni scarica completa prendono sempre delle piccole scariche incomplete, per cui diviene impossibile la determinazione precisa della scarica completa. A tutto ciò si aggiunga che molti tubi di Geissler divengono risplendenti soltanto dopo qualche tempo di azione dell'apparecchio se sono nel circuito di induzione, e che la

forma dell'elettrode oltre la natura e la pressione del gas, ha una speciale influenza sovra il modo della scarica. Se poi i tubi sono posti nel circuito della batteria, in modo che non vi sia nessuna altra resistenza di aria, i risultati non sono costanti, allorchè si gira la macchina fino al punto in cui succede da se una scarica. Ed è impossibile in questo caso di misurare la quantità della carica con la bottiglia di Lane, perchè in virtù della forma dell'elettrode del tubo una gran parte della elettricità che esce dall'armatura esterna non passa nella bottiglia di Lane, ma si disperde sortendo dal circuito. È vero che il tubo n.º 1 con una batteria con armature di 15 p. q. fa sempre vedere scariche divise in strati semplici, e il tubo n.º 2. scariche alternanti, ma il tubo n.º 3. fa vedere scariche in strati semplici e stratificate, alternanti e non alternanti a seconda dei casi. Mentre si gira la macchina si vedono nel bujo lucenti le particelle gassose vicine all'elettrode, e ciò prova che vi ha in questo luogo una continua dispersione. Piccola essendo la densità della elettricità per la quale può succedere la scarica in questi tubi, ne segue che le particelle gassose cominciano a risplendere ad una distanza di molti piedi da un conduttore elettrizzato. L'A. dice che non potè adoperare *l'uovo filosofico* con elettrode a palline nell'interno, perchè la influenza della calamita sulle particelle lucenti del gas diveniva per la grande distanza troppo debole.

È da notarsi che la seconda specie di scariche, cioè, quelle divise in *strati semplici*, avviene con delle grandi resistenze. Sarà in seguito indicato come si può conoscere senza tubi di Geissler quando le scariche sono semplici oppure alternanti, e che le scariche semplici spesso avvengono quando oltre il tubo di Geissler vi è anche uno spazio nel circuito ove succedono scintille, per cui viene manifestamente aumentata la resistenza. Quando aumentano le cariche e le intensità della elettricità, conviene aumentare molto le resistenze metalliche, per cangiare in semplice una scarica alternante.

La scarica descritta a Ill. 3, è stata osservata specialmente nel tubo n.º 1, n.º 2, con la batteria di un mezzo pie-

de quadrato di armatura e con una resistenza interamente metallica; inserendovi poi un filo di rame della lunghezza di 100 piedi e di 0,001 in diametro, avvolto in 81 giri, quella scarica si cambiava in quella descritta a III 2.^o. La scarica con doppi e larghi strati, cioè quella descritta a III 1.^o si ha con resistenza fluida, come per es. con acido solforico di peso spec. 1,25.

Per avere un prospetto chiaro sopra i rapporti delle diverse scariche con la resistenza, è aggiunta qui appresso una tavola con i numeri relativi al tubo n.º 3. In capo alla tavola è indicata la grandezza dell'armatura della superficie interna della batteria; nella prima colonna è indicata la specie della scarica, nella seconda le resistenze. I numeri I. II ec. indicano una o due ec. spirali di resistenza di un filo di rame di 784^m,5 avvolto in 654 giri; N la resistenza di una colonna di acido solforico del peso specifico 1,25, e lunga 0^{mm},22 e 0,144. linee di diametro; V indica una spirale di rame il cui filo ha una lunghezza di 100 piedi, di 1^{mm} in diametro, e raccolto in 81 giri. La resistenza *necessaria* consisteva in corti fili di rame di 1^{mm} in diametro, coperti di guttaperga. La terza colonna indica il numero di bottiglie a misura. Le parole *fino a* significano che con una quantità maggiore di bottiglie succede la scarica alternante. La bottiglia a misura adeguata aveva un'armatura di un mezzo piede quadrato, e le sue palline erano distanti fra di loro di 0,12 linee.

Tavola per il tubo 3.^o

SCARICHE	RESISTENZA	NUM. DELLE BOTTIGLIE DI MISURA
<i>Armatura della batteria. 15 piedi q.</i>		
Divisa in semplici strati	la necessaria	20. . . 23
•	I	fino a 42
•	II	fino a 92
•	III	fino a 90
•	IV	fino a 110
Divisa in doppi strati (III, I)	V	30
Alternante con luce ne- gativa ad ambi i poli	V	60
<i>Armamento della batteria 7 1/2 piedi q.</i>		
Divisa in sempl. strati	la necessaria	5 . . 6
•	I	fino a 24
•	II	id. . 36
•	III	id. . 40
•	IV	id. . 60
<i>Armatura 2 1/2 piedi q.</i>		
Divisa in sempl. strati	la necessaria	5 . . 6
•	I	fino a 9
•	II	id. . 13
•	III	id. . 18
•	IV	id. . 20
Alternante con strati fini e doppi . . .	V	7 . . 8
Alternante con luce ne- gativa da ambi i poli	V	13 e più ancora

Quei numeri dimostrano che si possono bene determinare i limiti della quantità di elettricità, quando è data la grandezza dell'armatura della batteria e la resistenza per una data specie di scarica; e quei numeri bastano altresì per le conclusioni dell'A.; ma per ottenere numeri assolutamente precisi, se ciò è possibile, da cui dedurre altre conclusioni, si dovrebbe ricercare quale sia la dipendenza dei fenomeni con lo stato del gas, con la forma dei tubi e dell'elettrode; e di tale ricerca si occupava un amico dell'A.

L'A. studiò anche il carattere generale delle scariche del conduttore della macchina elettrica per i tubi di Geissler, e aveva trovato anche in questo caso tutte e tre le specie di scarica, ma non voleva ancora pubblicare in questo lavoro altri dati, più estesi su ciò e sopra le scariche in correnti ramificate e secondarie, e volle indicare solamente i fatti più importanti per le loro conseguenze.

Ciò che più sorprende e che nelle forti scariche alternanti si trova una importante differenza fra i due elettrodi; ed è che nel filo positivo la luce intensa appare solamente alla punta del filo, mentre che il filo negativo è tutto coperto di luce. Questo medesimo fenomeno appare altresì con le correnti derivate ma con una disposizione diversa, cosicchè il filo negativo risplende solamente alla punta, mentre il positivo è coperto di luce.

Con le correnti secondarie che si propagavano per fili tesi e paralleli, o per spirali, piane o cilindriche, l'A. osservava sempre la terza specie di scarica, con tutte le sue modificazioni di luce doppiamente stratificata, e luce negativa a tutti e due gli elettrodi, anche se vi era la sola necessaria resistenza nel circuito, ed osservava pure con la influenza della calamita il formarsi delle spirali luminose. Ed anche in questo caso appare coperto di luce ora il filo positivo ed ora il negativo, mentre l'altro filo non coperto di luce risplende solo nella sua estremità. Si osserva spesso con la calamita una differenza di intensità nelle due linee luminose.

Questi fenomeni si possono spiegare con le ipotesi seguenti:

1.^o I fenomeni luminosi della terza specie nascono da

scariche diminuisce meno rapidamente del rapporto fra le intensità delle scariche semplici delle quali una scarica è composta; e tutto ciò potrebbe spiegare la mancanza di certe apparenze luminose in varii casi, per cui l'A. conclude che la mancanza della luce negativa al filo positivo non è mai una prova contro la ipotesi delle correnti alternanti, le quali poi sempre possono rendersi evidenti con una calamita.

Fu dimostrato che nelle forti scariche alternanti la calamita separa le particelle del gas non in due sole, ma in parecchie spirali luminose; e queste spirali l'A. non le può spiegare che ammettendo un forte movimento delle particelle gassose lungo il tubo; e dice che se tali spirali spariscono se si pongono delle spirali, come resistenze nel circuito, ciò non prova altra cosa che la intensità di tali scariche o correnti può con quelle spirali diminuire moltissimo.

Se esistono tali movimenti nelle particelle gassose, dal polo positivo al negativo, quando le correnti sono alternanti, devono secondo l'A. le particelle del gas accumularsi in certi luoghi più che in altri; e tali condensamenti sarebbero la causa che la luce del filo negativo talora appare alla punta, e talora in mezzo o nella opposta estremità.

Si possono citare altri fenomeni che vengono in altri luoghi del circuito, e che variano allorchè cominciano le scariche alternanti nel tubo, e che così provano che non sono prodotti dalla qualità del tubo, ma che dipendono dal modo col quale si effettua la scarica. Fra quei fenomeni dice l'A. di non voler menzionare quelli scoperti da Savary sulla anomala magnetizzazione degli aghi, per cui Savary ammesse la esistenza di moti alterni nel circuito della batteria, e neppur vuol menzionare la doppia decomposizione dell'acqua osservata da Wollaston perchè questo fenomeno si può spiegare in un altro modo, ma cita i seguenti fatti:

Nello stesso circuito della batteria trovisi un tubo di Geissler e un micrometro per scintille, a palline od a fili, i quali possono essere osservati col microscopio. Quando le scariche saranno in semplici strati la scintilla del micrometro, all'aria libera, apparirà sotto la forma di una linea lucida fina di color rosso, la quale comincerà dalla pallina positiva, e dal filo,

meni, sono differenti essenzialmente da quelle di una batteria. I risultati da essi trovati non possono essere paragonati fra di loro, e non possono essere applicati senza molte modificazioni al caso della scarica della batteria.

Secondo Kirchhoff il cambiamento di una specie di scarica in un'altra dipenderebbe dalla resistenza del filo, secondo Thomson dipenderebbe anche dalla natura del filo, e dalla sua forma, e dalla grandezza del conduttore che deve scaricare; secondo ambidue quel cangiamento non dipende dalla quantità di elettricità. Secondo l'A. quel cangiamento dipende assolutamente anche dalla quantità e dalla densità della carica. Questa ultima circostanza non venne valutata da quei teorici perchè nel loro filo non ammettono nessuna interruzione, e perciò nessuno spazio di aria da superarsi; essi così tralasciarono una condizione la quale avrebbe modificati grandemente i loro calcoli.

Aggiunge l'A. che il signor di Oettingen ha costruito un tubo, di una certa forma pieno di aria a tre millimetri di pressione, per osservarvi meglio la ramificazione delle correnti, e riporta anche il disegno del tubo nella sua memoria.

U. K.

Della conducibilità del ghiaccio per il calore;
per LUCIANO DE LA RIVE.

(*Memoire de la soc. de Phys. et d'Hist. nat. de Genève.*
T. XVII. 2^e. part. 1864).

L'A. ha determinata la conducibilità calorifica del ghiaccio confrontandola con quella del vetro, perchè queste due sostanze presentano delle analogie, che gli hanno fatto pensare che avrebbero resistenze dello stesso ordine, per la propagazione del calore.

Il metodo dell'A. consiste nel produrre un flusso di calore attraverso due lamine, l'una di ghiaccio l'altra di vetro, separate da una sostanza molto più di esse conduttrice del calore, dal

mercurio. L'apparecchio è una cassetta di legno rettangolare, sostenuta dal prolungamento di due delle sue facce. Questa cassetta ha $0^m,40$ di lunghezza, $0^m,06$ di larghezza, $0^m,08$ di profondità; la grossezza delle parti è di $0^m,01$. La cassetta è divisa in due compartimenti dal sistema delle anzidette lamine. Quei due compartimenti però non sono uguali; indicheremo il più grande con C, il più piccolo con C'. Di queste cassette l'A., ne fece costruire tre, che fra loro differiscono solamente pel sistema di lamine.

Nella cassetta n.º 1 vi è, andando da C a C', prima una lamina di ferro, poi più lungi di un centimetro, una lamina di vetro di $0^m,005$ di grossezza, e dopo un altro centimetro più lungi, una seconda lamina di vetro simile alla prima.

Nella cassetta N.º 2 vi è prima una lamina di ferro, poi, dopo un centimetro, due lamine di ferro distanti fra loro di $0^m,005$, le quali sono destinate a formare una lamina di ghiaccio; e poi, un centimetro più in là, una lamina di vetro simile a quella della cassetta 1.

La cassetta n.º 3. differisce da quella n.º 2. perchè la lamina di ghiaccio vi è di $0^m,010$.

Bastava, per ottenere le lamine di ghiaccio, di lasciare esposte all'aria le cassette 2, e 3, dopo avere riempito d'acqua lo spazio compreso fra le lamine di ferro. La dilatazione che accompagna la formazione del ghiaccio, forma un contatto forzato fra la lamina di ghiaccio e le pareti metalliche.

Chiamiamo L la lamina metallica dal lato di C, e con L' la seconda. Per sperimentare si versa del mercurio, ora fra la lamina di ferro in C ed L, ora fra L ed L' e vi si lasciano due termometri A e B in queste due lamine di mercurio separate da L. Ciò posto si riempie C' d'acqua a 0° e poi si versa in C dell'essenza di terebentina al di sotto ~~di~~ 0° . In seguito si osservano A e B agitando continuamente i liquidi. La esperienza dura circa venti minuti.

Nella precedente esperienza si forma un flusso di calore da L ad L' dall'acqua a 0° all'essenza. L'A. dimostra che quantunque le temperature in questa esperienza non siano stazionarie, e che il flusso non sia costante per tutta la grossezza delle lamine, pure se la quantità di calore assorbita o

svilupata dalla lamina è piccola, relativamente a quella che la attraversa nello stesso tempo, si può sempre per espressione analitica di tale flusso adottare la formula

$$K S \left(\frac{u_2 - u_1}{e} \right),$$

K essendo il coefficiente di conducibilità della lamina, S la sua sezione, e la sua grossezza u_1 ed u_2 le temperature delle sue due superficie.

Ciò posto considerando le curve delle temperature dei termometri A e B, si vede che il termometro A discende dapprima rapidamente, arriva a un minimum, e poi risale lentamente. Lo stesso si dica di B, ma il minimum succede dopo quello di A. Ed osserviamo che B dà in ciascun istante la temperatura della lamina di mercurio compresa fra L ed L'. Mentre che B discende, il mercurio si raffredda, e per conseguenza il calore perduto è maggiore del calore acquistato, vale a dire che il flusso per L è più grande che per L'. All'opposto mentre che B sale il flusso in L è più piccolo che in L'. Dunque nell'istante del minimo di B questi due flussi devono essere uguali.

Se dunque in questo istante, si indicano con u_a , ed u_b le temperature di A e di B, e se u_0 indica la temperatura dell'acqua a o_0 , e se K K' ed e , e' , sono le conducibilità e le grossezze di L e di L' si avrà :

$$S K \left(\frac{u_b - u_a}{e} \right) = S K' \left(\frac{u_b - u_0}{e'} \right)$$

onde si avrà

$$\frac{K'}{K} = \frac{e'}{e} \cdot \frac{u_b - u_0}{u_b - u_a}.$$

Furon fatte diverse serie di esperienze nel gennajo, a basse temperature con le diverse cassette 1, 2, 3, ed i loro risultati dimostrarono che il rapporto $\frac{K}{K'}$ resta costante qualunque sia

tolta nell'unità di tempo all'unità della superficie superiore dello strato di ghiaccio, avrebbe per espressione

$$h (u_1 - u) ,$$

h essendo un coefficiente costante dipendente dalle condizioni dell'atmosfera. D'altra parte

$$\frac{K u}{x}$$

sarà la quantità di calore che passerà attraverso lo strato formato di ghiaccio di grossezza x ; e si avrà

$$h (u_1 - u) = \frac{K u}{x} , \quad \text{ossia } u = \frac{h u_1 x}{K + h x} .$$

Ma la quantità di calore che attraversa uno strato del ghiaccio nel tempo dt sarà

$$\frac{K u dt}{x} ,$$

e d'altronde se dx è l'alimento di x durante dt , il calore sviluppato nella solidificazione sarà

$$l dx ,$$

se l è il calore latente di fusione; dunque si avrà

$$\frac{K u dt}{x} = l dx$$

ossia ponendo invece di u il suo valore ed integrando

$$(1) \quad t = \frac{l}{u_1} \left(\frac{x}{h} + \frac{x^2}{2K} \right) ,$$

giacchè per $t = 0$, $x = 0$.

Qualunque sia h la (1) dice che si potranno nella formazione del ghiaccio distinguere tre periodi differenti. Nel primo periodo le grossezze aumenteranno proporzionalmente ai tempi; nel secondo la legge della variazione sarà data dalla (1) intera; nel terzo si potrà assumere, quando x sarà già molto grande,

$$(2) \quad x = \sqrt{\frac{2 K u_1 t}{l}},$$

ove la costante h non entra.

L'A. ha fatto per la discussione numerica della (1) molte osservazioni, ne ha raccolte di altri fisici, ed ha potuto concludere che la (1) può permettere di calcolare con esattezza la grossezza di uno strato di ghiaccio, quando si saranno potuti determinare tutti gli elementi del calcolo. Potrebbe anche la (2) determinare, in certi casi, come pei ghiacci polari, quanto tempo sarà stato necessario per la formazione di un banco di ghiaccio di cognita profondità, ma non si potrà determinare che un minimo per quel tempo, essendo che u_1 sarà generalmente mal cognito, e dargli il massimo valore presumibile.

Per esempio la (2) si può porre sotto la forma

$$t = \frac{l x^2}{2 K u_1}.$$

Facendo $u_1 = 40$, e trascurando la quantità di calore solare assorbita dal ghiaccio, si trova la seguente tavola

<i>Valori di x</i>	<i>Durata della formazione del ghiaccio</i>
1 metro.	1 anno, 42
10 ^m	142 anni, 00
100 ^m	14,200 an ,00
200 ^m	56,800 an ,00 .

Ma resulta dalle osservazioni, che nelle regioni polari si trovano dei banchi di ghiaccio grandissimi che arrivano an-

che a 200^m di profondità; si deve dunque ammettere come probabilissimo che l'altezza di tali strati abbia avuta per causa principale l'accumularsi delle nevi sulla loro parte superiore; e potrebbe forse esser possibile verificar ciò osservando le differenze di struttura di quegli strati a diverse loro profondità.

R. F.

Sopra le correnti indotte da una calamita in un corpo ruotante; per E. JOCHMANN.

Giornale di Crelle V. LXIII., e Giornale di Poggendorff Bd. 122. 1864.

L'A. comincia il suo lavoro rammentando con poche parole la esperienza di Arago sul magnetismo di rotazione, le esperienze di Faraday e di Nobili ed Antinori, e parla dei modi diversi impiegati da quei Fisici e principalmente dal Matteucci per determinare la distribuzione della corrente indotta sul corpo ruotante. Dopo ciò l'A. parla di una formula che fu trovata da me, anni sono, per rappresentare la distribuzione anzidetta in un certo dato caso particolare; e dice che quella formula coincide con quella a cui si può ridurre una formula più generale della mia, e da esso trovata; ma egli non approva i dati da cui partì il mio breve calcolo, ed anzi mi fa alcuni appunti dei quali farò un cenno alla fine di questo sunto.

Il Jochmann si fonda sulla teoria della induzione di Weber, e sulla ben nota teoria di Ohm, seguendo le nuove proposizioni colle quali il Kirchhoff ha modificato quella teoria, per le quali ora si chiama, più che teoria di Ohm, teoria di Kirchhoff.

Tre sono dice l'A. le cause che possono proporzionalmente influire sulla densità della corrente in un luogo qualunque di un conduttore soggetto ad un'azione esterna induttrice; e sono:

- 1.^o La induzione reciproca fra le diverse parti del conduttore indotto;
- 2.^o La induzione della esterna forza magnetica;
- 3.^o Il potenziale della elettricità libera che è sullo stesso conduttore.

Siano U, V, W le componenti della velocità assoluta dell'elemento indotto qualunque, e di coordinate x, y, z .

Siano u, v, w , le componenti della densità della corrente nell'anzidetto elemento;

Siano $u' v' w'$ le analoghe componenti per un altro elemento qualunque indotto, e di coordinate $x' y' z'$.

Passiamo a calcolare per ordine, successivamente, le forze elettro-motrici generate per quelle tre cause partitamente, nell'elemento indotto.

I. La induzione esercitata dall'elemento indotto di coordinate x', y', z' , sull'elemento, pure del corpo indotto, di coordinate x, y, z , è seguendo il Weber, rappresentata dall'A. con la formula

$$- \frac{2 k i' \varpi}{r^2} \left(\cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \delta \cos \delta' \right) dx' dy' dz'.$$

Nella precedente formula $\varepsilon, r, \delta, \delta'$ hanno le stesse significazioni che gli si darebbero nella formula nota 'di Ampère, e si ha

$$i' = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2},$$

$$\varpi = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2},$$

$$r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}.$$

K è una costante dal Weber determinata.

Si ha evidentemente

$$\varpi i' \cos \varepsilon = U u' + V v' + W w',$$

$$i' \cos \delta' = u' \frac{x' - x}{r} + v' \frac{y' - y}{r} + w' \frac{z' - z}{r},$$

$$\varpi \cos \delta = U \frac{x' - x}{r} + V \frac{y' - y}{r} + W \frac{z' - z}{r}.$$

Queste ben note relazioni permettono di esprimere le com-

ponenti di quella forza per le $x, y, z; x', y', z'$ ec... Poi si integra, o si accenna la integrazione di quelle tre componenti per tutto lo spazio compreso dal corpo indotto; ed osservando che per la condizione del fenomeno si deve verificare la equazione nota di continuità

$$(1) \quad \frac{d u'}{d x'} + \frac{d v'}{d y'} + \frac{d w'}{d z'} = 0$$

e quella alla superficie

$$(2) \quad u' \cos \lambda + v' \cos \mu + w' \cos \nu = 0,$$

λ, μ, ν , essendo gli angoli che la normale alla superficie nel punto x', y', z' fa con gli assi coordinati: e se si pone

$$\alpha = \int \frac{u'}{r} dx' dy' dz', \beta = \int \frac{v'}{r} dx' dy' dz', \gamma = \int \frac{w'}{r} dx' dy' dz',$$

si trova che le componenti anzidette si possono esprimere con le formule seguenti, molto simmetriche ed eleganti

$$\begin{aligned} X &= k \left\{ V \left(\frac{d \alpha}{d y} - \frac{d \beta}{d x} \right) - W \left(\frac{d \gamma}{d x} - \frac{d \alpha}{d z} \right) \right\}, \\ (3) \quad Y &= k \left\{ W \left(\frac{d \beta}{d z} - \frac{d \gamma}{d y} \right) - U \left(\frac{d \alpha}{d y} - \frac{d \beta}{d x} \right) \right\}, \\ Z &= k \left\{ U \left(\frac{d \gamma}{d x} - \frac{d \alpha}{d z} \right) - W \left(\frac{d \beta}{d z} - \frac{d \gamma}{d y} \right) \right\}; \end{aligned}$$

II. Calcoliamo ora l'effetto della induzione esercitata direttamente dal magnete. Qui l'A. prende la formula

$$2 k \varpi \frac{m \sin \phi}{r^2},$$

per esprimere tale induzione relativa ad un elemento di massa del fluido magnetico, ϕ è l'angolo compreso fra r e la direzione della velocità ω .

Se λ, μ, ν , sono gli angoli che la direzione di questa ultima forza fa con gli assi coordinati, si avrà per le ben note condizioni,

$$(x' - x) \cos \lambda + (y' - y) \cos \mu + (z' - z) \cos \nu = 0,$$

$$u \cos \lambda + v \cos \mu + w \cos \nu = 0,$$

$$\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu + \cos^2 \nu = 1;$$

onde risulterà,

$$\omega \cos \lambda = \frac{V(z' - z) - W(y' - y)}{r \sin \phi},$$

$$\omega \cos \mu = \frac{W(x' - x) - U(z' - z)}{r \sin \phi},$$

$$\omega \cos \nu = \frac{U(y' - y) - V(x' - x)}{r \cos \phi};$$

per cui le componenti cercate della forza cercata, saranno facilmente esprimibili nella forma seguente

$$A = 2k \left\{ V \frac{dP}{dz} - W \frac{dP}{dy} \right\},$$

$$(4) \quad B = 2k \left\{ W \frac{dP}{dx} - U \frac{dP}{dz} \right\},$$

$$C = 2k \left\{ U \frac{dP}{dy} - V \frac{dP}{dx} \right\},$$

$$P = \int \frac{m}{r} dx' dy' dz'.$$

III. Se finalmente V è il potenziale della elettricità libera alla superficie del conduttore (secondo la teoria del Kirchhoff) le componenti della corrente generata da quella elettricità nello stesso elemento di massa di coordinate x, y, z , verranno espresse, secondo l'A. da

$$(5) \quad -\frac{dV}{dx}, \quad -\frac{dV}{dy}, \quad -\frac{dV}{dz}.$$

IV. Per avere le componenti totali della *densità della corrente* nell'anzidetto elemento non avremo secondo l'A., che a sommare le tre espressioni trovate delle forze elettro-motrici; e chiamando con K una costante, scrivere

$$(6) \quad \begin{aligned} u &= K \left(-\frac{dV}{dx} + X + A \right) \\ v &= K \left(-\frac{dV}{dy} + Y + B \right) \\ w &= K \left(-\frac{dV}{dz} + Z + C \right). \end{aligned}$$

A queste equazioni vanno sempre congiunte anche le (1), (2) in u , cioè le

$$(7) \quad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0$$

$$u \cos \lambda + v \cos \mu + w \cos \nu = 0$$

λ, μ, ν , riferendosi alla normale alla superficie, quando il punto x, y, z , appartiene alla superficie stessa.

Io ho riferita qui la sola parte del calcolo, del Jochmann assolutamente indispensabile per questo sunto.

Il Jochmann applica prima di tutto le sue formule al caso in cui il polo, od i poli del magnete siano sull'asse stesso di rotazione, e in cui tutto è simmetrico ed uguale all'intorno di detto asse. Io non mi tratterò su questo, ma piuttosto sul caso seguente.

Sia il corpo indotto e ruotante compreso fra due piani infiniti di equazioni $z = \delta$, $z = -\delta$, e coincida l'asse di rotazione con l'asse delle z . Sia l'induzione esercitata da un solo polo μ , di modo che si abbia

$$P = \frac{\mu}{\rho},$$

$$\rho = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$$

In questo caso si avrà, essendo n la velocità angolare,

$$U = -ny, \quad V = nx, \quad W = 0.$$

Di più si osservi che la componente w normale alla superficie deve essere uguale a zero per $z = \pm \delta$; e l'A. qui dimostra che anche generalmente si potrà fare $w = 0$.

Ad onta di tali restrizioni l'A. ha bisogno di semplificare ancor più le sue equazioni, trascurando la influenza della azione reciproca fra le diverse parti del corpo indotto, e fa $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$ nelle equazioni (6).

Così essendo $w = 0$ si avrà dall'ultima delle (6), e dall'ultima delle (4)

$$\frac{dV}{dz} = -2nk \left(x \frac{dP}{dx} + y \frac{dP}{dy} \right);$$

le (6) le (4) e le (7) condurranno evidentemente subito alla equazione

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = 4nk \frac{dP}{dz}.$$

Queste ultime equazioni sono soddisfatte da

$$V = 2 n k \mu \left(-\frac{c - z}{\rho} + \frac{a(x - a) + b(y - b)}{\rho(\rho + c - z)} \right),$$

che indica il potenziale della elettricità libera distribuita alla superficie del corpo indotto.

Se in vece di un sol polo influente se ne avessero altri si avrebbe

$$V = 2 n k \Sigma \mu \left(-\frac{c - z}{\rho} + \frac{a(x - a) + b(y - b)}{\rho(\rho + c - z)} \right).$$

Nel caso di due soli poli di nome contrario e di uguale intensità, posti sull'asse delle x ad uguale distanza dall'asse di rotazione, e nel caso simile $c = x = 0$ si avrà

$$(a) \quad U = \frac{2 n k \mu a x}{\rho^2 \rho_1^2} (x^2 + y^2 - a^2),$$

la quale è la stessa mia formula a cui allude l' A. nel principio del suo lavoro. Credo che tale coincidenza fra i risultati dell' Autore, e le formule che ottenni anni sono, in un piccolo saggio di applicazione del calcolo alla distribuzione delle correnti indotte in un corpo non filiforme sussisterà anche per un numero qualunque di poli, sempre però nel caso particolare da me brevemente trattato. Quanto al modo da me seguito il Jochmann lo riferisce, e dice infatti che supposi che la forza elettro-motrice indotta in un elemento qualunque di un conduttore desse luogo ad una corrente (elementare) che si propagasse secondo le solite leggi di una corrente qualunque; e che la corrente in un luogo qualunque del conduttore secondo una data direzione qualunque fosse la somma delle correnti che in tal modo vi affluiscono in virtù di tutti i sistemi di correnti elementari del corpo. Di più supposi che la forza elettro-motrice indotta in un elemento di volume, secondo una certa direzione, durante uno spostamento infinitamente piccolo del corpo, fosse uguale a quella che sarebbe stata indotta in

un elemento di un filo conduttore steso nel corpo, secondo quella direzione e trasportato dal corpo nel suo spostamento.

Il Jochmann dice che tuttociò era un'ipotesi, ed ha ragione. Lo stesso A. mi appunta anche di avere ammesso che nei luoghi di strisciamento (*Gleitstellen*) delle estremità di un filo conduttore che posa sopra un conduttore in movimento in presenza di un corpo inducente, si sviluppi una forza elettromotrice particolare, che ha per condizione indispensabile tale strisciamento. Desidero di precisare meglio la cosa.

Quando, anni sono, dimostrai con la esperienza e col metodo di Ampère, escludendo ogni ipotesi, le formule generali che servono per il calcolo delle correnti indotte fra circuiti filiformi, nel caso delle correnti istantanee, e in quello della scarica della bottiglia di leida, e nel caso del movimento, io mi limitai a circuiti chiusi; e dopo, per venire al caso più generale in cui le integrazioni non si devono fare per curve chiuse, io mi fondai su delle esperienze (così dette casi di equilibrio) (*Annales de Chimie et de Phy.*, T. XLIV. 1855, pag. 343) che legavano assieme teoricamente sì le correnti istantanee, che il caso del movimento di una sola curva aperta del circuito, e il caso ben noto dell'induzione detta unipolare dal Weber ed assiale dal Matteucci; così le formule furono dimostrate per circuiti filiformi, con tutta la possibile generalità e con tutto il rigore desiderabile. Ma tutto ciò che rimase dimostrato con tal metodo non fu una formula elementare, quale per esempio abbisogna per il caso trattato dal Jochmann; fu solo dimostrato che certi integrali definiti, non potean dare che risultati conformi ai fenomeni; del resto la espressione analitica, o formula elementare, che è sotto il segno integrale, rimane, entro certi limiti, arbitraria per tutte quelle forme che integrazioni fatte condurrebbero agli stessi valori finali. Ciò avviene perchè dovendosi sempre, nelle conosciute esperienze, integrare per una curva chiusa il circuito inducente, questa integrazione farebbe sempre sparire certi termini i quali potrebbero anche arbitrariamente introdursi nella formula elementare. Ma la stessa osservazione potrebbe farsi anche per la formula di Ampère, che pure è fatta servire ancora per la teoria dell'induzione. Però se le espe-

rienze stesse del citato volume degli *Annales* mi destarono la idea della possibilità di quella forza elettro-motrice speciale dovuta allo strisciamento, certo è pure che io non ho mai creduto di avere dimostrata a rigore la esistenza di tal forza, e non ebbi mai, e non ho tuttora altro desiderio che quello che in tutta questa generale questione dell' induzione, si distingua bene ciò che è ben dimostrato matematicamente, da ciò che non lo è ancora. Feci è vero qualche tentativo dietro quella idea anzidetta, ma convengo che neppure la esperienza della pag. 106. del T. LVI. 1859 degli *Annales* ec. può valere a tale scopo.

Per intraprendere poi la piccola discussione analitica che mi condusse alla formula (a) senza fare ipotesi, non mi sarebbe neppur bastato l'averne una formula elementare per conduttori filiformi, dimostrata con la stessa certezza della formula nota di Coulomb nella elettro-statica; feci delle ipotesi e solamente badai a che fossero semplici, ed a primo aspetto almeno, le più naturali possibili.

Per ora mi pare che, tolto il caso di circuiti filiformi, nulla vi sia di rigorosamente dimostrato nella teoria matematica dell' induzione; e sarà bene che il Jochmann possa dimostrare la insussistenza, come egli dice, di quelle mie ipotesi fatte per trattare il caso dell' esperienza di Arago; e se egli continuerà simili applicazioni, io le potrò anche più estesamente d' ora renderle note ai nostri lettori, e così contribuire a rendere famigliari anche fra noi, diverse teorie della elettricità dovuta a dei celebri fisici Alemanni.

Relativamente poi a ciò che il Jochmann nel suo lavoro dice a pag. 3, nella nota (*Pogg. ann.* Bd. 122 1864), avverto che io non feci alcuna dimenticanza, come a prima vista si potrebbe supporre; e ciò si potrebbe rilevare dalla lettura di alcuni luoghi dei miei scritti, solamente non credei di dover portare troppo oltre il confronto di quella certa formula con le esperienze da lui citate; d'altronde vedevo bene che le mie premesse erano ipotetiche, e consideravo quel mio calcolo sulla distribuzione delle correnti indotte, in un corpo non filiforme, come un semplice tentativo, e prematura credo ancora la soluzione vera della questione. Ma io son d'accordo con lui in ciò che egli dice sul modo

col quale solo può farsi il confronto fra le formule e la esperienza. In quanto a ciò che l'A. dice sull'uso che io feci della equazione $\Delta^2 u = 0$, detta di continuità, lo prego a riflettere che le mie premesse erano lontane assai dalle sue, e che io ho creduto di dover tener conto dell'effetto dell'induzione nelle altre parti del corpo, relativamente a un luogo dato, in tutt'altro modo, per ragioni molto diverse dalle sue.

Ho distinte io pure tre cause possibili di correnti: 1.° La corrente indotta nel luogo considerato. 2.° La corrente che vi circola perchè è l'effetto della propagazione della corrente negli altri luoghi. 3.° La corrente per lo *strisciamento* se in quel luogo tale strisciamento si verifica. Ritenendo infinita la velocità colla quale si stabilisce l'equilibrio dinamico io calcolai la seconda di quelle cause facendo uso di quella equazione e fui in ciò conseguentissimo alle mie premesse, e ai più comuni principii di elettro-dinamica. Circa alla prima causa essa fu da me *analiticamente* compresa in calcolo, perchè, nel caso particolare da me trattato, le correnti erano indotte nel loro stesso equilibrio dinamico, vale a dire che l'espressione algebrica relativamente alla prima causa era esattamente quella a cui si perveniva calcolando la seconda.

R. F.

Formula per l'altimetria barometrica per piccole differenze d'altezza; per KAHL.

(Schlömlich — Zeitschrift für Math. und Phg. — 1864 — 1. Heft)

La cognita formula data da Laplace:

$$h = 18393^m \log. \frac{B}{b} \left(1 + 2 \frac{T + t}{1000} \right)$$

ove h rappresenta la differenza d'altezza per le due stazioni; B e T l'altezza barometrica e la temperatura corrispondente alla stazione inferiore; b e t i risultati analoghi delle osservazioni fatte alla stazione superiore, è stata modificata da Ba-

binet in un'altra più semplice perchè non contiene logaritmi e che vale specialmente per piccole differenze d'altezza.

Essa è la seguente:

$$h = 16000 \frac{B - b}{B + b} \left(1 + 2 \frac{T + t}{1000} \right),$$

ove le medesime lettere hanno i medesimi significati che sopra. Ecco come se ne può dare la verificaione. Se si pone

$$B + b = S$$

$$B - b = D$$

si trova

$$B = \frac{1}{2} (S + D) \quad b = \frac{1}{2} (S - D)$$

onde

$$\log \frac{B}{b} = \log \left(\frac{S + D}{S - D} \right) = \log \left(\frac{1 + \frac{D}{S}}{1 - \frac{D}{S}} \right) = \log \left(1 + \frac{D}{S} \right) - \log \left(1 - \frac{D}{S} \right).$$

Ora abbiamo prossimamente:

$$\log \text{ nat } \left(1 + \frac{D}{S} \right) = \frac{D}{S}$$

$$\log \text{ nat } \left(1 - \frac{D}{S} \right) = - \frac{D}{S},$$

e se il modulo del sistema di logaritmi di Brigg s'indica con $M = 0,434294482$ si ha:

$$\log \left(1 + \frac{D}{S} \right) - \log \left(1 - \frac{D}{S} \right) = 2M \frac{D}{S} = 2M \frac{B - b}{B + b},$$

la formula di Laplace per l'introduzione di questo valore assumerebbe il fattore:

$$2 M \cdot 18393 = 15975,9,$$

si potrebbe dunque invece di $18393 \log \frac{B}{b}$ porre $15975,9 \frac{B-b}{B+b}$.

Ma poichè l'espressione $\frac{B-b}{B+b}$ è alquanto minore di $\log \frac{B}{b}$, Babinet assume un fattor numerico un poco maggiore = 16000 onde resulta la formula:

$$h = 16000 \frac{B-b}{B+b} \left(1 + 2 \frac{T+t}{1000} \right).$$

Per mostrare l'utilità che ne può avere l'applicazione valga la seguente tavola.

B	b	$18393 \log \frac{B}{b}$	$16000 \frac{B-b}{B+b}$	DIFFERENZA
760	710	543,6	544,2	- 0,6
760	660	1126,9	1126,8	+ 0,1
760	610	1756,3	1751,8	+ 4,5

la quale ci prova come si possa senza inconveniente sostituire questa formula a quella generalmente seguita, quando le differenze barometriche non superino 100^{mm} e le differenze d'altezze 1000^{mm}

se l'osservatore si trova in A, la coincidenza avverrà dopo m battute di A, in cui m è dato dall'equazione

$$ms = (m - 1)s' + \frac{d}{v},$$

onde

$$m = \frac{s' - \frac{d}{v}}{s' - s}$$

Se l'osservatore si trovasse invece in B, la coincidenza avverrebbe dopo n battute di A, in cui n sarebbe dato da

$$ns + \frac{d}{v} = ns'$$

da cui

$$n = \frac{\frac{d}{v}}{s' - s}.$$

Posto questo si supponga che l'osservatore vari successivamente di posizione percorrendo il tragitto da A a B e viceversa; finchè egli rimane in A per la già data formula avrebbe

luogo la coincidenza alla $\left(\frac{s' - \frac{d}{v}}{s' - s}\right)^{\text{esima}}$ battuta di A; se andasse invece in B dovrebbe attendere la coincidenza fino alla $\left(\frac{s' + \frac{d}{v}}{s' - s}\right)^{\text{esima}}$ battuta cosicchè nel passaggio da A a B, egli è costretto a notar la coincidenza

$$\left(\frac{s' + \frac{d}{v}}{s' - s}\right) - \left(\frac{s' - \frac{d}{v}}{s' - s}\right) = \frac{2d}{s' - s}$$

battute più tardi che se fosse rimasto in A. — Restando ancora

in B avrebbe luogo un'altra coincidenza alla $\left(\frac{2s' + \frac{d}{v}}{s' - s}\right)^{\text{esima}}$,

mentre se fosse tornato subito verso A, avrebbe potuto no-

tarla alla $\left(\frac{2s' - \frac{d}{v}}{s' - s}\right)^{\text{esima}}$, e in tal modo la coincidenza avrebbe avuto luogo:

$$\frac{2s' + \frac{d}{v}}{s' - s} - \frac{2s' - \frac{d}{v}}{s' - s} = \frac{\frac{2d}{v}}{s' - s}$$

battute più presto.

Così dunque finalmente per indicare il processo dell'esperienza, trattenendosi l'osservatore in A, finchè sieno scorse $\frac{s'}{s' - s}$ delle unità di tempo segnate dall'orologio dato fra una coincidenza e la successiva, se si riporta quindi in B ivi potrà notarsi un'altra coincidenza dopo

$$b = \frac{s' + \frac{2d}{v}}{s' - s}$$

battute, e tornando quindi in A là pure ne sentirà una nuova dopo

$$b' = \frac{s' - \frac{2d}{v}}{s' - s}$$

battute.

Tenuto conto di questi due numeri b e b' sarà facile di calcolare la quantità cercata v per mezzo della formula:

$$r = \frac{2d}{s'} \frac{b + b'}{b - b'}$$

Noteremo insieme come il sig. Kahl stesso, sull'ultimo della memoria citata si sorprende come non sia venuta a nessuno l'idea di far uso di un cronometro solo di cui le battute sien sufficientemente forti perchè si possano sentire anche da una discreta distanza, e di applicare il metodo citato osservando le coincidenze di quelle coll'eco che ne resulterebbe da una parola detta a distanza conosciuta.

C. F.



**TEORICA DELLE FORZE CHE AGISCONO SECONDO LA LEGGE DI
 NEWTON, E SUA APPLICAZIONE ALLA ELETTRICITA' STA-
 TICA; DI ENRICO BETTI.**

(*Continuazione* . V. tomo XVIII. pag 385).

IV.

Teorema di Green.

Uno spazio di tre dimensioni si dice *connesso*, quando si può andare con continuità senza escire dal medesimo da uno ad un altro qualunque dei suoi punti. Si dice *semplicemente connesso* quando ogni superficie chiusa S tracciata nel medesimo, limita completamente una parte T dello stesso spazio in modo che non si possa uscire da T senza attraversare S , e quando ogni linea chiusa l tracciata in esso può servire di contorno ad una superficie continua S , contenuta tutta nello spazio medesimo. Per esempio, lo spazio racchiuso da una sfera è semplicemente connesso; quello racchiuso da un involucro sferico è connesso ma non semplicemente, perchè una superficie sferica compresa tra l'interna e l'esterna superficie dell'involucro non limita da sè sola una parte dell'involucro; un anello è connesso ma non semplicemente, giacchè il suo asse interno non può formare il contorno d'una superficie continua contenuta tutta quanta nell'anello.

Sia ora R uno spazio connesso. Supponiamo che non sia semplicemente connesso, ma si ottenga togliendo da uno spazio connesso limitato da una superficie chiusa S gli spazii connessi limitati dalle superficie chiuse S' , S'' , S''' , interne ad S . Siano U e V due funzioni dei punti di R che si conservino insieme con le loro derivate prime sempre finite e continue in R .

Prendiamo l'integrale triplo esteso a tutto lo spazio R :

$$\Omega = \iiint \left(\frac{dU}{dx} \frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy} \frac{dV}{dy} + \frac{dU}{dz} \frac{dV}{dz} \right) dx dy dz.$$

integrando per parti, abbiamo:

$$\iiint \frac{dU}{dx} \frac{dV}{dx} dx dy dz = \iint \left(U \frac{dV}{dx} \right) dy dz - \iiint U \frac{d^2 V}{dx^2} dx dy dz,$$

dove la quantità tra parentesi sotto l'integrale doppio deve essere limitata ai tratti lineari paralleli all'asse delle x compresi nello spazio R e per ottenere questa limitazione, essendo $U \frac{dV}{dx}$ quantità sempre finita e continua in R , ba-

sterà prendere le differenze dei valori che riceve $U \frac{dV}{dx}$ nei punti delle superficie $S, S', S'' \dots$ quando un punto che si muova parallelamente all'asse delle x verso il piano $y z$ entra nello spazio R e quelli che prende la stessa quantità quando il punto esce dallo spazio R . Avremo dunque, distinguendo con apici questi valori:

$$\iint \left(U \frac{dV}{dx} \right) dy dz = \iint U_0 \frac{dV_0}{dx} dy dz - \iint U_1 \frac{dV_1}{dx} dy dz + \iint U_2 \frac{dV_2}{dx} dy dz.$$

Ora indicando con $d\sigma$ in generale l'elemento di superficie e con α l'angolo che la parte interna della normale fa col l'asse delle x , avremo:

$$dy dz = \pm d\sigma \cos \alpha,$$

dove gli elementi superficiali essendo essenzialmente positivi dovrà prendersi il segno $+$ se α è acuto, il segno $-$ se

α è ottuso. Ma quando il punto che si muove verso il piano $y z$ parallelamente ad x entra in R l'angolo α è ottuso, e quando esce è acuto, dunque avremo:

$$\begin{aligned} \iiint \left(U \frac{dV}{dx} \right) dy dz = & - \int U_0 \frac{dV_0}{dx} d\sigma \cos \alpha - \int U_1 \frac{dV_1}{dx} d\sigma \cos \alpha \\ & - \int U_2 \frac{dV_2}{dx} d\sigma \cos \alpha - \dots \end{aligned}$$

Gli integrali sono estesi in modo che l'insieme sia esteso a tutte le superficie che limitano R ; onde distinguendo con apici gli elementi $d\sigma$ e gli angoli α relativi alle superficie S, S', S'', \dots , avremo:

$$\iiint \left(U \frac{dV}{dx} \right) dy dz = - \iint U \frac{dV}{dx} d\sigma \cos \alpha - \iint U \frac{dV}{dx} d\sigma' \cos \alpha' - \dots$$

Ora dinotando con p, p', p'', \dots le normali alle superfici e S, S', \dots si ha:

$$\frac{dx}{dp} = \cos \alpha, \quad \frac{dx}{dp'} = \cos \alpha', \quad \dots$$

onde:

$$\iint \left(U \frac{dV}{dx} \right) dy dz = - \Sigma \int U \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dp} d\sigma,$$

$$\iint \left(U \frac{dV}{dy} \right) dz dx = - \Sigma \int U \frac{dV}{dy} \frac{dy}{dp} d\sigma,$$

$$\iint \left(U \frac{dV}{dz} \right) dx dy = - \Sigma \int U \frac{dV}{dz} \frac{dz}{dp} d\sigma,$$

e finalmente, sostituendo nel valore di Ω :

$$(1) \quad - \Omega = \Sigma \int U \frac{dV}{dp} d\sigma + \iiint U \Delta' V dx dy dz.$$

Analogamente operando relativamente alla funzione V , si ottiene:

$$-\Omega = \Sigma \int V \frac{dU}{dp} d\sigma + \iiint V \Delta^2 U dx dy dz ,$$

e quindi:

$$\begin{aligned} (2) \quad & \Sigma \int U \frac{dV}{dp} d\sigma + \iiint U \Delta^2 V dx dy dz \\ & = \Sigma \int V \frac{dU}{dp} d\sigma + \iiint V \Delta^2 U dx dy dz . \end{aligned}$$

Se lo spazio R in cui le funzioni U e V si conservano finite e continue insieme colle loro derivate prime fosse semplicemente connesso, nella equazione (1) si potrebbero estendere gl'integrali doppi a una sola superficie chiusa qualunque contenuta nello spazio R , e gl'integrali tripli a tutto lo spazio racchiuso da questa superficie.

Supponiamo ora che la funzione U cessi d'essere finita soltanto in un punto O dello spazio R . Allora l'equazione (2) varrà in tutto lo spazio T che si ottiene togliendo dallo spazio R uno spazio piccolo quanto si vuole, che racchiuda il punto O ; ossia se alle superficie $S, S'...$ aggiungiamo una sfera s col centro in O e con un raggio infinitesimo ε ; avremo dunque:

$$\begin{aligned} & \Sigma \int U \frac{dV}{dp} d\sigma + \int U \frac{dV}{dp} ds + \iiint U \Delta^2 V dx dy dz \\ & = \Sigma \int V \frac{dU}{dp} d\sigma + \int V \frac{dU}{dp} ds + \iiint V \Delta^2 U dx dy dz, \end{aligned}$$

dove gl'integrali tripli devono essere estesi a tutto lo spazio precedente meno la piccola sfera. Ora se U diviene in-

finito nel punto 0 come $\frac{e}{r}$ essendo r la distanza da un punto qualunque al punto 0; cioè se $\lim r U$ è eguale ad una quantità finita e , avremo sulla superficie della piccola sfera

$$U = \frac{e}{\varepsilon},$$

$$\frac{dU}{dp} = \left(\frac{dU}{dr} \right)_{r=\varepsilon} = -\frac{e}{\varepsilon^2},$$

e quindi:

$$\int U \frac{dV}{dp} ds = e \int \frac{dV}{dp} \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\int V \frac{dU}{dp} ds = -e \int V \sin \theta d\theta d\phi = -4\pi V' e,$$

essendo V' il valore che prende V nel punto 0. L'integrale triplo esteso alla piccola sfera dà:

$$\iiint U \Delta^2 V dx dy dz = e \Delta^2 V \iiint r dr \sin \theta d\theta d\phi = 2\pi \varepsilon^2 \Delta^2 V$$

e poichè nello spazio racchiuso dalla piccola sfera abbiamo:

$$\Delta^2 U = \Delta^2 \frac{e}{r} = 0;$$

l'altro integrale triplo esteso a questo spazio sarà:

$$\iiint V \Delta^2 U dx dy dz = 0;$$

onde per ε infinitamente piccolo la (2) diviene:

$$(3) \quad \Sigma \int U \frac{dV}{dp} d\sigma + \iiint U \Delta^2 V dx dy dz = \Sigma \int V \frac{dU}{dp} d\sigma + \\ + \iiint V \Delta^2 U dx dy dz = 4\pi V' e,$$

e gli integrali sono estesi come nell'equazione (3). Dalla equazione (3) che costituisce il teorema di *Green* si deducono vari teoremi molto importanti. Prendiamo $U = \frac{1}{r}$ essendo r il raggio vettore che parte da un punto qualunque O nell'interno di R e l'equazione (3) diviene:

$$(4) \quad 4\pi V' = - \iiint \frac{\Delta^2 V}{r} dx dy dz + \int \left(V \frac{d}{dp} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{dV}{dp} \right) d\sigma,$$

dove l'ultimo integrale deve essere esteso a tutto l'insieme delle superficie che limitano lo spazio R . L'equazione (4) ci dice che una funzione finita e continua qualunque è determinata in uno spazio R quando si conoscono la somma delle sue derivate seconde, e i valori di essa e delle sue derivate prime alla superficie. Sia $U = 1$, sarà:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{dU}{dy} = \frac{dU}{dz} = \Omega = 0,$$

e sia inoltre $\Delta^2 V = -4\pi\rho$; l'equazione (4) darà:

$$(5) \quad \Sigma \int \frac{dV}{dp} d\sigma = 4\pi \iiint \rho dx dy dz.$$

Dall'equazione (5) si deduce il seguente teorema:

1.° Se V indica il potenziale di una massa qualunque, l'integrale:

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dp} d\sigma$$

esteso a una superficie chiusa è eguale alla quantità di massa contenuta nello spazio racchiuso da questa superficie, e quindi è eguale a zero se in questo spazio non vi esiste nessuna porzione di questa massa.

Ponendo nella equazione (3) $V = 1$, e $\Delta^2 U = 0$, si ottiene il teorema:

2.° Se U è una funzione finita e continua in tutto lo spazio chiuso da una superficie, fuori che in un punto O dove diviene infinita come $\frac{e}{r}$, denotando r la distanza dal punto O , e $\Delta^2 U = 0$; avremo:

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dU}{dp} d\sigma = e,$$

estendendo l'integrale a tutta la superficie.

Quindi se $U = \frac{1}{r}$ abbiamo il seguente teorema dovuto a Gauss:

3.° L'integrale:

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{d\frac{1}{r}}{dp} d\sigma$$

esteso a tutta una superficie chiusa qualunque è eguale a zero o alla unità, secondo che il punto O origine del raggio vettore r è esterno o interno allo spazio racchiuso da questa superficie.

Se $U = V$ avremo:

$$\begin{aligned} -\Omega = & -\iiint \left(\frac{dV^2}{dx^2} + \frac{dV^2}{dy^2} + \frac{dV^2}{dz^2} \right) dx dy dz = \int V \frac{dV}{dp} d\sigma \\ & + \iiint V \Delta^2 V dx dy dz. \end{aligned}$$

Onde se: $\Delta^2 V = 0$ e V costante sopra la superficie, sarà;

$$\iiint \left(\frac{dV^2}{dx^2} + \frac{dV^2}{dy^2} + \frac{dV^2}{dz^2} \right) dx dy dz = 0,$$

estendendo l'integrale a tutto lo spazio racchiuso dalla superficie. Quindi se V in questo spazio è finito e continuo, sarà:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{dy} = \frac{dV}{dz} = 0,$$

$$V = \text{costante};$$

e abbiamo il seguente teorema:

4.° Se V è una funzione finita e continua insieme colle sue derivate in uno spazio limitato da una o più superficie chiuse, soddisfa all'equazione: $\Delta^2 V = 0$ ed ha un valore costante sopra tutte le superficie, sarà eguale a questa costante anche in tutto lo spazio racchiuso dalle superficie stesse.

V.

Superficie e strati di livello.

Sia V il potenziale di una massa M ; le superficie rappresentate dall'equazioni della forma:

$$V = \text{costante},$$

da *Chasles* sono state chiamate *superficie di livello*.

Queste superficie godono la proprietà che la direzione della risultante dell'attrazione esercitata dalla massa M sopra i loro punti è normale alle superficie medesime. Infatti immaginiamo una linea qualunque tracciata sopra una di queste superficie, e che passi per un punto m qualunque della medesima. Se denotiamo con s la lunghezza dell'arco di questa linea contata a partire da uno qualunque dei suoi punti, l'equazioni della curva potranno porsi sotto la forma;

$x = x(s)$, $y = y(s)$, $z = z(s)$; e avremo identicamente:
 $V[x(s), y(s), z(s)] = \text{costante}$; onde:

$$\frac{dV}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{dV}{dy} \frac{dy}{ds} + \frac{dV}{dz} \frac{dz}{ds} = 0,$$

ed essendo $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$ i coseni degli angoli della tangente alla linea con i tre assi, e $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$ le componenti dell'attrazione secondo i tre assi, la componente nel senso della tangente sarà nulla, ossia la componente in un senso perpendicolare alla normale, è sempre nulla e dunque la risultante dell'attrazione è normale alle superficie.

Le superficie di livello formano un sistema di superficie l'equazioni delle quali differiscono soltanto per il valore di una costante, e poichè all'infinito il potenziale ha un valore costante ed eguale a zero, una superficie di questo sistema sarà una sfera di raggio infinito col centro non situato all'infinito.

Determiniamo ora le condizioni necessarie e sufficienti affinchè un sistema di superficie possa essere un sistema di superficie di livello rispetto ad un potenziale.

Sia:

$$(1) \quad f(x, y, z, \lambda) = 0$$

l'equazione di una superficie di un sistema, e l'equazioni delle varie superficie del sistema si ottengano dando a λ tutti i valori compresi tra due limiti dati λ_0 e λ_1 .

Se esiste un potenziale V di una massa M esterna allo spazio compreso tra le superficie (λ_0) e (λ_1) , rispetto a cui le superficie di questo sistema sono di livello, questo potenziale dovrà essere una funzione della sola quantità λ , perchè deve variare soltanto col variare di λ . Ma in tutto lo spazio

compreso tra le superficie (λ_0) e (λ_1) , esterno alla massa M di cui è potenziale V , si ha:

$$(2) \quad \Delta^2 V = 0$$

e V funzione della sola λ ; quindi:

$$\Delta^2 V = \frac{d^2 V}{d\lambda^2} \left[\left(\frac{d\lambda}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\lambda}{dy} \right)^2 + \left(\frac{d\lambda}{dz} \right)^2 \right] + \frac{dV}{d\lambda} \Delta^2 \lambda = 0,$$

e posto:

$$\Delta \lambda = \left(\frac{d\lambda}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\lambda}{dy} \right)^2 + \left(\frac{d\lambda}{dz} \right)^2,$$

avremo:

$$(3) \quad \frac{\frac{d^2 V}{d\lambda^2}}{\frac{dV}{d\lambda}} = - \frac{\Delta^2 \lambda}{\Delta \lambda}.$$

Il primo membro deve essere funzione della sola λ , e quindi anche il 2° non deve contenere altre variabili che λ .

Dunque chiamando con *Lamé*, $\Delta \lambda$ il *parametro differenziale di 1.° ordine* e $\Delta^2 \lambda$ il *parametro differenziale di 2.° ordine* del sistema (1), potremo dire: affinchè le superficie del sistema (1) siano superficie di livello è necessario che il rapporto dei suoi parametri differenziali sia una funzione della sola λ .

Affinchè poi V sia un potenziale è necessario inoltre che siavi un valore di λ a cui risponda una superficie d'equazione (1) che sia una sfera di raggio infinito e col centro non situato all'infinito.

Queste condizioni sono sufficienti perchè il sistema (1) sia di livello.

Infatti, essendo il 2.° membro dell'equazione (3) una fun-

zione della sola λ che potremo rappresentare con $\phi(\lambda)$, avremo, integrando :

$$\log \frac{dV}{d\lambda} = \int \phi(\lambda) d\lambda + \log C$$

$$\frac{dV}{d\lambda} = C e^{\int \phi(\lambda) d\lambda}$$

$$V = C \int e^{\int \phi(\lambda) \frac{d\lambda}{d\lambda}} + C'$$

indicando con λ_1 il valore di λ che corrisponde ai punti della sfera di raggio infinito, avremo poichè ivi si ha: $V = 0$:

$$V = C \int_{\lambda}^{\lambda_1} e^{\int \phi(\lambda) d\lambda} .$$

Ora se $\phi(\lambda)$ si mantiene insieme colle sue derivate prime finita e continua in tutto lo spazio compreso tra le due superficie (λ_0) e (λ_1) , V è una funzione che in questo spazio si mantiene sempre insieme colle sue derivate prime finita e continua, quindi essendo

$$\Delta^2 V = 0 ,$$

dall'equazione (4) del paragrafo precedente avremo:

$$V' = \frac{1}{4\pi} \int \left(V \frac{d}{dp} \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{dV}{dp} \right) d\sigma ,$$

e questo integrale deve estendersi a tutta la superficie (λ_1) e a tutta la superficie (λ_0) . Ma sopra la superficie (λ_1) , cioè all'infinito, abbiamo:

$$V = 0 , r \frac{dV}{dp} = 0 ;$$

quindi la parte d'integrale relativa a (λ_1) è uguale a zero. Sopra la superficie (λ_0) V è uguale a una costante che chiameremo V_0 ; abbiamo dunque:

$$\dot{V} = \frac{V_0}{4\pi} \int \frac{d}{dp} \frac{1}{r} d\sigma - \int \frac{1}{r} \frac{dV}{dp} d\sigma,$$

dove l'integrale deve estendersi alla sola superficie (λ_0) . Ora per il teorema 3.º del §. IV., essendo i punti dello spazio in cui si considera la funzione, esterni alle superficie cui si riferiscono, l'integrale:

$$\int \frac{d}{dp} \frac{1}{r} d\sigma = 0;$$

onde:

$$V = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{r} \frac{dV}{dp} d\sigma;$$

e se il senso dell'aumento della normale si prende invece che dalla parte interna dello spazio compreso tra (λ_0) e (λ_1) dalla parte interna della superficie (λ_1) , bisognerà cambiar segno ed avremo:

$$V = \frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{r} \frac{dV}{dp} d\sigma.$$

Ma:

$$\frac{dV}{dp} = \frac{dV}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dp},$$

$$\frac{d\lambda}{dp} = \frac{d\lambda}{dx} \frac{dx}{dp} + \frac{d\lambda}{dy} \frac{dy}{dp} + \frac{d\lambda}{dz} \frac{dz}{dp}$$

$$\frac{dx}{dp} = \frac{d\lambda}{dx} \frac{1}{\sqrt{\Delta\lambda}}, \quad \frac{dy}{dp} = \frac{d\lambda}{dy} \frac{1}{\sqrt{\Delta\lambda}}, \quad \frac{dz}{dp} = \frac{d\lambda}{dz} \frac{1}{\sqrt{\Delta\lambda}}.$$

Onde :

$$\frac{d\lambda}{dp} = \sqrt{\Delta\lambda}, \quad \frac{dV}{dp} = \frac{dV}{d\lambda} \sqrt{\Delta\lambda}.$$

quindi :

$$V = \frac{1}{4\pi} \frac{dV}{d\lambda} \int \frac{\sqrt{\Delta\lambda} d\sigma}{r}.$$

Immaginiamo ora prolungate le normali della superficie (λ_0) di una lunghezza dp proporzionale a $\sqrt{\Delta\lambda}$; l'estremità di questi prolungamenti formeranno una superficie L infinitamente poco differente dalla superficie (λ_0) , ed è chiaro che V sarà il potenziale dello strato omogeneo di densità $\frac{dV}{d\lambda} \frac{1}{4\pi}$ compreso tra le superficie L e (λ_0) al quale il sig. *Chasles* ha dato il nome di *strato di livello*, e avremo il seguente teorema.

Il sistema di superficie rappresentato dall'equazione :

$$F(x, y, z, \lambda) = 0,$$

sarà un sistema di superficie di livello soltanto quando il rapporto del parametro differenziale di 2.^o ordine $\Delta^2\lambda$ al parametro differenziale di 1.^o ordine $\Delta\lambda$ è una funzione della sola λ ; vi è un valore λ_1 di λ per cui una superficie del sistema diviene una sfera di raggio infinito col centro non situato all'infinito, e queste superficie sono di livello rispetto al potenziale d'uno strato omogeneo compreso tra una superficie del sistema e un'altra superficie che è il luogo geometrico delle estremità delle normali prolungate di lunghezze infinitesime proporzionali a $\sqrt{\Delta\lambda}$.

Il potenziale d'uno strato di livello nei punti esterni è costante sopra ogni superficie di livello e varia da una di queste superficie ad un'altra.

Poichè la funzione V è costante sopra le superficie dello strato di livello e nello spazio racchiuso da questa superficie soddisfa alle condizioni del teorema 4.^o del §. IV.,

sarà costante in tutto questo spazio, e avremo il seguente teorema:

Il potenziale di uno strato di livello nello spazio racchiuso dalla sua superficie è costante.

Siano ora le superficie rappresentate dalle equazioni;

$$f(x, y, z, \lambda, h) = 0,$$

superficie di livello per i valori di λ compresi tra due limiti λ_0 e λ_1 . Vediamo quali condizioni sono necessarie e sufficienti perchè gli strati di livello siano gli strati compresi tra due superficie corrispondenti ai valori h e $h + dh$. Perciò basterà che le porzioni di normali alle superficie (λ, h) intercettate tra (λ, h) e $(\lambda, h + dh)$ siano proporzionali a $\sqrt{\Delta f}$, radice del parametro differenziale di 1.º ordine. Sia (x, y, z) un punto della superficie (λ, h) ; $x + dx, y + dy, z + dz$ il punto dove la normale alla superficie (λ, h) nel punto (x, y, z) incontra la superficie $(\lambda, h + dh)$. Se chiamiamo dp la lunghezza di questa normale, avremo:

$$dx = \frac{dp}{\sqrt{\Delta f}} \frac{df}{dx}, \quad dy = \frac{dp}{\sqrt{\Delta f}} \frac{df}{dy}, \quad dz = \frac{dp}{\sqrt{\Delta f}} \frac{df}{dz};$$

e dovendo essere il punto $(x + dx, y + dy, z + dz)$ un punto della superficie $(\lambda, h + dh)$ avremo:

$$\frac{df}{dx} dx + \frac{df}{dy} dy + \frac{df}{dz} dz + \frac{df}{dh} dh = 0,$$

ossia:

$$dp \sqrt{\Delta f} + \frac{df}{dh} dh = 0,$$

ed essendo.

$$(a) \quad \frac{df}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dx} = -\frac{df}{dx}, \quad \frac{df}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dy} = -\frac{df}{dy}, \quad \frac{df}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dz} = -\frac{df}{dz},$$

e quindi :

$$\Delta f = \frac{df^2}{d\lambda^2} \Delta \lambda .$$

abbiamo :

$$\frac{dp}{\sqrt{\Delta \lambda}} = \pm \frac{\frac{df}{d\lambda} \frac{df}{dh}}{\Delta f} dh .$$

Quindi affinchè gli strati compresi tra le superficie (λ, h) e $(\lambda, h + dh)$ siano di livello ed abbiano per superficie di livello le superficie (λ) è necessario e sufficiente che oltre ad essere soddisfatta la equazione (3), sia eguale ad una quantità costante il rapporto :

$$\frac{\frac{df}{d\lambda} \frac{df}{dh}}{\Delta f} .$$

Dovranno dunque essere soddisfatte le due equazioni :

$$(b) \quad \Delta^2 \lambda = \phi(\lambda) \Delta \lambda ,$$

$$(c) \quad \Delta f = \theta(h) \frac{df}{d\lambda} \frac{df}{dh} ,$$

dove ϕ è una funzione arbitraria di h e di λ , e θ è una funzione arbitraria della sola h .

Derivando la prima delle equazioni (a) rapporto ad x abbiamo :

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + 2 \frac{d^2 f}{dx d\lambda} \frac{d\lambda}{dx} + \frac{d^2 f}{d\lambda^2} \frac{d\lambda^2}{dx^2} + \frac{df}{d\lambda} \frac{d^2 \lambda}{dx^2} = 0 ,$$

Moltiplicando per $\frac{df}{d\lambda}$ ed osservando l'equazioni (a) si ottiene:

$$\frac{df}{d\lambda} \frac{d^2 f}{dx^2} - 2 \frac{df}{dx} \frac{d^2 f}{dx d\lambda} + \frac{d^2 f}{d\lambda^2} \frac{df}{d\lambda} \frac{d\lambda^2}{dx^2} + \frac{df^2}{d\lambda^2} \frac{d^2 \lambda}{dx^2} = 0,$$

e due altre analoghe per y e z . Sommando queste tre equazioni abbiamo:

$$\frac{df}{d\lambda} \Delta^2 f - \frac{d \Delta f}{d\lambda} + \frac{df}{d\lambda} \frac{d^2 f}{d\lambda^2} \Delta \lambda + \frac{df^2}{d\lambda^2} \Delta^2 \lambda = 0,$$

onde, l'equazione (b) prende la forma

$$\Delta^2 f + \frac{\phi(\lambda) \Delta f}{\frac{df}{d\lambda}} - \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\Delta f}{\frac{df}{d\lambda}} \right) = 0,$$

e quindi a cagione della equazione (c):

$$(d) \quad \Delta^2 f + \theta(h) \phi(\lambda) \frac{df}{dh} - \theta(h) \frac{d^2 f}{d\lambda dh} = 0.$$

L'equazioni (c) e (d) esprimono le condizioni necessarie e sufficienti affinchè $f=0$ rappresenti un sistema di superficie di livello, per le quali ai differenti valori di λ corrispondono le differenti superficie di livello, e gli strati di livello siano compresi tra due superficie corrispondenti ai valori h e $h + dh$.

Prendiamo ora l'equazione $f=0$, sotto la forma:

$$f = F - \psi(h)^2 = 0,$$

dove F non contiene h .

Avremo:

$$\frac{d^2 f}{dh d\lambda} = 0, \quad \frac{df}{dh} = -\psi'(h), \quad \frac{df}{d\lambda} = \frac{dF}{d\lambda}$$

$$\Delta^2 f = \Delta^2 F, \quad \Delta f = \Delta F$$

e poniamo:

$$-H = \theta(h) \psi'(h).$$

L'equazioni (c) e (d) diverranno:

$$\Delta^2 F = H \phi(\lambda)$$

$$\Delta F = -H \frac{dF}{d\lambda},$$

onde abbiamo il seguente teorema:

Affinchè il potenziale di una massa omogenea compresa tra due superficie del sistema:

$$F(x, y, z, \lambda_0) - \psi(h) = 0,$$

corrispondenti a due valori di h che differiscono tra loro di una quantità infinitesima, abbia per superficie di livello, le superficie del sistema:

$$F(x, y, z, \lambda) - \psi(h) = 0$$

corrispondenti ai diversi valori di λ compresi tra λ_0 e λ_1 , al valore λ_1 corrispondendo i punti all'infinito, è necessario e sufficiente che in questo spazio siano soddisfatte le due equazioni:

$$(4) \quad \Delta F = -H \frac{dF}{d\lambda},$$

$$(5) \quad \Delta^2 F = H \phi(\lambda),$$

dove H è funzione soltanto di h.

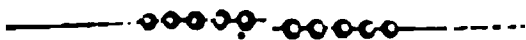
(continua)



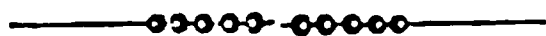
DELLA STRUTTURA MICROSCOPICA DELLE PIETRE METEORICHE;
DI H. C. SORBY.

(*Proc. R. Society*, Giugno 1864).

L' A. ben noto per altri studii sulla struttura microscopica dei cristalli, diretti a dedurre dalle cavità gazoze, fluide vetrose trovate nei cristalli, le condizioni in mezzo a cui i cristalli si sono formati, ha applicato questo metodo alle pietre meteoriche. In primo luogo ha scoperto che l' olivina delle pietre meteoriche contiene delle bellissime cavità vetrose simili a quelle dell' olivina delle lave, ciò che prova che anche la prima fu in uno stato di fusione ignea. L' olivina contiene anche delle cavità gazoze come si trovano in molti minerali vulcanici. Anche la sostanza vitrea delle pietre meteoriche è simile a quella dei vetri artificiali. Ne segue dunque che si deve ammettere che dopo che i materiali delle pietre meteoriche sono stati fusi, una parte considerevole di essi si è rotta in piccoli frammenti i quali si sono in seguito uniti insieme e più o meno consolidati per le azioni meccaniche e chimiche, fra cui si deve annoverare la separazione del ferro allo stato metallico o in combinazione. Questa rottura è probabilmente avvenuta nel momento in cui la materia fusa era divenuta cristallina: in altri casi la rottura è accaduta mentre che la materia era sempre fusa, ciò che spiega i grani rotondi che s'incontrano in alcune pietre meteoriche.



PATTI D' ASSOCIAZIONE



- 1° Del Nuovo CIMENTO si pubblica ogni mese un fascicolo di cinque fogli di stampa.
 - 2° Sei fascicoli formeranno un volume, sicchè alla fine dell'anno si avranno due volumi, corredati di un' indice.
 - 3° Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Novembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.
 - 4° Il prezzo d'associazione per l'intero anno è fissato come segue:
Per tutto il Regno Italiano, franco fino al destino, Lire Italiane 16. 80
Per gli altri Stati fuori d'Italia, come sopra » 25 —
 - 5° Le Associazioni sono obbligatorie per un anno, ma il pagamento dovrà farsi per semestri anticipati, cioè una metà a tutto Gennajo, ed un'altra a tutto Luglio di ciascun anno.
 - 6° Gli Associati che pagheranno anticipatamente l'intera annata, godranno d'un ribasso del 5 per 100 sul prezzo precedentemente stabilito.
 - 7° Un egual ribasso sarà accordato a quelli che faranno pervenire direttamente ed a proprie spese, il prezzo d'associazione alla Direzione del Giornale.
 - 8° Finalmente gli Associati che adempiranno tanto all'una, quanto all'altra condizione, rimettendo alla Direzione del Giornale, franco di spese, il prezzo anticipato d'una intera annata, godranno de' due vantaggi riuniti, e sono autorizzati a prelevare il 10 per 100 sul prezzo di associazione.
- La compilazione del Nuovo CIMENTO si fa a Torino ed a Pisa nel tempostesso, dal Prof. R. Piria per la Chimica e le Scienze affini alla Chimica; dal Prof. C. Matteucci per la Fisica e per le Scienze affini alla Fisica. L'amministrazione, la stampa e la spedizione sono affidate alla Tipografia Pieraccini a Pisa. *Giuseppe Frediani* è il Gerente.
- Per conseguenza le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti, ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale dovranno esser dirette, *franche di Posta*, a Pisa — Al Gerente *G. Frediani* — *Tipografia Pieraccini*.
- Le corrispondenze, le memorie, i giornali scientifici ed altri stampati riguardanti la Chimica dovranno dirigersi, *franchi di Posta*, a Torino — Al Prof. R. PIRIA.
- Finalmente le corrispondenze, le memorie, i giornali scientifici e gli altri stampati di argomento spettante alla Fisica dovranno essere diretti, *franchi di Posta*, a Pisa — Al Prof. C. MATTEUCCI.

e per $\lambda = 0$ siano:

$$(6) \quad A = \frac{1}{a^2}, \quad B = \frac{1}{b^2}, \quad C = \frac{1}{c^2},$$

e per $\lambda = \infty$:

$$x = y = z = \infty.$$

Sostituendo i valori delle derivate di F nella equazione (4), abbiamo:

$$4 \left(A^2 x^2 + B^2 y^2 + C^2 z^2 \right) = -H \left(\frac{dA}{d\lambda} x^2 + \frac{dB}{d\lambda} y^2 + \frac{dC}{d\lambda} z^2 \right);$$

onde:

$$H \frac{dA}{d\lambda} = -4 A^2,$$

$$H \frac{dB}{d\lambda} = -4 B^2,$$

$$H \frac{dC}{d\lambda} = -4 C^2.$$

Integrando, ponendo $H = 4$, ed osservando che per $\lambda = 0$ debbono aversi l'equazioni (6), si ottiene:

$$A = \frac{1}{a^2 + \lambda},$$

$$B = \frac{1}{b^2 + \lambda},$$

$$C = \frac{1}{c^2 + \lambda}.$$

e quindi l'equazione (3) diviene :

$$(7) \quad \frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{c^2 + \lambda} = h^2,$$

e per $\lambda = \infty$ si ha :

$$x = y = z = \infty.$$

Sostituendo le derivate seconde di F nella equazione (5) abbiamo :

$$(8) \quad \frac{1}{a^2 + \lambda} + \frac{1}{b^2 + \lambda} + \frac{1}{c^2 + \lambda} = 2 \phi(\lambda).$$

L'equazione (7) che rappresenta un sistema di superficie omofocali tra loro e coll' ellissoidi di equazione (1) e (2) per $h = h_0$ ed $h = h_1$, daranno per tutti i valori reali di λ compresi tra 0 e ∞ altrettante superficie di livello dello strato omogeneo compreso tra due ellissoidi omotetiche corrispondenti a $\lambda = 0$, e ad h e $h + dh$. Il potenziale di questo strato sarà nello spazio esterno ad esso:

$$p_e = C \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\int \phi(\lambda) d\lambda},$$

e ponendo mente alla equazione (8):

$$p_e = C \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}}.$$

dove, se (ξ, η, ζ) denotano le coordinate del punto attratto, λ è determinato dall'equazione:

$$(9) \quad \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} + \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} + \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} = h^2,$$

Per determinare C osservo, come altre volte, che si ha:

$$\lim_{l=\infty} p_e l = M = \frac{4}{3} \pi a b c h^2 d h ,$$

essendo l il raggio vettore del punto attratto. Ora col crescere di l , i semi assi:

$$h \sqrt{a^2 + \lambda} , \quad h \sqrt{b^2 + \lambda} , \quad h \sqrt{c^2 + \lambda}$$

dell'ellissoide che passa per il punto attratto s'avvicinano indefinitamente ad l , quindi:

$$\lim h^2 (a^2 + \lambda) = \lim h^2 (b^2 + \lambda) = \lim h^2 (c^2 + \lambda) = l^2 ,$$

$$\lim h^2 d \lambda = 2 l d l ;$$

e quindi:

$$\lim p_e l = C l \int_l^\infty \frac{2 h d l}{l^2} = 2 C h ,$$

onde:

$$C = 2 \pi a b c h d h ,$$

e:

$$(10) \quad p_e = 2 \pi a b c h d h \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d \lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda) (b^2 + \lambda) (c^2 + \lambda)}} .$$

Nella superficie dello strato il potenziale, che è una funzione continua, s'ottiene ponendo $\lambda = 0$, e questo sarà il valore nella faccia interna della superficie e in tutto lo spazio

racchiuso dallo strato, perchè vi deve rimanere sempre costante, e abbiamo:

$$(11) \quad p_e' = 2 \pi a b c h d h \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Per avere il potenziale P_e dell'involucro compreso tra le due superficie (1) e (2) rispetto ai punti esterni, dovremo prendere l'integrale del 2.^o membro della equazione (10) ed estenderlo tra i limiti h_0 ed h_1 . Per avere il potenziale P_e' rispetto ai punti dello spazio racchiuso dal medesimo involucro, dovremo fare lo stesso col secondo membro dell'equazione (11). Avremo dunque:

$$(12) \quad P_e = 2 \pi a b c \int_{h_0}^{h_1} h d h \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}$$

dove tra λ ed h esiste la relazione (9):

$$(13) \quad P_e' = 2 \pi a b c \int_{h_0}^{h_1} h d h \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Se indichiamo con λ_1 e λ_0 i valori di λ dati dall'equazione (9) quando in essa per h si pongano i valori h_1 e h_0 , e se integriamo per parti nell'equazione (12) si ha:

$$(14) \quad P_e = \pi a b c (h_1^2 - h_0^2) \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}$$

$$+ c \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \left(h_1^2 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} \right) \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Integrando nell'equazione (13) abbiamo:

$$P_e' = \pi a b c (h_1^2 - h_0^2) \int_0^\infty \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Per avere il potenziale P_i relativo ad un punto che fa parte della massa dell'involucro, ed è di coordinate (ξ, η, ζ) , conduciamo per esso un'ellissoide omotetica alle due superficie dell'involucro, di equazione:

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} + \frac{\zeta^2}{c^2} = h^2,$$

essendo $h_1 > h > h_0$. Il potenziale P_i si comporrà del potenziale P' dell'involucro (h_1, h) e del potenziale P'' dell'involucro (h, h_0) relativi al punto (ξ, η, ζ) che è sulla superficie interna del primo ed esterna del secondo.

Avremo cioè:

$$P_i = P' + P''.$$

Ma:

$$P' = \pi a b c (h_1^2 - h^2) \int_0^\infty \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

$$P'' = \pi a b c (h^2 - h_0^2) \int_{\lambda_0}^\infty \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}$$

$$- \pi a b c \int_{\lambda_0}^0 \left(h^2 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} \right) \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

onde :

$$(15) \quad P_i = \pi a b c (h_i^2 - h_0^2) \int_{\lambda_0}^{\infty} \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)} \\ + \pi a b c \int_0^{\lambda_0} \left(h_i^2 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} \right) \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Per avere il potenziale esterno e interno di una ellissoide basterà porre nelle formule (14) e (15) $h_0 = 0$, $\lambda_0 = \infty$ e quindi avremo:

$$P_e = \pi a b c \int_{\lambda_0}^{\infty} \left(h_i^2 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} \right) \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

$$P_i = \pi a b c \int_0^{\infty} \left(h_i^2 - \frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} - \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} - \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} \right) \frac{d\lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Ponendo $a^2 = b^2 = c^2 = R^2$, $h = 1$, avremo il potenziale della sfera. Poniamo:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = r^2.$$

Integrando si ottiene facilmente:

$$P_e = \frac{4}{3} \frac{\pi R^3}{r}$$

e

$$P_i = 2 \pi R^2 - \frac{2}{3} \pi r^2,$$

come avevamo trovato nel §. 2.

Si può verificare facilmente l'espressione del potenziale che abbiamo dato per mezzo del teorema di *Dirichlet*.

VII.

Potenziale di una superficie.

Supponiamo che dai punti di una superficie emanino delle forze attrattive e repulsive che agiscano in ragione inversa del quadrato della distanza dal punto attratto e respinto; denotiamo con ρ l'intensità delle loro azioni sopra l'unità di materia concentrata in un punto situato alla distanza uno, se riguardiamo ρ proporzionale alla densità della materia da cui emanano le forze, avremo la legge di *Newton* per queste forze, cioè saranno anche in ragione diretta delle masse. Per distinguere le forze attrattive dalle repulsive, basterà prendere positive le densità dei punti attraenti e negative quelle dei punti ripellenti. Così potrà accadere che sopra una superficie sia distribuita una massa nulla, e ciò accadrà quando la somma algebrica dei prodotti delle densità per gli elementi di superficie ai quali appartengono, sarà eguale a zero; e questa massa nulla potrà produrre una azione.

Le componenti dell'azione di una massa distribuita sopra una superficie dipenderanno, come nel caso di masse che occupano uno spazio di tre dimensioni, dal potenziale, che denotando con $d\sigma$ gli elementi della superficie, con x, y, z le coordinate del punto attratto e con x', y', z' quelle di un punto qualunque della superficie, sarà:

$$P = \int \rho \frac{d\sigma}{r^2},$$

essendo .

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 .$$

Quando il punto attratto è all'infinito, $r = \infty$, e quindi tutti gli elementi sono nulli e $P = 0$. Prendendo il sistema delle coordinate polari e denotando con r' il raggio

vettore dei punti della superficie, con r'' quello del punto attratto e con θ l'angolo che essi fanno tra loro, avremo:

$$P r'' = \int \frac{\rho d\sigma}{\sqrt{1 + \frac{r'^2}{r''^2} - \frac{2r'}{r''} \cos \theta}}$$

Quindi per $r'' = \infty$, avremo:

$$\lim P r'' = \int \rho d\sigma = M;$$

ossia il limite di P moltiplicato per il raggio vettore del punto attratto, quando il punto attratto va all'infinito, è uguale alla totalità della massa ossia alla massa attraente meno la repellente.

Si dimostra pure come nel caso di una massa solida che la funzione P e le sue derivate sono funzioni finite e continue per tutto lo spazio, quando se ne escludono i soli punti della superficie sopra le quali sono distribuite le masse attraenti e repellenti e soddisfano alla equazione:

$$\Delta^2 P = 0,$$

e che le derivate prime si annullano all'infinito, e moltiplicate per i quadrati delle coordinate del punto attratto convergono verso quantità finite coll'allontanarsi indefinitamente di questo punto.

Prima di passare a determinare come variano P e le sue derivate prime quando si attraversa la superficie passando dallo spazio esterno all'interno della medesima e viceversa, determiniamo il potenziale d'una massa attraente distribuita uniformemente sopra una superficie sferica. È chiaro che a cagione della simmetria intorno al centro, il potenziale sarà una funzione del solo raggio vettore del punto attratto, e quindi prendendo le coordinate polari r , θ , ϕ e il polo nel centro, sarà:

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{dP}{d\phi} = 0,$$

e l'equazione:

$$\Delta^2 P = 0,$$

darà:

$$\frac{dr^2 \frac{dP}{dr}}{dr} = 0,$$

ossia:

$$P = \frac{c}{r} + c'.$$

Per i punti esterni alla sfera dobbiamo avere per $r = \infty$ $P = 0$, onde $c' = 0$. Deve essere inoltre:

$$\lim P r = M = 4 \pi \rho R^2,$$

denotando con R il raggio della sfera e con ρ la densità costante. Quindi il potenziale esterno sarà:

$$P_e = \frac{4 \pi \rho R^2}{r}.$$

Per il potenziale P_e' interno basta osservare che deve essere sempre finito, quindi anche per $r = 0$; dunque sarà:

$$P_e' = c'.$$

Per determinare c' basta dunque che si determini P_e' per un punto interno, per esempio, il polo. Abbiamo allora:

$$P_o = \rho R \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = 4 \pi \rho R,$$

onde:

$$P_e' = 4 \pi \rho R.$$

Si vede che per $r = R$ i due valori del potenziale interno ed esterno coincidono, dunque il potenziale è una funzione finita e continua in tutto lo spazio.

Abbiamo poi:

$$\frac{d P_e}{d r} = - \frac{4 \pi R^2 \rho}{r^2}, \quad \frac{d P_i}{d r} = 0.$$

Onde :

$$\left(\frac{d P_e}{d r} \right)_{r=R} - \left(\frac{d P_i}{d r} \right)_{r=R} = - 4 \pi \rho.$$

Le derivate prime prese secondo la normale alla superficie nel passare dall'esterno all'interno variano bruscamente di $4 \pi \rho$; dunque le derivate prime sono funzioni sempre finite ma discontinue nel passare attraverso alla superficie.

Determiniamo ora il potenziale di una massa attraente distribuita sopra un' ellissoide di equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = h^2.$$

La densità in ogni suo punto sia proporzionale alla porzione di normale intercettata tra essa e l' ellissoide omotetica corrispondente ad $h + d h$.

Abbiamo trovato nel numero precedente il potenziale di questo strato di livello che per un punto esterno è dato dalla formula :

$$P_e = 2 \pi a b c h d h \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d \lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

essendo (ξ, η, ζ) le coordinate del punto attratto e

$$\frac{\xi^2}{a^2 + \lambda} + \frac{\eta^2}{b^2 + \lambda} + \frac{\zeta^2}{c^2 + \lambda} = h^2:$$

e per i punti interni alla superficie:

$$P_e' = 2 \pi a b c h d h \int_0^{\infty} \frac{d \lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}.$$

Per i punti della superficie bisogna porre $\lambda = 0$ e abbiamo:

$$P_e = P_e'.$$

Dunque il potenziale è una funzione finita e continua in tutto lo spazio.

Per quello che abbiamo dimostrato alla fine del §. 1.^o abbiamo:

$$\frac{d P_e}{d p} = V \Delta \lambda \frac{d P_e}{d \lambda} = - \frac{2 \pi a b c h d h V \Delta \lambda}{V(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},$$

$$\frac{d P_i}{d p} = V \Delta \lambda \frac{d P_i}{d \lambda} = 0.$$

Ma, denotando con ρ la densità, si ottiene facilmente:

$$\rho = d p = \frac{h d h}{2} \left(V \Delta \lambda \right)_{\lambda=0}.$$

Quindi:

$$\left(\frac{d P_e}{d p} \right)_{\lambda=0} = - 4 \pi \rho; \quad \left(\frac{d P_i}{d p} \right)_{\lambda=0} = 0;$$

$$\left(\frac{d P_e}{d p} \right)_{\lambda=0} - \left(\frac{d P_i}{d p} \right)_{\lambda=0} = - 4 \pi \rho.$$

La derivata prima secondo la normale all'ellissoide varia bruscamente di $4 \pi \rho$ passando dall'esterno all'interno della medesima.

Osserviamo che il potenziale di tutta la massa distribuita

sull'ellissoide può riguardarsi come composto di due potenziali, uno P' relativo ad una parte e' della superficie, e uno P'' relativo alla rimanente e'' della medesima, cioè:

$$P = P' + P'' .$$

Ora prendiamo un punto m nella superficie e' . Per quanto piccola sia la parte di superficie e' , quando si fa muovere il punto attratto nello spazio esterno, e poi attraversando e' in m si fa passare nello spazio interno, la funzione P'' e le sue derivate prime si mantengono sempre finite e continue, quindi la differenza delle derivate prime rispetto alla normale in m nella faccia interna ed esterna della superficie avranno una differenza infinitesima, ma queste derivate del potenziale P differiscono di $4\pi\rho$; dunque anche le derivate medesime di P' differiranno di $4\pi\rho$.

Dunque le derivate rispetto alla normale di un elemento ellissoidale sopra la faccia interna ed esterna del medesimo differiscono tra loro di $4\pi\rho$. Poichè P e P'' rimangono continue anche attraversando m , rimarrà continua anche P' e quindi il potenziale di un elemento di superficie ellissoidale è una funzione finita e continua in tutto lo spazio.

Prendiamo ora una superficie qualunque che in ogni suo punto ammette una ellissoide osculatrice. Decomponiamo il suo potenziale in due parti, uno sia il potenziale P' d'una sua parte infinitesima e' , che potremo riguardare come un elemento della superficie della ellissoide osculatrice, l'altra sia il potenziale P'' di tutta la rimanente superficie e'' , avremo:

$$P = P' + P'' .$$

P'' e la sua derivata $\frac{dP''}{dp}$ sono funzioni finite e continue finchè il punto attratto si muove nello spazio interno o esterno, e passa dall'uno all'altro per un punto m di e' . P' è pure sempre finita e continua, ma $\frac{dP'}{dp}$ varia bruscamente

di $4 \pi \rho$ quando si passa dallo spazio esterno allo spazio interno attraversando e' in m , quindi anche $\frac{dP}{dp}$ soffrirà la stessa brusca variazione e avremo il seguente teorema:

Il potenziale di una massa distribuita comunque sopra una superficie che ammette in ogni suo punto ellissoidi osculatrici è una funzione finita e continua in tutto lo spazio, le sue derivate prime sono finite e continue in tutto lo spazio, eccettuati i punti della superficie stessa, dove la derivata rapporto alla normale varia bruscamente di $4 \pi \rho$, nel passare dall'esterno allo interno.

VIII.

Caratteristiche del potenziale d'una massa distribuita comunque sopra una superficie.

Abbiamo veduto che il potenziale di una massa distribuita comunque sopra una superficie ha le seguenti proprietà.

1.º È una funzione finita e continua in tutto lo spazio, s'annulla all'infinito, e il prodotto di essa per il raggio vettore del punto attratto o respinto col crescere di questo raggio converge verso una quantità eguale alla totalità della massa.

2.º Le derivate prime di questa funzione sono finite in tutto lo spazio, s'annullano all'infinito ed i prodotti di esse per il quadrato del raggio vettore col crescere di questo convergono verso quantità finite, e sono continue in tutti i punti che non si trovano sopra la superficie data.

3.º La derivata presa rispetto alla normale alla superficie stessa nel passare dalla parte esterna all'interna varia bruscamente di valore ed abbiamo:

$$\frac{dP_e}{dp} - \frac{dP_i}{dp} = -4\pi\rho,$$

dove, ρ indica la densità in quel punto, p la normale contata andando verso l'interno della superficie.

4.° In tutti i punti dello spazio, ad esclusione dei punti della superficie, abbiamo:

$$\Delta^2 P = 0.$$

Queste proprietà come ha osservato *Dirichlet* non solo necessariamente appartengono a tutti i potenziali di superficie, ma sono sufficienti alla loro completa determinazione, sono le loro caratteristiche. Non vi sono due funzioni che avendo queste proprietà a comune possano differire nei loro valori in nessun punto dello spazio.

Supponiamo che P e P' sieno due funzioni che godono tutte le proprietà sopra enunciate, la loro differenza:

$$V = P - P'$$

goderà di tutte le medesime proprietà, soltanto le sue derivate prime saranno continue in tutto lo spazio.

Infatti avremo:

$$\frac{d P_e}{d p} - \frac{d P_i}{d p} = - 4 \pi \rho ,$$

$$\frac{d P'_e}{d p} - \frac{d P'_i}{d p} = - 4 \pi \rho ,$$

onde:

$$\frac{d V_e}{d p} - \frac{d V_i}{d p} = 0 .$$

Le derivate seconde di P e di P' e quindi di V soddisfacendo l'equazione (2) in tutto lo spazio ad eccezione dei punti della data superficie dove hanno valori finiti, avremo:

$$\iiint_a^u V \left(\frac{d^2 V}{d x^2} + V \frac{d^2 V}{d y^2} + V \frac{d^2 V}{d z^2} \right) dx dy dz = 0 ,$$

dove a è una quantità qualunque grande quanto si vuole. Effettuando l'integrazione per parti si trova come nella dimostrazione dell'analogo teorema per il potenziale di una massa che occupa uno spazio a tre dimensioni:

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dV}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dV}{dz} \right)^2 \right] dx dy dz = 0 ,$$

e quindi:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{dy} = \frac{dV}{dz} = 0$$

$$V = \text{costante} .$$

Ma all'infinito $P = P'$ e quindi $V = 0$; dunque è sempre $V = 0$ come volevamo dimostrare.

Alla terza proprietà caratteristica del potenziale di una massa distribuita sopra una superficie si può sostituire il valore del potenziale nella superficie stessa.

Il teorema precedente porta che ad una data distribuzione di massa sopra una superficie corrisponde un solo potenziale determinato, dimostreremo che vi è anche un solo potenziale che abbia dati valori sulla superficie, e una sola distribuzione di massa sopra la superficie la quale abbia questo potenziale.

Per dimostrare questo ci varremo del seguente teorema:

Esiste sempre una funzione finita e continua insieme colle sue derivate prime in uno spazio connesso, la quale prende dati valori sopra la superficie che forma il contorno di questo spazio, e nello spazio interno soddisfa l'equazione: $\Delta^2 V = 0$, e ne esiste una sola.

Sia R questo spazio, S la superficie chiusa che lo limita, v la funzione dei punti della superficie S alla quale deve essere uguale in questi punti la funzione di cui si vuol dimostrare la esistenza. Se V è una funzione qualunque che insieme colle sue derivate prime sia finita e continua in

tutto lo spazio R e sia eguale a v sopra la superficie S , è chiaro che l'integrale triplo esteso a tutto lo spazio R :

$$\Omega_v = \iiint \left[\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dV}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dV}{dz} \right)^2 \right] dx dy dz$$

avrà un valore finito e positivo. Quindi fra le funzioni V che godono queste proprietà ve ne sarà una almeno che renderà Ω un minimo.

Sia questa: W . Allora ponendo in luogo di W un'altra funzione: $W + h$, o $W - h$ che goda le stesse proprietà, e quindi che alla superficie sia $h = 0$, e h e le sue derivate prime siano finite e continue in R , dovrà aversi un valore di Ω maggiore di quello che si aveva per $V = W$. Ma abbiamo:

$$\Omega_{W+h} = \iiint \left[\left(\frac{dW}{dx} \pm \frac{dh}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dW}{dy} \pm \frac{dh}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dW}{dz} \pm \frac{dW}{dz} \right)^2 \right] dx dy dz$$

$$\Omega_W \pm 2 \iiint \left(\frac{dW}{dx} \frac{dh}{dx} + \frac{dW}{dy} \frac{dh}{dy} + \frac{dW}{dz} \frac{dW}{dz} \right) dx dy dz + \Omega_h,$$

e sarà $\Omega_{W \pm h} > \Omega_W$ per qualunque h soltanto quando sia sempre:

$$\iiint \left(\frac{dW}{dx} \frac{dh}{dx} + \frac{dW}{dy} \frac{dh}{dy} + \frac{dW}{dz} \frac{dh}{dz} \right) dx dy dz = 0.$$

Ora per il teorema di *Green* questo integrale può porsi sotto la forma:

$$\int h \frac{dW}{dh} d\sigma + \iiint h \Delta^2 W dx dy dz.$$

Poichè $h = 0$ alla superficie, il 1.° termine è zero, e il secondo sarà zero per qualunque valore di h soltanto quando sia

$$\Delta^2 W = 0.$$

Dunque Ω_W è un minimo, quando W è una funzione che gode le proprietà dell'enunciato del teorema, e poichè esiste sempre un minimo di Ω esisterà sempre una tal funzione. Per dimostrare che ne esiste soltanto una basterà dimostrare che esiste un sol minimo.

Supponiamo che esistano due di queste funzioni W e W' che diano un minimo per Ω , avremo :

$$W' = W + W' - W,$$

e posto :

$$W' - W = h, \quad W' = W + h,$$

W dando un minimo per Ω , avremo :

$$\Omega_{W'} = \Omega_W + \Omega_h.$$

Analogamente avremo:

$$\Omega_W = \Omega_{W'} + \Omega_h.$$

quindi:

$$\Omega_h = 0,$$

ossia :

$$\iiint \left[\left(\frac{dh}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dh}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dh}{dz} \right)^2 \right] dx dy dz = 0$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dh}{dy} = 0, \quad \frac{dh}{dz} = 0$$

$$h = \text{cost.}$$

Ma $h = 0$ sulla superficie, onde in tutto lo spazio R sarà $h = 0$, e $W = W'$ come volevamo provare.

Ora se è dato il valore V del potenziale sopra una superficie S che limita uno spazio finito e connesso, lo spazio esterno alla superficie S sarà pure connesso e limitato dalla superficie e da una sfera di raggio infinito, e il potenziale P_e in questo spazio esterno sarà finito e continuo insieme colle sue derivate prime, e avrà il valore v sopra la superficie S e sarà nullo sopra la sfera di raggio infinito; quindi sarà dato sopra tutta la superficie che limita lo spazio esterno e sodisfarà inoltre alla condizione $\Delta^2 P_e = 0$; quindi esisterà una funzione P_e e una soltanto che sodisfarà queste condizioni. Quanto allo spazio interno ad S che è limitato dalla sola superficie S vi sarà pure una sola funzione P_i che sarà uguale a v sopra S , e sodisfarà l'equazione:

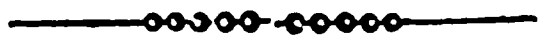
$$\Delta^2 P_i = 0,$$

quindi P_e nello spazio esterno, e P_i nell'interno che sono ambedue eguali a v sopra la superficie S , formano una funzione finita e continua in tutto lo spazio e ponendo:

$$\frac{dP_e}{dp} - \frac{dP_i}{dp} = -4\pi\rho,$$

è chiaro che questa funzione avrà tutte le caratteristiche del potenziale della massa che ha la densità ρ sopra S e quindi è il potenziale stesso. Così dato il valore del potenziale sopra S , esso risulta completamente determinato in tutto lo spazio, e rimane pure determinata dalla precedente equazione la distribuzione della massa sopra la superficie.

(continua)



**SULLA BLENDA DI TOSCANA ED ISOLE VICINE ; OSSERVAZIONI
DI ANTONIO D'ACHIARDI AJUTO AL PROFESSORE DI MINE-
RALOGIA E GEOLOGIA NELL' UNIVERSITA' DI PISA .**

In molte parti della Toscana, sì nella catena di monti, che ha il nome di Metallifera, come in alcuna delle isole presso al nostro lido, si trova la Blenda, la quale vi si presenta con aspetto diverso, essendochè ora abbia colore giallo più o meno chiaro ed ora rosso scuro più o meno intenso fino al nero; quasi sempre trasparente nel primo caso, opaca o quasi opaca nel secondo; e questa distinzione è pur della polvere, che è giallo-bianca se della prima varietà, rosso-giallastra e scura se della seconda. Talora i cristalli son lucentissimi, tal' altra volta no, ma è sempre Blenda, perchè costante il tipo di composizione, costante quello della cristallizzazione, e così dicasi degli altri caratteri, come la durezza, che è fra il IV e il V termine, il peso specifico, che varia fra 3,8 e 4,2 con graduati passaggi; intorno al quale per altro è da osservarsi che le varietà gialle trasparenti sono un poco più leggere delle rosso-scure. In quanto alla composizione chimica, se non muta la formula generale, che l' esprime, mutano bensì gli elementi, che la costituiscono, e particolarmente per la loro quantità relativa, essendochè ferro, piombo e altri metalli surroghino lo zinco. Ora le varietà gialle contengono in minor dose queste sostanze, sono cioè quelle, che più si avvicinano al puro ZnS ; le rosse invece, e più ancora le nere, quelle che più se ne allontanano, caricandosi in special modo di ferro, come la Marmatite, che per questo da alcuni era stata considerata come spe-

cie distinta, e che trovasi pure al Bottino nell'Alpi apuane (1). Ond'è che giova discorrere separatamente le principali località, ove la Blenda si trova.

Isola del Giglio.

Entro a filoni quarzosi insieme a Pirite di ferro cristallizzata si rinvencono alcuni cristalli di Blenda, talvolta tanto grossi da sorpassare 3 o 4 centimetri di diametro, di colore scuro, simile a quello del Pecurano, con il quale a prima vista si potrebbero confondere, avendo pure identica la polvere, che direi quasi bronzina, ma se ne distinguono tosto all'analisi, che ci dà S e Zn, con una certa quantità di Fe. La lucentezza è resinosa, come lo è in tutte le altre varietà, che seguono; la cristallizzazione è semplice per il numero delle facce, di cubo e d'ottaedro soltanto, ma a prima giunta assai difficile a riconoscersi per il differente sviluppo di esse, derivandone somiglianze con cristalli di altri sistemi, e specialmente del trimetrico. Null'altro di notevole vi si osserva, se non una differenza superficiale nelle facce, che son lisce se dell'ottaedro, scabre e quasi decrescenti se del cubo.

Miniera del Bottino presso Serravezza (Alpi Apuane).

Nei filoni metalliferi della miniera del Bottino abbonda la Blenda, e vi si trova in due stati, giallo-verdognola e nera, rara la prima, frequente la seconda, che fu distinta con il nome di Marmatite, come sopra è stato detto. La prima cristallizza in tetraedri di destra e di sinistra con prevalenza di uno, e modificati dalle facce del cubo e del dodecaedro; (*Tav. I. fig. 1.*) ha polvere giallo cedrina ed un color di piombo alla superficie, che è priva d'ogni lucentezza, a differenza della seconda, che è lucentissima. Ma anche di quest'ul-

(1) Vedi lettera del Prof. Meneghini a Dana, 1852.

tima non tutti i saggi sono lucenti del pari; alcuni presentano minor lucentezza per una specie d' iridescenza, e per numerose strie, che solcano in dritto le facce del dodecaedro, e risultando perciò parallele agli spigoli comuni ai due tetraedri, formano come tanti decrescimenti, segno di una oscillazione avvenuta fra le facce dodecaedriche e le tetraedriche (*fig. 2 e 3*); altri hanno invece una lucentezza sì viva e speculare da vincere quella stessa dell' oligisto, e mancano quasi sempre di strie, o raramente le hanno e minutissime. Ora è notevole, che i cristalli della prima qualità, cioè quelli striati, hanno forme molto più semplici, risultando quasi sempre solo del doppio tetraedro e dodecaedro, mentre gli altri le presentano molto più numerose e con minor differenza fra le facce ottaedriche, per lo chè parrebbe in questi ultimi fosse l' ottaedro, in quelli i due tetraedri con costante differenza di sviluppo. E ciò è tanto più notevole in quantochè sembra collegarsi con la giacitura; che i cristalli lucentissimi e più complicati trovansi in piani più o meno discordanti dalla stratificazione, spesso normali, entro geodi talora grandissime (1), insieme a Quarzo, Siderose, Calcite ec. mentre i cristalli tetraedrici e striati si rinvencono in spacchi angusti, paralleli ai filoncelli, a lor volta paralleli alla schistosità e stratificazione delle rocce incassanti. — Sembra dunque che la differenza abbia che fare col modo d' origine, che là ove dovette essere spazio bastante, come in una geode, i cristalli sonosi formati a loro bell' agio in forme più complicate, e lucentissime alla superficie, mentre negli spacchi ristretti fra una sfoglia e l' altra della roccia, mancando lo spazio, la cristallizzazione è stata più combattuta, e perciò le strie ad indicarlo.

Indipendentemente da tutto ciò giova ora descrivere le forme cristalline insieme considerate, sì dell' una, che dell' altra qualità, forme di frequente composte, ma nelle quali preval-

(1) Io stesso mi trovava nella miniera quando fu scoperta una di queste geodi, la quale, per quanto se ne poteva vedere, sembrava aver più di un metro di lunghezza, e nel suo interno si rinvennero oltre numerosi e grossi cristalli di Quarzo, bellissimi per la limpidezza e composizione loro, molti e non meno belli di Siderose, Marmatite, Calcite e d' altri minerali di piombo, d' argento ec.

gono sempre le facce tetraedriche e dodecaedriche, con la sfaldatura parallela a quest'ultime.

Raro è il trovare un cristallo completo, essendo quasi sempre confitto con una estremità in matrice quarzosa, ed a questa difficoltà per lo studio l'altra s'aggiunge dell'ineguale sviluppo o distorsione delle facce, onde ne risultano angoli, che solo hanno loro spiegazione in quella irregolarità. Tali i frequenti angoli diedri di 90° non riferibili al cubo, come da prima parrebbe, ma bensì a due facce opposte di dodecaedro o ad una di dodecaedro con altra di ottaedro, alla quale fa capo l'asse della zona, cui quella appartiene, riunite così fra loro perchè non sviluppatasi la faccia dodecaedrica intermedia, come lo si vede nella figura 4. fra le facce $11\bar{1}:011$ e $1\bar{1}\bar{1}:101$. Oltre alle facce dell'ottaedro o tetraedro e del dodecaedro sono assai frequenti quelle del cubo, che spesso insieme alle altre essendo deformate complicano lo studio, e ne risultano cristalli tali quali ce li mostrano le figure 5. Talora appariscono le facce del trapezoedro, come si vede nella figura 6, che peraltro non mostra alcuna faccia corrispondente alla sola, che di trapezoedro vi esista; nè sono rare le facce di tetrachisesaedro, come lo si riscontra spesso nei cristalli composti. Questo tetrachisesaedro (fig. 7.) è molto ottuso, conciossiachè gli angoli di $001:014$, di $014:104$ e di $014:011$ portino alla formola 014 , essendo i loro valori, misurati al goniometro per riflessione, quasi perfettamente uguali a quelli, che darebbe il calcolo, cioè $165^\circ,55'$, $161^\circ,11'$, $149^\circ,5'$. È dunque un cubo piramidato o tetrachisesaedro non citato da Dana, nè da Delafosse, nè da Dufrenoy, il quale ne cita bensì un altro, che secondo la sua maniera ha per annotazione $b^{3/4}$.

Tutte queste diverse qualità di Blenda, ma in special modo le lucenti, presentano esempio di composizione o coniugazione di cristalli, la quale avviene parallelamente alle facce ottaedriche, onde se le forme sono semplici ne risultano ottaedri trasposti, (fig. 8.) analoghi a quelli dello Spinello, Magnetite ec. se complicati ne vengono fuori cristalli spesso deformati, (fig. 9.) con angoli rientranti alle sommità e ai lati, e con le facce sì dell'ottaedro, del cubo, che del dodecaedro tutte allungate in una direzione, a similitudine di quanto avviene nei

cristalli emitropi di Feldispato Ortose di Baveno. Questi cristalli trovansi in gran quantità sui pezzi esaminati, ed alcuni ci offrono ciò di particolare, che anzi che avere sviluppate tutte e quattro le facce del tetrachisesaedro, che fanno cornice a quelle del cubo, ne presentano due soltanto, fra loro adjacenti, onde nella figura 9. non si vedono nella parte destra del cristallo composto.

Oltrechè cristallizzata, la Blenda trovasi lamellare, e costituisce al Bottino decise vene da se sola, od unita alla Galena è con questa estratta dalla miniera, ma non se ne trae alcun profitto, come è facile a dedurlo dai camini, e dalle pareti della fonderia tutti intonacati d'ossido bianco di zinco. Quei filoni o vene traversano schisti paleozoici di varia apparenza, e nelle geodi, che formano di tanto in tanto, trovansi i bei cristalli di Blenda con quelli di Quarzo, Calcite, Siderose, Eteromorfite, Meneghinite, Bulangerite, Calcopirite tetraedrica, ed altre sostanze ancora, come Clorite ec. ec.

Campiglia.

A Campiglia trovasi la Blenda pure in due stati, rosso-scura cioè, ma a polvere più chiara della Marmatite, e giallo-cedrina sudicia, quasi puro solfuro di zinco questa, ricca invece quella di piombo e di ferro, cui forse deve il suo maggiore peso specifico. Ambedue per altro queste varietà trovansi non ben cristallizzate, ma più o meno lamellari, e solo dalla sfaldatura dodecaedrica facilissima si può giudicare del loro sistema cristallino. Ora, oltre alle varie forme, che io ne ho ottenuto, e che, secondo i piani in cui quella si effettua, si possono riferire ai sistemi dimetrico, trimetrico ed esagonale, m'importa notare, che in qualche raro caso la sfaldatura si fa pure parallelamente alle facce dell'ottaedro, come lo mostra un frammento per la misura fatta in esso di molti angoli, e del quale le figure 10 e 11 ci mostrano le due parti, mentre la figura 12 ce ne dà a vedere la corrispondenza. Se si pensi ora che per il differente sviluppo delle facce e annichilamento di alcune quelle forme stesse si rinvencono in natura, le quali

sonosi ottenute mercè della percussione in determinati piani, sarà facile considerare come sia ovvio il passare da un sistema ad un altro, e convenzionale la distinzione.

In quanto alla giacitura la Blenda è in rapporto di vicinanza alle grosse dighe ferree, che traversano i terreni circostanti al paese di Campiglia, e le quali in contatto delle rocce calcaree originarono gli Anfiboli, che ci si presentano con aspetto diverso, essendochè se veri Anfiboli, più o meno verdi, più o meno neri, sieno quali filoni iniettati in diretta relazione con le masse ferree, se invece allo stato di Rodonite o della sua varietà Bustamite, più o meno rossi, più o meno giallastro-scuri, trovinsi in rosette, che ci appariscono come tante concentrazioni avvenute entro la massa calcarea profondamente metamorfosata in marmo. Ora la Blenda gialla insieme a Quarzo, e raramente a Galena, trovasi entro le rosette di Bustamite, delle quali forma il centro, od anche rilega essa stessa i frammenti della calcarea, come quelli ad es. della grigio-scura triassica; sempre però isolata dai filoni principali d'Anfibolo, più o meno nero se in contatto dell'Ilvaite, più o meno verde se in contatto della Calcopirite, nei quali filoni invece si rinviene la varietà rosso-scura immedesimata ad abbondante Galena, Ilvaite e Pirite di ferro e di rame, dagli elementi dei quali minerali ella deve trarre il colore, ed infatti l'analisi ve gli scopre in buona dose.

*Val d'Aspra e altre località del Massetano
(Provincia di Grosseto).*

Qui pure le due solite varietà, e già Val d'Aspra ci offre cristalli a color giallo di miele o d'ambra, impastati entro un calcare cavernoso eruttivo, sembrando che non vi si sieno formati, ma sveltì dalla loro prima giacitura per forza del calcare eruttivo stesso sieno da questo stati impastati nella sua massa, mentre l'altra varietà rosso-scura fa parte dei filoni quarzosi, unita alla Pirite. Si noti inoltre che nei filoni spatici, differenti da quelli di calcare cavernoso, si trova pure la Blenda della varietà gialla, ma non sì trasparente come quella a color

d'ambra, essendo verdastra e molto somigliante a quella di Campiglia. Sembra adunque, ed è pur confermato dagli esempi addotti, e lo sarà da quello di Sassa, che la Blenda più pura, ossia la gialla, trovisi quasi sempre in rapporto con le rocce calcaree. — Alle Capanne Vecchie, al pozzo Savi, in Val Castrucci, al Poggio a Montone, alla Castellaccia presso Massa ec. abbonda del pari la Blenda, che insieme alla Calcopirite, alla Pirite, alla Galena ec. fa parte di un sistema di filoni quarzosi attraverso gli schisti galestrini e calcari annessi, non che di altri di calcare e con la solita differenza di colore; e poichè in alcuni di essi filoni costituisce la Blenda il 50 % del minerale, com'è scritto nel rapporto fattone dal Prof. Cocchi per l'esposizione italiana, fa meraviglia che si getti via questo minerale di zinco, una volta che insieme agli altri di rame e di piombo vien tratto fuori dalla miniera.

Sassa.

A Sassa in Val di Sterza trovasi infine la Blenda, gialla, limpidissima, e talora con macchie rosse, quasi d'Opale di fuoco, costituita di soli solfo e zinco; fosforescente, se confricata quando la oscurità sia molta, ma non completa, per lo chè si direbbe essere in lei la facoltà di concentrare la poca luce diffusa, e rimandarla in lampi dalle sue facce. Somigliantissima a quella gialla trasparente di Val d'Aspra è com'essa inclusa in un calcare cavernoso, associato ad elementi ofiolitici, e si direbbe che questo nelle due località avesse sveltì dal profondo e portati presso alla superficie del suolo i cristalli di una medesima giacitura, ed ugualmente cementatili nella sua pasta, onde le difficoltà grandissime a studiarne le forme. Pure trattando con un acido debole il calcare e i cristalli inclusi, questi se ne isolano per la completa distruzione di quello, ma non rimangono più sì lucenti, come prima, perchè essi pure superficialmente attaccati dall'acido, e quindi difficilissimo il prenderne le misure al goniometro. — Le forme, che io ho potuto rilevare sono: in un cristallo il cubo con le facce dodecaedriche di sfaldatura, in un altro il cubo, il dodecaedro e l'ottaedro, in

un terzo l'emitrapezoedro o emileucitoide, le cui facce s' incontrano ad ang. di 129° , il dodecaedro e il cubo, che tronca lo spigolo di combinazione di due facce trapezoedriche, risultandone una forma (*fig. 13.*) analoga a quella descritta da Dufrenoy nella sua figura 182, ma nella quale, non vedendosi che le facce segnate nella figura 13, non si può asserire se avvenga trasposizione. In un altro cristallo (*fig. 14.*) appaiono numerosissime faccette, coordinate alla forma generale di tetraedro, ed in esse si riscontrano i due tetraedri, il cubo, il dodecaedro, il tetrachisesaedro, e quattro emitrapezoedri, successivamente più ottusi fino a che si confondono con la faccia tetraedrica, intorno alla quale formano come tanti decrescimenti; nè è a credersi che tali e della faccia tetraedrica essi sieno, com'è per i cristalli striati del Bottino, perchè evidentissima è la loro diversa inclinazione. In un altro frammento di cristallo trovasi finalmente una faccia di emiesachisottaedro, senz'alcuna altra, che le corrisponda (*fig. 15.*).

Queste osservazioni sono state fatte sopra molti esemplari del Museo di Mineralogia di Pisa, sotto la direzione del Prof. Meneghini.



**SULLE VARIAZIONI DI TEMPERATURA PROMOSSE NEI LIQUIDI DA
ALCUNI MOVIMENTI; NOTA DEL PROF. GIOVANNI CANTONI.**

I risultati delle varie sperienze per me fatte, e che io qui descrivo, furono già preveduti, o, dirò meglio, dovevano essere preveduti da chiunque accetti i principj della dottrina meccanica del calore. Ma codesti principj, benchè ormai accettati e tenuti per veri da tutti i più distinti fisici, non sono finora abbastanza usufruiti, negli ordinarj corsi della scienza, per la esposizione ed interpretazione di molti fenomeni fisici, anco i più ovvi. Ond'è che stimo non inutile il narrare storicamente la serie di alcune mie indagini, che hanno attinenza coi detti principj, affinchè le difficoltà sperimentali da me incontrate e gli errori miei servano ad altri di lume a far meglio.

Così ogni moto prodotto da gravità in un fluido liquido deve cagionare nel suo stato molecolare delle modificazioni, analoghe a quelle ingenerate in un fluido aeriforme da variazioni nella pressione. Volli perciò sperimentare, se potevasi avere indizio di raffreddamento in una massa liquida, lorchè, per gravità, acquista un moto che tende a diminuire la reciproca pressione tra le parti interne di essa. Ciò, ad esempio, deve accadere in un liquido contenuto in un vaso, quando, d'un tratto, lo si lascia sgorgare da un foro praticato nelle parti inferiori delle pareti. Prevedendo però che codesta variazione nella temperatura esser doveva ben piccola, come dirò innanzi, pensai di valermi d'un termometro oltremodo sensibile, onde poterla per qualche parte riscontrare. Ho due termometri metastatici ad etere di Fastrè, i quali sono tanto sensibili, che 1° C. corri-

sponde a circa 200 divisioni segnate sul cannello, ognuna delle quali potendosi agevolmente ripartire, ad occhio, in cinque, è dato apprezzare i millesimi di grado con bastevole sicurezza. Già m'ero valso d'uno di codesti termometri in una delle mie lezioni, per rendere appariscente il calore che produce si in un corpo, fermandolo, dopo che abbia percorso un breve tratto di libera caduta. Del mercurio, cadendo dall'altezza di appena un metro, manifestava un aumento di temperatura corrispondente a circa 15 delle dette divisioni, cioè a poco più di 74 millesimi di grado. Ma di quest'altre sperienze dirò più avanti.

Tentai pertanto con uno di così fatti termometri di rilevare se l'acqua, sgorgando da un largo foro praticato nel fondo d'un vaso in vetro, si raffreddasse sensibilmente. Ma le differenze di temperatura da strato a strato furono sempre sì grandi (relativamente alla squisitezza del termometro) e così inevitabili, ad onta d'ogni agitazione preventiva dell'acqua, che dovetti rinunciare a questo modo di prova, attese le irregolarità dei risultati. D'ordinario gli strati superiori essendo più caldi degli inferiori, ove appena si tenga un pò approfondato il serbatoio termometrico, onde aver campo di rilevare la prevista mutazione nel liquido mano mano scendente, il calore degli strati succedentisi maschera il raffreddamento occorso nei precedenti, che primi si misero in moto. E se invece il serbatoio termometrico è dapprincipio appena ricoperto dal livello iniziale del liquido, la variazione ricercata riesce fuggevole, susseguendovi tosto il raffreddamento dovuto alla svaporazione dell'acqua aderente al serbatoio stesso, che vien rapidamente abbandonato dal liquido cadente. Poichè, d'altronde, importa che questa discesa sia rapida (epperò l'area del foro non dev'essere piccola rispetto alla sezione orizzontale del vaso), dovendo le molecole liquide raffreddarsi in proporzione della velocità del moto che in esse si determina.

Fui così subito condotto ad usare, invece dell'acqua, un liquido non vaporabile, ed assai più conduttivo pel calore, qual è il mercurio. Anzi questo liquido, grazie alla notevole sua densità, offre un altro vantaggio per codeste ricerche; poichè le variazioni di pressione negli strati inferiori, a parità di

discesa del livello superiore, saranno, pei diversi liquidi, in ragione diretta della loro relativa densità. Però è facile vedere che, in ogni caso, per una determinata diminuzione nella pressione, il conseguente raffreddamento nel liquido dev'essere direttamente proporzionale al rapporto esistente tra i coefficienti della compressibilità meccanica e della dilatabilità termica del liquido stesso (1).

(1) Ponendo d la densità relativa del liquido, c le calorie di temperatura dell'unità di peso, δ il coefficiente di dilatazione cubica, e c_1 il coefficiente della compressione cubica, è chiaro che le calorie C svolte dal liquido per l'aumento di un'atmosfera nella pressione saranno date dalla $C = \frac{c d c_1}{\delta}$, e che perciò l'aumento t nella temperatura, prodotto da codeste calorie nel liquido stesso, sarà dato dalla relazione semplicissima $t = \frac{c_1}{\delta}$. Ed il raffreddamento t_1 che in tal liquido provocherà la diminuzione nella pressione corrispondente all'abbassamento a , espresso in metri, nel livello del liquido sovraincumbente, sarà dato dalla $t_1 = \frac{a d}{10,55} \cdot \frac{c_1}{\delta}$. Però, essendo in generale più compressibili meccanicamente i liquidi che termicamente sono più dilatili, i valori di t pei varii liquidi non differiranno molto tra loro: e meno ancora differiranno i valori di t_1 per uno stesso valore di a , poichè i liquidi di maggior densità mostrano una compressività minore. Ecco, ad esempio, i valori di t e di t_1 per alcuni liquidi, ritenuti i più attendibili dati pei loro coefficienti di compressività e di dilatabilità:

	AUMENTO DI TEMPERAT. PER LA PRESSIONE DI	
	1 atmosfera	1 metro di liquido
Mercurio.	0°,0197	0°,02595
Acido solforico	0, 0413	0, 00733
Terebenteno	0, 0862	0, 00726
Cloroformio	0, 0563	0, 00831
Alcoole etilico	0, 0829	0, 00654
" metilico	0, 0739	0, 00587
Etere etilico	0, 0893	0, 00639

Escluso adunque il mercurio, gli altri suindicati liquidi danno per t_1

Ma ancor col mercurio, tenendo fermo il suindicato modo di sperimentare, non ottenni ben distinti risultati, giacchè le ineguaglianze nelle temperature de' varj strati, anche per poca altezza di liquido, ed anche con un rimestamento preventivo, furono ancora così sensibili, che, sebbene s'avessero indizj di raffreddamento, pur non apparivano questi abbastanza accertati. Talora, collo sgorgare del liquido, s'aveva un breve abbassamento di temperatura; più spesso questa rimaneva invariata, e poche volte s'aveva un lievissimo aumento. Tanto però bastava a farmi convinto che, in ogni caso, intervenisse un raffreddamento, poichè questo elidere doveva tanto l'effetto termometrico dei più caldi strati superiori, quanto il calore promosso per attrito dal liquido scendente contro la superficie vitrea del termometro, massime lorchè questo era tenuto in prossimità del foro di efflusso.

Tentai allora un diverso modo di sperimentare. S'immaginino due larghi tubi di vetro, d'ugual diametro, alti almeno quattro decimetri, disposti col loro asse verticale, e comunicanti fra loro inferiormente per mezzo d'una breve tubulatura in ferro, avente lo stesso diametro interno e munita di chiave, il cui foro per la comunicazione de' due tubi abbia un'ampiezza ben poco minore della sezione di questi. Supposto ora chiusa la chiave, ed empito un solo dei tubi di mercurio, è chiaro che la pressione interna aumentando gradatamente dalla sommità al fondo della colonna liquida, e quindi esercitandosi, di sotto in su, al fondo stesso una pressione rispondente al peso della colonna sovrastante, si potrà paragonare questa pressione a quella che risente la base di una verga solida reggentesi verticalmente in causa del proprio peso. Quando poi, d'un tratto, s'apra la chiave, determinandosi il moto di discesa mano mano dal basso all'alto, in tutti gli strati orizzontali della detta colonna liquida, si concepisce essere lo stato di questa, nel primo istante, paragonabile a quello della verga solida, or menzionata, lorchè le venisse tolto il sostegno inferiore e la si

valori tra loro poco differenti, e tutti assai piccoli. L'acqua, attesa la ineguale sua dilatabilità alle varie temperature, dà valori tra loro troppo diversi.

reggesse sospesa per l'estremo superiore. Il peso stesso della verga, che prima operava come una forza premente, opererà come una forza distraente tra i varj strati, e vi produrrà un raffreddamento corrispondente alla diminuzione nella loro coerenza relativa. In modo analogo si effettuerà un diradamento, e quindi un raffreddamento tra i varj strati del liquido, con una misura però decrescente, grado grado che esso, scendendo pel tubo, riducesi colla sua superficie libera a più basso livello. D'altra parte poi, quel mercurio che va passando ed elevandosi nell'altro tubo, sollecitato dall'eccesso di pressione che è nel primo, verrà a risentire alla sua base una pressione gradatamente maggiore, e quindi tenderà a scaldarsi in proporzione dell'aumento di coerenza tra i rispettivi strati orizzontali. Anzi codesto scaldamento è quivi cresciuto da quello corrispondente al trasformarsi in calore della forza viva di quella parte del mercurio che, salendo nel secondo tubo, perde la velocità dianzi acquistata colla caduta entro il primo. Però, astrazion fatta da quest'ultima fonte di calore, e ritenuto brevissimo il canale di comunicazione fra i due tubi, può ammettersi che il raffreddamento occorso nel primo risulti equivalente allo scaldamento promosso nel secondo pel solo fatto delle opposte variazioni di pressione in essi avvenute. Tutt'al più può supporre che la temperatura finale, nell'insieme della massa liquida, abbia ad essere minore della precedente, poichè l'altezza cui giungerà il mercurio nei due tubi sarà all'incirca la metà di quella che esso aveva stando tutto nel primo, talchè la pressione media e quindi l'incremento medio nella densità della massa saranno, all'incirca, la metà di quel che fossero rispettivamente nella condizione precedente. Tuttavia codesta diminuzione della temperatura sarà in fatto mascherata dal calore promosso dal fermarsi del liquido sceso a più basso livello, come s'è notato poc'anzi.

Ora, ponendo in ciascuno dei tubi comunicanti uno dei sovradetti termometri ad etere, e notate le temperature innanzi di aprire la chiave e di poi, in parecchie prove, potei bensì rilevare un sensibile aumento di temperatura nel tubo in cui il mercurio saliva per poi fermarsi, mentre ebbero incerti o fuggevoli segni di raffreddamento nel tubo ove il mercurio rapi-

damente s'abbassava. Laonde m'avvidi ben tosto, che il difetto principale di tali risultati stava nell'insufficiente prontezza de' miei termometri, cioè nella debolissima conduttività termica dell'etere, e nella poco estesa superficie del loro serbatojo termometrico: talchè il vantaggio della estrema loro sensibilità scompariva, almeno per queste ricerche, al riguardo della scarsa loro prontezza. M'appigliai quindi ai termometri a mercurio; scegliendo quelli che per la forma e le dimensioni del serbatojo meglio congiungessero la maggiore prontezza con una bastevole sensibilità. Ho due termometri a mercurio di Fastré col serbatojo cilindrico lungo 80 millimetri e d'una grossezza un po' minore di 6 millimetri, i quali sono muniti di cannelli così capillari, che un grado vi occupa più di 11 millimetri, portando segnati i decimi di grado, i quali, anche ad occhio nudo, ma meglio con un cannocchiale, ponno essere divisi in dieci parti, così da aversi i centesimi di grado. Con questi potei sempre riconoscere nel tubo ove il mercurio s'abbassa un repentino raffreddamento, il quale, per medio di dieci prove, risultò di circa 8 millesimi di grado. Convien però badare dapprima che il mercurio abbia una temperatura abbastanza uniforme e stazionaria, il che non è sempre facile ad ottenersi. Benchè il mercurio sia un liquido di molta conduttività termica, v'è sempre negli strati superìori una temperatura un po' più elevata che nol sia negl'inferiori. Quindi, per rilevare con sicurezza il raffreddamento del liquido cadente, bisogna fissare il termometro per modo, che soltanto il serbatojo sia immerso nel liquido, stando la parte superiore di esso a fior di liquido. Allora il liquido termometrico segnerà la media delle temperature de' varj strati del liquido esterno innanzi che si effettui la loro caduta coll'aprire della chiave, e potrà segnare di poi il loro raffreddarsi pel diradamento, e quasi direi per lo strappamento che i singoli strati esercitano successivamente gli uni sugli altri, mano mano che si determinano al moto di caduta. Se invece il serbatojo è appena un po' affondato sotto il livello del liquido, gli strati superiori più caldi, scendendo poi a toccarlo, vengono ad elidere in tutto od in parte il raffreddamento comunicatogli dagli strati inferiori che prima lo toccavano.

Pensai allora che avrei potuto ottenere segni ancora più

manifesti di raffreddamento, provocando artificialmente in un liquido una velocità di discesa maggiore di quella che nei primi istanti vi determina la gravità. Presi una pozzetta di vetro, profonda circa 30 centimetri e larga un pajo di centimetri, l'empii quasi di mercurio, e reggendola colle mani a mezzo di alcune assicelle così da non iscaldare con quelle il liquido, e da poterla rapidamente alzare od abbassare a volontà. Fissai verticalmente ad uno stabile sostegno l'estremo superiore di un termometro a mercurio, il più pronto dei due sovradet- ti, così da poterne leggere con sicurezza le indicazioni a mezzo d'un cannocchiale, e così che il suo serbatojo potesse venir liberamente immerso a varia profondità nel mercurio della pozzetta. Agitavo dapprima il liquido, onde diminuire al possibile le differenze di temperatura tra gli strati superiori e gl'inferiori di esso. Allora, secondo che il mercurio veniva mosso rapidamente dall'alto al basso o dal basso all'insù rispetto al serbatojo termometrico, che pur sempre restava immerso, con una corsa di 13 centimetri, ottenni in tutte le prove, ed al primo istante del moto, una diminuzione od un'elevazione di temperatura, la quale ben tosto cessava per l'opposta influenza termica degli strati a contatto de' quali passava di poi il serbatojo stesso. Nel primo caso, questo essendo dapprincipio verso il fondo della pozzetta, dov'è minore la temperatura, col rapido moto discensivo del liquido producesi un diradamento, e quindi un raffreddamento nella cappa liquida che già aderiva al serbatoio, la cui superficie è di circa 14 centimetri quadrati: però un tal raffreddamento veniva subitamente occultato dalla maggiore temperie degli strati superiori. Nel secondo caso il serbatojo sta dapprincipio a contatto dei più alti e quindi più caldi strati del mercurio, onde, col rapido moto ascensivo di questo, comprimendosi la cappa liquida già aderente alla sua superficie, si provoca uno scaldamento, il quale però vien presto occultato dalla più bassa temperatura degli strati inferiori. Ma intanto quella prima indicazione mai non manca, ed anzi si rende tanto più distinta, quant'è maggiore la velocità con cui si muove la pozzetta, e quant'è minore la differenza di temperatura negli strati del liquido. Per medio di 11 prove ottenni un raffreddamento di $0^{\circ},036$ colla corsa discensiva ed uno scaldamento di $0^{\circ},031$

colla corsa ascensiva, essendo anzi i risultati delle singole prove ben di poco differenti tra loro.

Sperimentando, in modo affatto analogo, coll'acqua, in altre 11 prove ebbi, per medio, un raffreddamento, di $0^{\circ},018$ col moto di discesa del liquido, ed un riscaldamento di $0^{\circ},019$ col moto di ascesa. Con una diluzione di acido solforico della densità di 1,20 ebbi, per medio di 7 sperienze, una diminuzione di $0^{\circ},013$ colla corsa discensiva, ed un aumento di $0^{\circ},012$ colla corsa ascensiva. Coll'olio di mandorle dolci ottenni, rispettivamente coi due ripetuti movimenti, il raffreddamento di $0^{\circ},0086$ e lo scaldamento di $0^{\circ},0099$, per medio di 10 esperimenti. Valori ben poco differenti da quest'ultimi ebbi coll'olio d'ulive e colla glicerina (1).

Dall'insieme di queste prove emerge adunque, che le condizioni più favorevoli per esse sono una sufficiente conduttività termica ed una scarsa vaporabilità del liquido. Così l'alcoole, e peggio ancora l'etere, non danno sicuri risultati; poichè gli strati superiori, e tanto più con un rapido movimento, si riducono, per isvaporazione, più freddi degli inferiori. Vi hanno pure influenza la compressività meccanica e la dilatabilità termica, la prima qual condizione favorevole e la seconda contraria: ma, variando queste due proprietà, all'incirca con una medesima proporzione da liquido a liquido, la variazione nella temperatura, per questo riguardo, risulta, come si avvertì più sopra, poco diversa pei differenti liquidi.

Contro i precedenti risultati potrebbesi da taluno opporre, che l'osservato primo salto termometrico provenisse dalla variazione nella capacità del serbatoio, motivata dalle stesse differenze di temperatura de' varj strati del liquido contenuto nella

(1) Le variazioni di temperatura così ottenute, risultano appunto maggiori di quelle che darebbe la formola accennata nella nota (1), a pag. 106 in corrispondenza alla variazione nella pressione per soli 15 centimetri nell'altezza del liquido premente sul termometro (pel mercurio avrebbesi $0^{\circ},00385$), poichè, col rapido moto impresso alla pozzetta, producesi nel liquido aderente al serbatoio termometrico una distensione od una compressione ben maggiore di quella dovuta alla detta variazione di pressione. Si accennano però qui innanzi due altre cagioni che intervengono in siffatto modo di prova ad accrescere apparentemente codeste variazioni di temperatura.

pozzetta; poichè quando appare un raffreddamento col moto discensivo, il serbatojo deve dilatarsi, passando a contatto degli strati superiori più caldi, e quando invece, colla corsa d'ascesa, appare un riscaldamento, il serbatojo deve contrarsi venendo a toccare i più freddi strati inferiori. Ma questo dubbio mostrasi già poco fondato per l'osservazione succennata, che il salto stesso risulta tanto più distinto, *cæteris paribus*, quanto minore è la differenza nella temperatura degli strati estremi. Però a sventare affatto codesto dubbio, sperimentai direttamente collo stesso termometro che, a produrre in esso il salto di un centesimo di grado per sola variazione nella temperatura del serbatojo; richiedesi una differenza di $0^{\circ},66$ toccandolo col mercurio, e di $1^{\circ},07$ toccandolo coll'acqua, e ciò per medio di molti saggi fatti. Talchè, a produrre i salti medj di raffreddamento notati sopra, sarebbesi richiesta una differenza di temperatura di $2^{\circ},38$ col mercurio e di $1^{\circ},93$ coll'acqua: laddove in fatto tali differenze furono appena di $0^{\circ},20$ col mercurio e di $0^{\circ},21$ coll'acqua, per medio delle surriferite prove. Laonde, tutt'al più, quest'influenza darebbe ragione d'incirca un decimo dei valori rispettivamente trovati.

Potrebbe ancora opporre, che col moto discensivo il serbatojo si dilatasse un pò per la scemata pressione, e si contraesse per aumento di pressione col moto di ascesa del liquido. Or quest'objezione, che, ad un primo aspetto, potrebbe credersi aver qualche valore pel caso che il liquido esterno abbia molta densità, qual è il mercurio, si mostra facilmente inadeguata, calcolando la variazione cubica del vetro per $\frac{1}{12000}$ d'atmosfera (rispondente appunto ai 15 c. di corsa che io produceva nel mercurio rispetto al serbatojo fisso). Assumendo anche il dato men favorevole, qual è quello di Regnault, che ottenne la contrazione di $\frac{1}{12000}$ per una pressione di 10 atmosfere, avrebbe nel caso nostro un salto corrispondente appena a $0^{\circ},0109$ (1).

(1) Giusta i dati di Wertheim, codesto salto dovrebbe rispondere soltanto a $0^{\circ},005$. Laonde nelle sperienze suddescritte intervengono anco le due condizioni ora menzionate a provocare il complessivo salto termometrico osservato, cospirando anzi entrambe colla variazione termica rispondente alla trasformazione di movimento nelle molecole liquide: ma la

Posto così fuori di dubbio il fatto del raffreddarsi d'un liquido collo scemare della mutua pressione tra le sue parti, stimo non inutile l'esporre i risultati di altre mie sperienze, accennate fin dal principio di questa nota, e dirette a rilevare l'aumento di temperatura provato da un liquido fermandolo, dopo che abbia percorso un determinato spazio di caduta libera. Un vaso cilindrico di vetro, di ben 7 centimetri di diametro, ed avente nel mezzo del suo fondo un foro chiuso da un tappo che può levarsi con una funicella, contiene tanto mercurio da empirlo sino all'altezza di 8 centimetri, cosicchè rimanga in esso sommerso il serbatoio di uno dei sovradetti termometri a mercurio. Questo vaso è sostenuto al disopra di un largo tubo di vetro, che inferiormente mette capo in altro vaso di vetro, affatto simile al superiore, dentro il quale sta disposto l'altro dei detti termometri col suo serbatoio verticalmente fissato quasi a contatto del fondo. Uno schermaglio metallico tubulare protegge dal calor radiante i due vasi. Quando i due termometri, dapprima esattamente paragonati tra loro, accennano essere le temperature dei due vasi abbastanza stazionarie e pochissimo tra loro differenti, si alza il tappo del vaso superiore, il mercurio si precipita nell'inferiore, e si rileva la temperatura cui esso giunge: la differenza tra questa e la precedente, appena innanzi la caduta, dà lo scaldamento dovuto al moto di gravità. L'influenza termica dei vasi viene attenuata dalla notevole massa del liquido cadente, che nelle ultime mie prove era di 1850 grammi. Il liquido raggiungendo la stessa altezza nei due vasi, poichè d'egual diametro, e questa rispondendo appunto alla lunghezza del serbatoio termometrico può ritenersi, senza bisogno d'alcun rimestamento, che ciascun termometro accenni la media delle temperature proprie dei varj strati liquidi toccanti il serbatoio stesso. E si noti che appunto per quest'eguale altezza del mercurio, non occorre tener conto delle variazioni di temperatura, che in esso pur accadranno, come si verificò colle suesposte sperienze, poichè il raffreddamento succedente nel li-

parte dovuta a quelle due influenze, prese insieme, e certamente piccola rispetto al parziale valore di quest'ultima, cioè della causa studiata in questa nota.

quido entro il vaso superiore, nell'atto che va in esso abbassandosi per cadere, sarà eguale, e quindi compensato dal riscaldamento compientesi nel liquido stesso entro il vaso inferiore, nell'atto che va in esso elevandosi.

Ora, calcolando l'aumento di temperatura che nel mercurio devesi verificare, grazie alla velocità acquistata con una data caduta, e quindi la forza viva che vien trasformata in calore col fermarsi, ritenuto il valore di 423 chilogrammetri per l'equivalente meccanico del calore, si ha un valore (1), che mirabilmente risponde al riscaldamento che l'esperienza mi diede per medio di molte prove, ove si abbia riguardo al calore che il mercurio cadente viene inevitabilmente comunicando all'aria, perdendo, per la di lei resistenza, una parte della propria forza viva. Ecco il riassunto delle sperienze finora eseguite, almeno di quelle che poterono esser fatte in buone condizioni:

NUMERO delle prove	CADUTA del mercurio	AUMENTO DI TEMPERATURA DATO	
		dall' esperienza	dal calcolo
8 sperienze	0 ^m ,383	0°,0291	0°,0296
10 „	0, 755	0, 0531	0, 0559
16 „	0, 782	0, 0575	0, 0579

Talchè codesto rimarchevole accordo parmi un nuovo argomento a favore del suindicato valore dell'equivalente mec-

(1) Le calorie C rispondenti alla caduta del peso p per lo spazio s saranno espresse da $C = \frac{ps}{423}$. E l'aumento t della temperatura che queste calorie produrranno nel corpo stesso, sarà dato dalla $t = \frac{s}{323 c}$, ove c siano le calorie di temperatura dell'unità di peso del medesimo. Pel mercurio, alle ordinarie temperature, essendo $c = 0,032$, s'avrà $t = \frac{s}{13,5}$.

canico del calore, secondo le molte e svariate sperienze di Joule. Ora sto facendo costruire un apparato, col mezzo del quale mi lusingo di poter ottenere risultati ancor più sicuri circa codesta determinazione dell'equivalente meccanico del calore; risultati che io mi farò debito di riferirvi in altra seduta.



**SUNTO D'UNA NOTA INTORNO ALL' ASSORBIMENTO DELLA LUCE,
LETTA DAL PROF. GOVI ALL' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI
TORINO L' 8 MAGGIO 1864.**

Dopo di aver rammentate le ricerche fatte anteriormente dai fisici su questa materia, e specialmente quelle di Brewster, di Herschell di Miller, di Mueller, di De Wrede, di Bernard ec., il Prof. Govi mostra l'imperfezione dei metodi antecedentemente impiegati, i quali non potevano dare se non alcuni punti della *curva d' assorbimento spettrale*, mentre l'irregolarità di questa linea esige la conoscenza di tutto quanto il suo andamento e delle sue più leggere inflessioni.

Decomposta la luce bianca ne' suoi diversi elementi, a ciascuno dei quali compete una lunghezza d' onda λ speciale, bisogna distinguere l' assorbimento di essa luce:

I. Nell' assorbimento di ciascun fascetto lucido di lunghezza d' onda $= \lambda$; e questo assorbimento può essere almeno approssimativamente rappresentato dalla formula $y = ix$, nella quale y è l'intensità luminosa del fascetto λ ad una distanza x dal suo punto d' ingresso nel mezzo assorbente; ed i è l'intensità dello stesso fascetto alla distanza $x = 1$, ritenendo essere $= 1$ l'intensità della luce incidente, i è quindi sem-

una linea, si avrà ciò che il Prof. Govi chiama la *curva spettrale d'assorbimento* di quel dato mezzo assorbente.

La linea orizzontale rappresenta in questa figura la lunghezza di uno spettro solare prodotto da un prisma, le linee verticali di varie grossezze sono le principali fra le linee di Fraunhofer. Esse trovansi collocate nei vari colori dal rosso al violetto — A, B, e C, nel rosso che va diventando aranciato — D fra l'aranciato e il giallo — E nel verde — F nel verde azzurro — G nell'azzurro pavonazzino — H e K nell'estremo violetto. La curva a molte inflessioni che taglia le linee di Fraunhofer è una *curva spettrale d'eguale assorbimento* esprime l'azione d'un corpo assorbente sulle varie lunghezze d'onda dello spettro solare.

S'intende agevolmente come, posta la legge $y = x^2$, una sola curva spettrale ottenuta per una intensità determinata debba bastare poi alla descrizione della curva corrispondente a qualunque altra intensità.

Il metodo d'osservazione immaginato dal Prof. Govi ha per oggetto appunto di presentare all'occhio una qualunque delle curve spettrali e di premetterne la descrizione; e però differisce dai metodi antecedentemente impiegati, i quali non offrivano se non alcuni punti isolati di esse curve. Per intendere codesto metodo, conviene indicare la disposizione dello stromento col quale si praticano le osservazioni. Esso è un vero e semplice *Spettroscopio* come quelli di *Bunsen* e *Kirchhoff*, avente una linea luminosa (una fessura illuminata) alla distanza focale principale da una lente che ne fa paralleli i raggi emergenti. Al di là di questa lente, la luce batte su d'un prisma assai dispersivo (avente lo spigolo parallelo alla lunghezza della linea luminosa) che la risolve

assorbente di mano in mano che dallo spigolo del prisma si va verso la base.

Legge d'assorbimento pel *solfato di rame ammoniacale*. L'ombra esprimente codesta legge non è completa perchè non arriva ad estinguere tutta la luce dello spettro, sarebbe occorso perciò o maggiore concentrazione o maggiore grossezza del liquido.

Il triangolo ombreggiato a sinistra rappresenta una sezione del prisma contenente il *solfato ammoniacale di rame*. L'altro triangolo bianco, che unito al primo forma un parallelogramma, è la sezione del prisma d'acqua compensatore.

Lo spettro della linea luminosa in tal guisa modificata, sarà inalterato nella parte corrispondente allo spigolo del prisma e si vedrà di più in più profondamente intaccato a misura che si considereranno le parti della fessura più vicine alla base del prisma.

Dopo d'aver indicato gli effetti ottenuti studiando con tal processo la soluzione di *Carmina* nell'ammoniaca, di *Cromato giallo di potassa*, di *solfato ammoniacale di rame* nell'acqua, di *Clorofilla* nell'alcool ec. ec. il Prof. Govi soggiunge che delle curve spettrali d'assorbimento così prodotte si possono misurare con sufficiente approssimazione le coordinate rettangolari, valendosi di due micrometri, uno fisso ed uno mobile, riflessi da una faccia del prisma come si pratica per un solo micrometro nello spettroscopio di Bunsen e Kirchhoff, oppure tenendo il micrometro fisso per le ascisse e rilevando le ordinate col mezzo di un altro micrometro oculare a fili di ragnò. Codeste misure però non sono che grossolane approssimazioni, non valendo l'occhio solo a determinare i punti precisi di eguale intensità sulle ordinate della curva. Non si potrà avere una misura più esatta se non va-

lendosi di mezzi fotometrici perfetti. — Volendo spingere molto oltre l'assorbimento coi liquidi debolmente colorati bisogna, o far uso di prismi ad angolo ottusissimo, ovvero (il che è assai più comodo) costruir la curva a più riprese ponendo successivamente davanti al prisma colorato, parallelepipedi della medesima sostanza e di grossezza eguale alla massima del prisma alla base. Usando prismi di angolo non molto grande si può anche fare a meno di compensarli con un altro prisma, l'azione dispersiva di essi prismi non facendosi sentire nel senso della lunghezza dello spettro, ma in quello dell'altezza soltanto, nel quale non altera sensibilmente il fenomeno. — Con prismi di grande angolo, la riflessione totale rende indispensabile la compensazione.

Lo studio di certe materie fatto per questa via può molto agevolmente differenziarle, e offrire così ai chimici, ai naturalisti, ai fisiologi, ec., un artificio assai comodo per distinguerle le une dalle altre.

Bisogna rammentarsi però di riferire sempre le coordinate d'assorbimento alle linee di Fraunhofer o ad una scala micrometrica che ne faccia le veci, perchè l'indicazione dei colori nei quali ci appajono le diverse dentellature della curva potrebbe riescire falsissima se tratta solo dal nostro giudizio, non essendo necessariamente collegate fra loro la lunghezza d'onda di una specie di luce e la sensazione colorata che essa risveglia in noi. — È raro che una stessa persona vegga coi due occhi negli stessi punti i limiti dei colori dello spettro, è più raro sarà ancora che s'accordino in ciò due persone, quando anche non siano affette da vero *Daltonismo*; mentre tutti gli occhi veggono le linee di Fraunhofer nei medesimi luoghi dello spettro e si trovan d'accordo sulle loro distanze reciproche.

Sul chiudersi della tornata l'autore porse occasione ai soci presenti di ripetere parecchie delle osservazioni da lui già fatte, sopra alcuni corpi diafani colorati, sperimentando sul loro potere assorbente col mezzo di uno spettrometro, convenientemente illuminato da una forte lampada ad olio, che egli a tal uopo avea disposto nella sala dell'adunanza.



**RICERCHE SUI PRODOTTI DI SOSTITUZIONE DELL'AMMONIACA;
PER UGO SCHIFF.**

I.

***Sopra i derivati metalliferi dell'ammoniaca, dell'anilina
e della chinolina.***

Secondo lo stato attuale della scienza dobbiamo nei composti azotati ammettere l'azoto sotto forma di cianogeno ovvero in combinazione ossigenata o ammoniacale. Quest'ultimi composti oltre i sali di ammonio comprendono pure le combinazioni che ordinariamente si chiamano amidi. La classe delle amidi non solo ha un grande interesse per la chimica teorica, ma anco per la chimica applicata. Gli alcaloidi vegetali, le materie albuminoidi e salvo poche eccezioni le sostanze azotate che fanno parte del corpo animale e vegetale rientrano nella classe delle amidi. Le ricerche teoriche sui derivati dell'ammoniaca ci insegneranno a produrre artificialmente gli alcaloidi della china, dell'oppio ec. e ci forniranno la chiave per l'intendimento dei processi chimici, che nell'organismo animale si compiono.

Sono venti anni che A. W. Hofmann di nuovo richiamò l'attenzione dei chimici sui derivati dell'ammoniaca; in questo frattempo molte serie di ricerche sono state eseguite da diversi chimici su quello argomento importante e tali ricerche ora ci permettono di considerare quei corpi sotto un punto di vista più generale.

Non è sconosciuto che differenti ipotesi sono state adoperate per classificare e formulare le amidi. Abbiamo negli *Annali di Liebig* vol. CXXIII. pag. 10. dato un esame critico di questi sistemi e crediamo avere mostrato che soltanto quella ipotesi, che nelle amidi vede dell'ammoniaca in cui l'idrogeno o tutto o in parte è sostituito dai radicali, corrisponde allo stato attuale della scienza e che soltanto quella ipotesi ci permette di raccogliere le nostre cognizioni delle amidi sotto una teoria generale.

Prima nella chimica organica si ottennero basi in cui secondo la determinazione della densità dei vapori o per l'indivisibilità della formula più di un equivalente di azoto dovette ammettersi; tali basi perciò si derivarono da più di un equivalente di ammoniaca e si chiamarono amidi politipiche. Abbiamo dimostrato nella memoria testè mentovata che la derivazione da ammoniache politipiche possa pure applicarsi alle amidi della chimica minerale e offra un mezzo utile per ordinarle. In ciò che segue, ove intendiamo dare alcuni cenni sopra le nostre ricerche relative alle amidi tanto minerali quanto organiche, deriveremo dunque le amidi secondo il bisogno da una o da parecchie molecole di ammoniaca e ammetteremo che l'idrogeno possa sostituirvisi da radicali semplici o composti, inorganici o organici, monotipici o politipici.

II.

Fosfamidi e acido fosfamico.

Nell'ossicloruro di fosforo POCl_3 e nell'acido fosforico PH_3O_3 formulandoli tipicamente



si ammette un radicale tritipico fosforile $\text{P}^{\text{''}}\text{O}$. Abbiamo ottenuti alcuni derivati azotati di questo radicale per l'azione

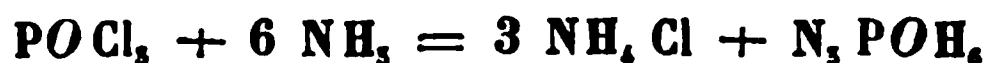
(') $\text{H} = 1 \quad \text{C} = 12 \quad \text{S} = 32 \quad \text{O} = 16.$

dell' ammoniaca secca sull' ossicloruro e sull' anidride fosforica.

L' ossicloruro di fosforo si riscalda coll' ammoniaca e si converte poco a poco in una sostanza bianca dalla quale l'acqua estrae una grande quantità di cloruro ammonico. Il residuo, una polvere bianca che non contiene più cloro, è la



formata secondo l'equazione:



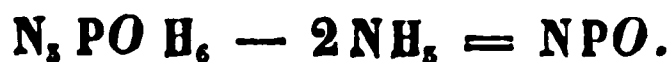
e corrispondendo al fosfato triammonico meno tre molecole di acqua.



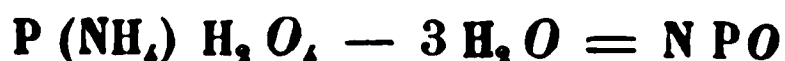
La combinazione non subisce nessun cambiamento per l'azione dell' acqua calda, della soluzione di potassa e degli acidi allungati; gli acidi nitrico e idroclorico concentrati non la decompongono, più facilmente l' acqua regia e l' acido solforico concentrato. Le soluzioni contengono acido fosforico e sali di ammoniaca. La fusione colla potassa caustica cagiona uno sviluppo forte di ammoniaca; la massa fusa contiene soltanto del fosfato potassico. Se la trifosfamide si riscalda in vaso chiuso, pure si sviluppa dell' ammoniaca e si ottiene una sostanza bianca o grigia, che si scompone ancora più difficilmente della trifosfamide e che per la fusione colla potassa, fa nascere ammoniaca e fosfato potassico. Questa sostanza è la



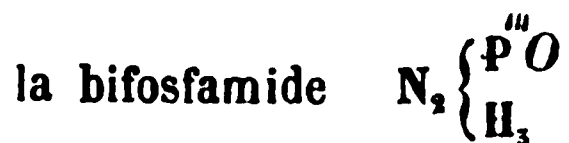
che si forma secondo l'equazione



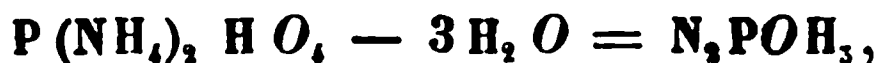
e che corrisponde al fosfato monammonico meno tre molecole di acqua:



La combinazione intermedia tra la mono- e la tri-fosfamide, cioè



che corrisponde al fosfato biammonico

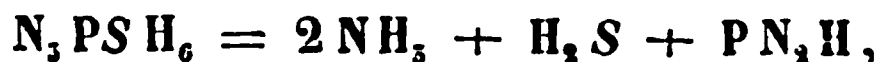


si trova secondo Gerhardt tra i prodotti dell'azione dell'ammoniaca sul pentacloruro di fosforo. Ad alta temperatura la bifosfamide perde un equivalente di ammoniaca e si converte in monofosfamide. Non sono riuscito ad ottenere la bifosfamide con il riscaldamento della trifosfamide.

Anche il solfocloruro di fosforo $PSCl_3$ si combina con sei equivalenti di ammoniaca. La sostanza bianca, che è una mescolanza di cloruro ammonico colla



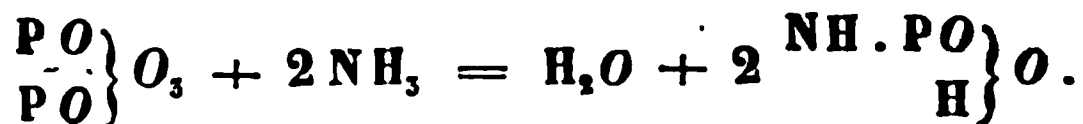
viene decomposta per mezzo dell'acqua, di maniera che quell'amide non può ottenersi allo stato puro. A una temperatura alta la combinazione si scompone secondo l'equazione:



L'anilina e la naftilamina pure agiscono sull'ossicloruro e sul solfocloruro di fosforo. Tratteremo più tardi dei composti che vi si formano.

L'anidride fosforica, trattata coll'ammoniaca secca, si ri-

scalda molto e si trasforma in una massa fusa, colorata in rosso, se l'anidride conteneva del fosforo. Il prodotto di questa reazione consiste nell'acido fosfamico, mescolato con fosfamato ammonico :



Quest'acido può essere considerato come idrato ammonico $\begin{array}{c} \text{NH}_4 \\ \vdots \\ \text{H} \end{array} \} \text{O}$ in cui tre equivalenti di idrogeno sono sostituiti dal radicale tritipico PO . L'acido libero, preparato dal sale calcico per mezzo dell'acido solforico, è una massa deliquescente, che non cristallizza e che si discioglie facilmente nell'acqua e nell'alcole. Il fosfamato ammonico cristallizza, la sua soluzione si converte poco a poco in fosfato. Gli altri sali si ottengono dal sale ammonico per la doppia decomposizione.

I sali alcalini sono solubili; lo stesso avviene di una serie interessante di sali, in cui l'idrogeno basico è sostituito da un ammonio metallifero. Roventati da soli o fusi colla potassa i sali sviluppano dell'ammoniaca e lasciano un fosfato. I sali di calce e di barite hanno la composizione NH Ca PO_3 e NH Ba PO_3 . Il sale di ferro $\text{NH Fe PO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ è insolubile nell'acido solforico diluito. L'ammoniaca discioglie il sale e la soluzione rossa lascia all'evaporazione un sale ferroammonico $\text{NH (NH}_3\text{Fe) PO}_3$. — Questo sale dà una soluzione acquosa neutra, che precipita colla potassa soltanto alla temperatura dell'ebollizione: il prussiato giallo non vi dà precipitato. — Anco i sali di cobalto di nichelio formano tali composti metallammonici. Il fosfamato ammonico dà

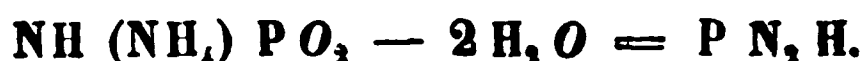
coi sali di cobalto un precipitato rosastro

• nichelio	• verdastro
• rame	• azzurro chiaro
• cromo	• verde sudicio
• mercurio, di zinco, di argento di piombo	

e di manganese precipitati bianchi fioccosi e cristallini. Sol-

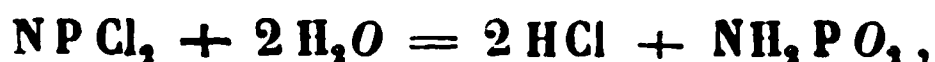
tanto i sali di piombo e di manganese sono insolubili nell'ammoniaca.

Il fosfamato ammonico riscaldato in una corrente di ammoniaca si gonfia e si trasforma in una massa fusa. L'acqua ne estrae dell'acido fosforico e lascia un residuo che sviluppa dell'ammoniaca colla potassa fusa. Quel residuo è identico col residuo del roventamento della solfotrifosfamide e colla sostanza che da Liebig e Wöhler e da Rose è stata descritta come nitruro di fosforo N_2P . Abbiamo avuta l'occasione di esaminare una preparazione proveniente dalle ricerche di Liebig e Wöhler e abbiamo trovato che quella sostanza contiene ancora dell'idrogeno. La sua formula è PN_2H . Essa si deriva dal fosfamato ammonico secondo l'equazione:



e sta all'acido fosfamico nella stessa relazione come p. e. l'acetone nitrile all'acido acetico.

L'acido deutofosfazotico che Gladstone (*Annali di Liebig* LXXVI. p. 74. e LXXVII. p. 314.) ha ottenuto per l'azione dell'ammoniaca sulla clorofosfame (1) ed al quale egli ascrive la formula improbabile $N_2P_3H_8O_{15}$ pare esser nient'altro che acido fosfamico, che si forma secondo l'equazione:

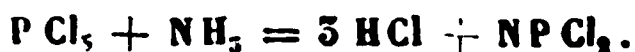


ovvero:



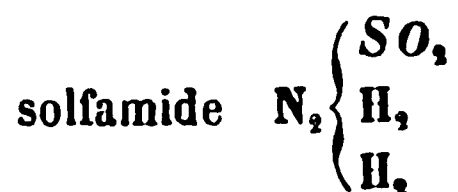
Secondo quest'ultima equazione da cento parti di clorofosfame dovrebbero ottenersi 175 parti di sali ammonici. In tre

(1) Gladstone ammette la formula $N_2P_3Cl_5$ per la clorofosfame, ottenuta per l'azione dell'ammoniaca sul pentacloruro di fosforo. Ma Laurent ha già fatto osservare, che questa sostanza si formi secondo la formula:

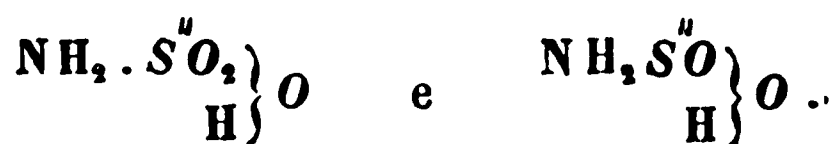


determinazioni Gladstone ne ottenne 177, 181 e 183 parti seccate nel bagno maria. È qui da notarsi che il fosfamato ammonico è un sale igroscopico.

I cloruri e le anidridi che corrispondono ad altri acidi minerali si comportano nello stesso modo come l'ossicloruro e l'anidride dell'acido fosforico. Sappiamo che il cloruro di solforile SO_2Cl_2 di Reguault sottomesso all'azione dell'ammoniacca forma del cloruro ammonico e della



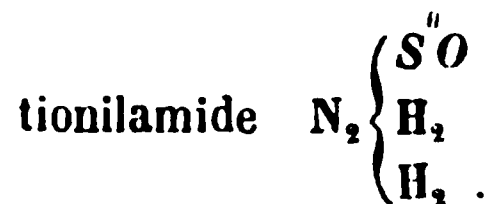
e che l'ammoniaca si unisce direttamente colle anidridi solforica e solforosa per formarne i risp. acidi amidati



Al radicale ditipico SO che può esser ammesso nei derivati solforosi, radicale che abbiamo chiamato « tionile » deve pure corrispondere un cloruro e un amide. Abbiamo ottenuto il cloruro di tionile coll'azione dell'acido solforoso sul pentacloruro di fosforo :



Il cloruro di tionile è un liquido limpido, che bolle senza scomposizione a 82° ; l'acqua lo scompone in acido solforoso e idroclorico; l'ammoniaca secca si riscalda col cloruro, e lo trasforma in cloruro ammonico e in



La reazione deve esser eseguita in un miscuglio refrigerante; altrimenti la reazione è così energica che una parte della sostanza si decompone.

III.

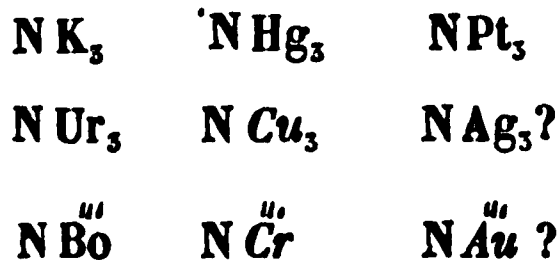
Derivati metalliferi dell'ammoniaca.

Ammesse le ammoniache politipiche e la possibilità che l'idrogeno possa sostituirvisi come da altri radicali, pure dallo stesso radicale ammonio (V. *Annali di Liebig* Vol. CXXIII. pag. 8.), la formulazione dei composti, che per l'azione dell'ammoniaca sugli ossidi e i sali metallici si formano, non offre più difficoltà grave.

Diamo nel seguente quadro uno schema di tali combinazioni. Designamo in generale il metallo da M e il radicale ammonio NH_3 da Am.

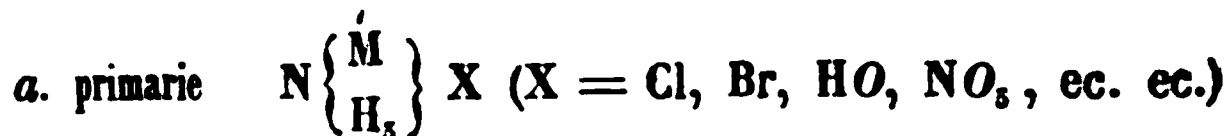
A. Metallamidi

Ammoniache in cui l'idrogeno è sostituito da metallo.

1. Metallamidi monotipiche (*monamidi*).a. *primarie*b. *secondarie*c. *terziarie**azoturi metallici*2. Metallamidi ditipiche (*diamidi*).a. *primarie*b. *secondarie*c. *terziarie*

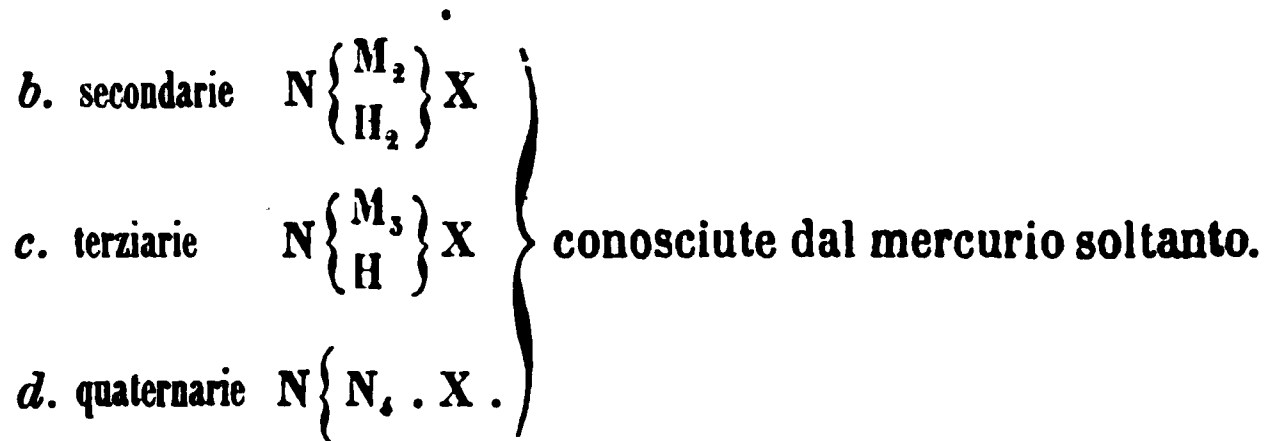
B. *Metallamine.*

Derivati di ammonio, in cui l'idrogeno è sostituito da metallo.

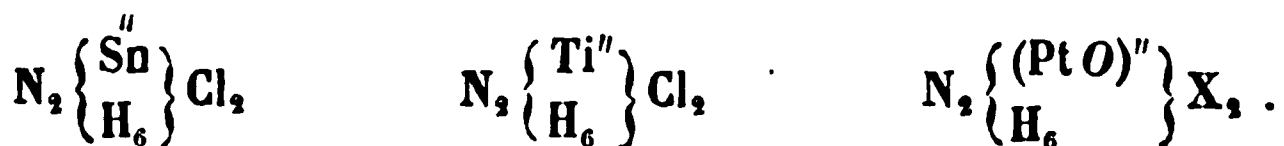
1. Metallamine monotipiche (*monamine*).

in quelle finora conosciute $M = Zn, Cd, Pb, Fe, (=28) Cu, Ag,$

$Hg, Hg, Pt, Pd, Ir, Ru.$

2. Metallamine ditipiche (*diamine*).

Si conoscono soltanto le amine primarie:

3. Metallamine tritipiche (*triamine*).

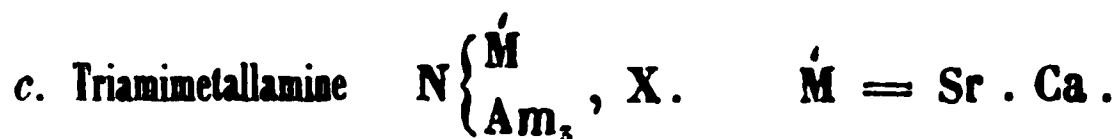
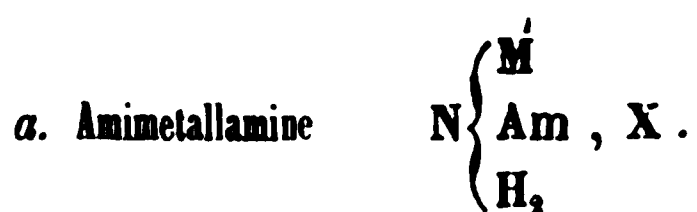
in cui



C. Amimetallamine.

Metallamine, in cui si ammette una sostituzione d'idrogeno da ammonio.

1. Composti monotipici.

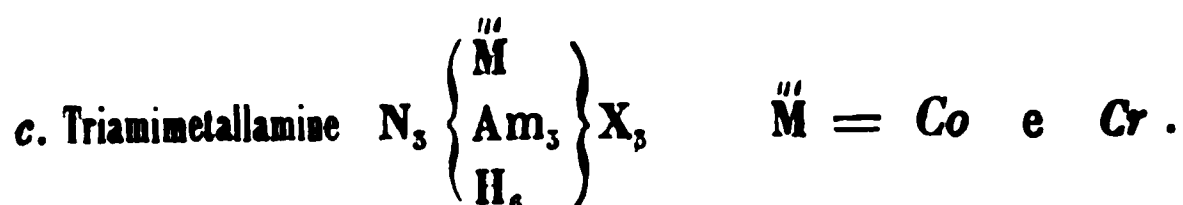
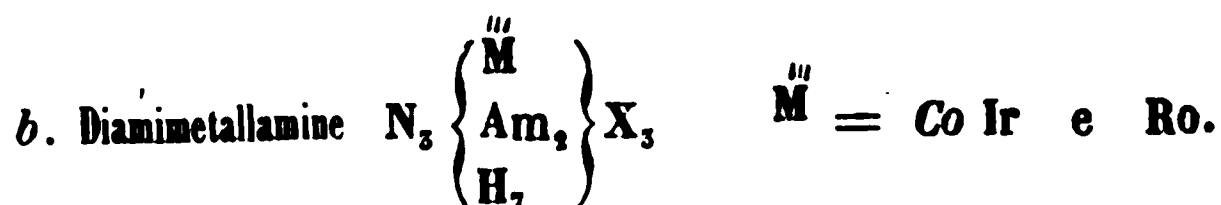
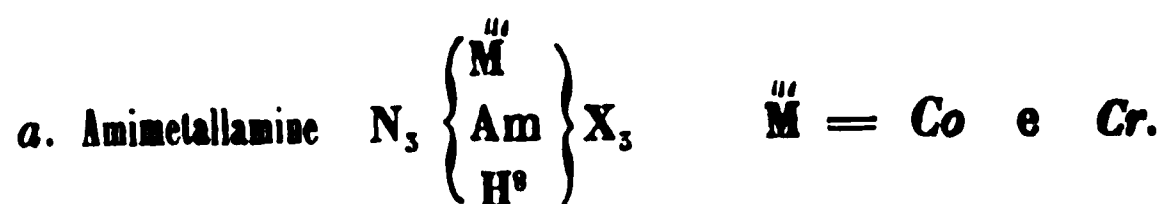


2. Composti ditipici.

Si conoscono soltanto:



3. Composti tritipici.



È da notarsi che i composti monotipici e ditipici si convertono in ditipici e tetratipici, se il metallo vi si introduce come *di* o tetra-tipico. Non abbiamo creduto che il raddoppiamento delle formule congiuntovi, sia necessario per il nostro scopo.

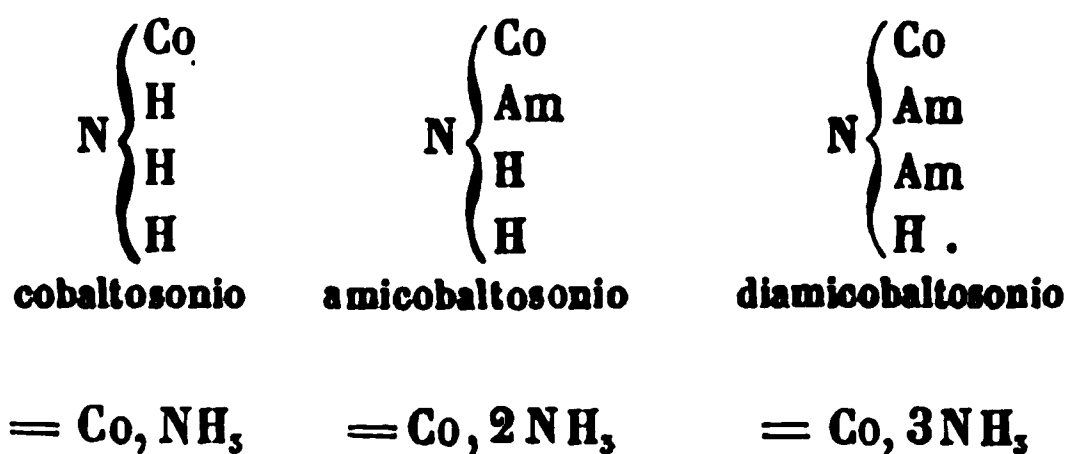
IV.

Basi ammoniacali del Cobalto.

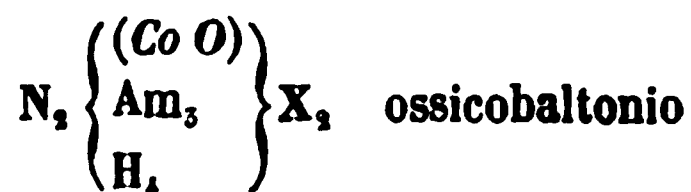
I derivati ammoniacali del platino e del cobalto incontestabilmente rientrano nei più interessanti composti ammoniacali della chimica minerale e perciò non è da meravigliarsi che molte ricerche sono state eseguite collo scopo di rannodare i fatti staccati. Nelle ricerche sulle basi del cobalto, che estesamente abbiamo esposte negli *Annali di Liebig* Vol. CXXIII. pag. 18. e ove abbiamo adoperate le teorie e ipotesi testè accennate, crediamo di aver trovate le relazioni tra le differenti cobaltamine. Diamo qui soltanto un riassunto dei risultati generali e dobbiamo premettere alcuni cenni sulla nomenclatura da noi adoperata. — È un fatto che i metalli, i quali entrano nelle loro combinazioni con funzioni differenti p. e. il rame che forma composti ramosi e ramici, possono formare dei derivati

ammoniacali in cui persiste la differenza della funzione. Per accennare tali relazioni abbiamo conservata la desinenza in *oso* e *ico*, e l'abbiamo unita a *onio*, preso da ammonio. In tal modo i composti ammoniacali che corrispondono all'ossido ramoso e ramico si chiamano cuprosonio, e cupriconio, dal cobalto, cobaltosonio e cobalticonio. La sostituzione d'idrogeno da ammonio si accenna colla sillaba « *ami* ».

L'ossido cobaltoso in cui $\text{Co} = 29,5$ forma tre combinazioni ammoniacali monotipiche.

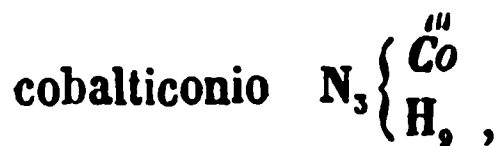


I sali di queste basi assorbono dell'ossigeno al contatto dell'aria, e si convertono in una altra serie di basi, che corrispondono all'ossido cobaltico, in cui il metallo coll'equivalente 59 entra come molecola tritipica e indivisibile. Dapprima si forma un composto intermedio ditipico:



che per una fissazione ulteriore di ossigeno fa nascere una serie di amimetallamine tritipiche.

Tutti quei composti possono essere riferiti al



ammonio ammesso nei sali di Kuenzel. La base che nasce

dall' ossicobaltonio è al pari di quella diacida. Noi la chiamiamo



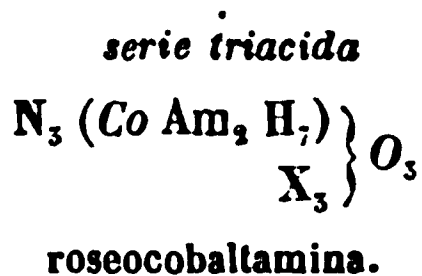
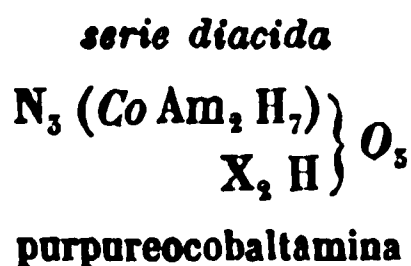
e le loro combinazioni sono contenute nei sali di foscobaltamina del Fremy, della formula



Per una addizione diretta di acido e di ammoniaca la base anzidetta si trasforma in



Questa base forma due serie di sali, che fin ora sono state considerate come combinazioni di basi differenti :



Nella serie triacida si hanno sali idrati e anidri, che egualmente si considerarono come provenienti da basi differenti.

Per l'addizione di un'equivalente di ammoniaca i sali di diamicobalticonio si trasformano in sali di:



Questa base forma soltanto sali triacidi e differenti acidi possono far parte della stessa molecola.

L'acido nitroso agisce sulle basi del cobalto e le trasforma in una nuova base, che può esser considerata come purpureo-cobaltamina in cui un'equivalente d'idrogeno è sostituito dal radicale NO che può ammettersi nell'acido nitroso. La relazione è espressa nelle formule:

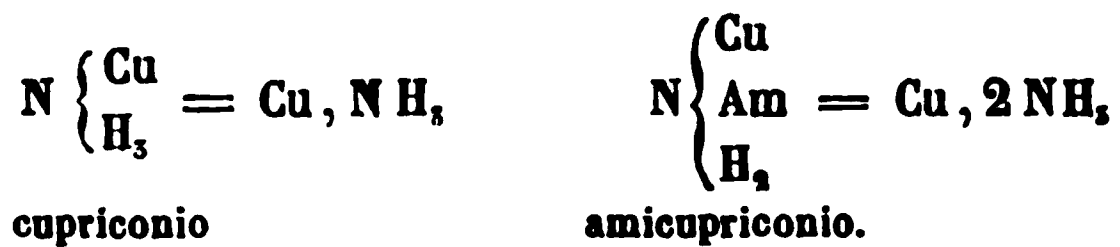


Non sono riuscito a preparare basi cobaltiche coll'etilamina e l'amilamina.

V.

Basi ammoniacali del rame.

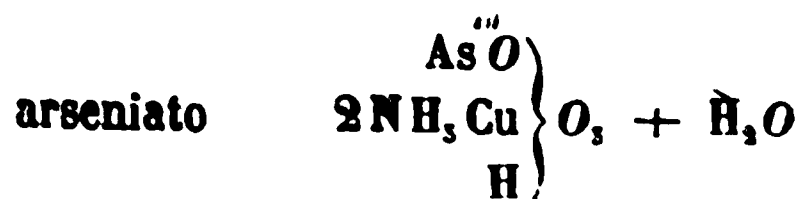
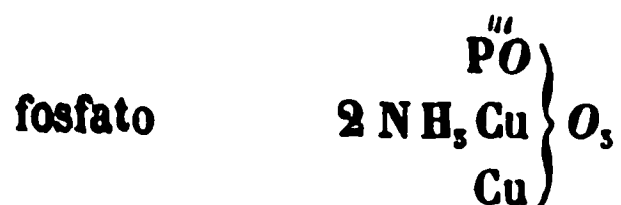
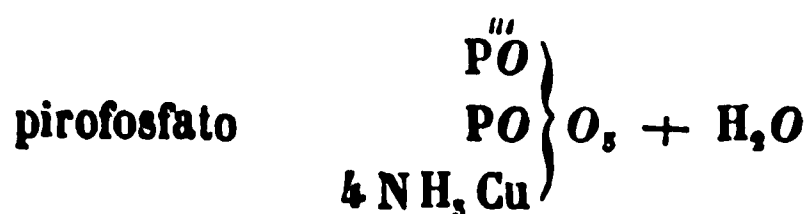
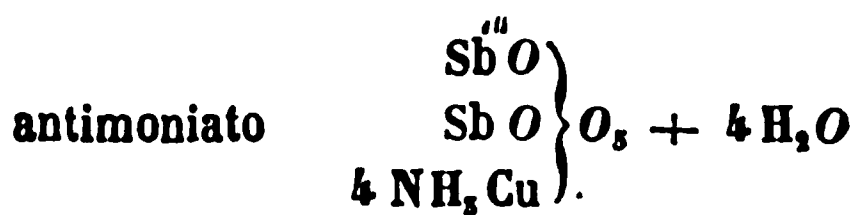
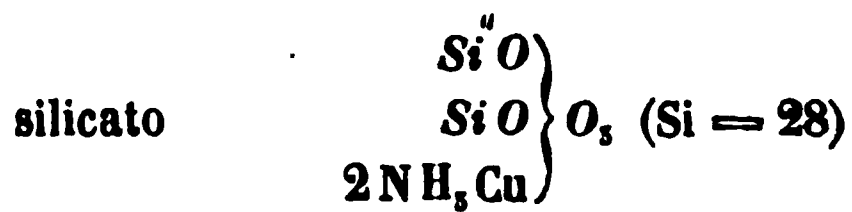
I composti ammoniacali del rame acquistarono un'interesse speciale, dacchè Schweizer in essi trovò un dissolvente potente del celluloso. Abbiamo studiate alcune combinazioni del rame, riguardo quella proprietà notevole. Le ammoniache che possono esser ammesse nei nostri sali corrispondono all'ossido ramico e hanno le formule:



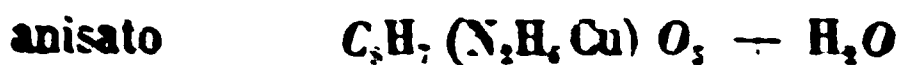
I sali per lo più cristallizzano, sono di colore azzurro o violetto, discioglionsi nell'acqua o nell'ammoniaca diluita ed agiscono più o meno forte sul celluloso. Alcuni sali devono esser riferiti ad acidi condensati (*V. Nuovo Cimento* Vol. XVIII.)

Diamo qui soltanto le formule; notizie dettagliate si trovano negli *Annali di Liebig* Vol. CXXIII. p. 1.

Sali di cupriconio:



Sali di amicupriconio.

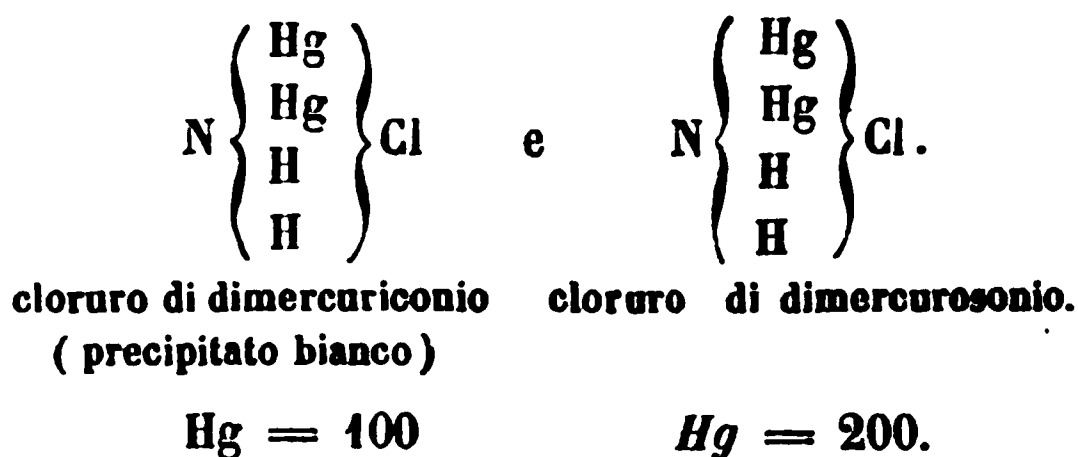


Tutti questi sali si preparano per l'unione diretta dei sali ramici con uno o due equivalenti di ammoniaca. I sali di am-
cupriconio perdono la metà dell'ammoniaca per il riscaldamen-
to e si trasformano in sali di cupriconio. I sali ramici forma-
no pure composti coll'etilamina; in quei composti deve am-
mettersi un

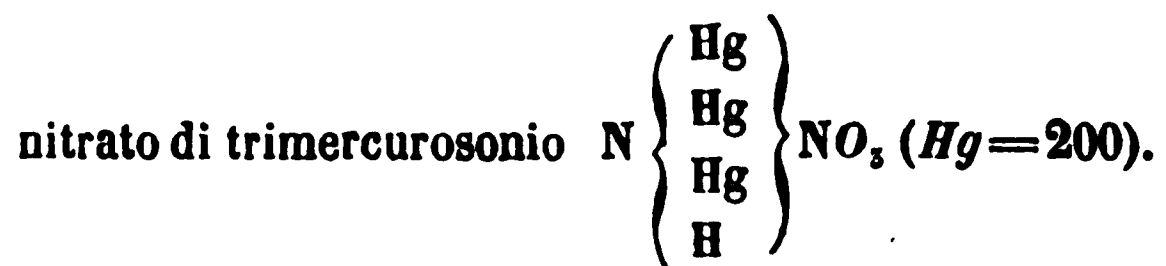


I sali cristallizzano e sono molto deliquescenti.

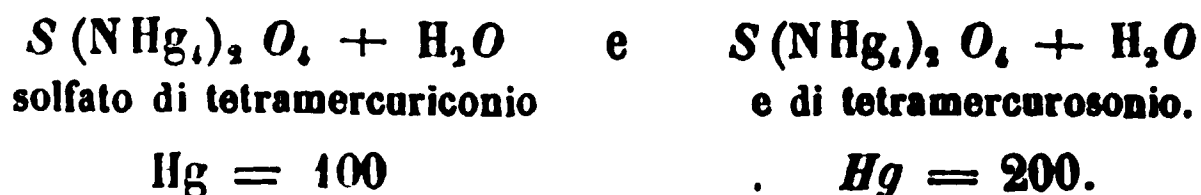
E qui si noti che pure la formulazione dei derivati ammo-
niacali del mercurio riesce molto semplice, se ammettiamo che
nei composti mercuriosi $\text{Hg} = 200$ sia l'equivalente di H. Avremo
poi le combinazioni analoghe



Il *mercurius solubilis Hahnemanni* diverrebbe



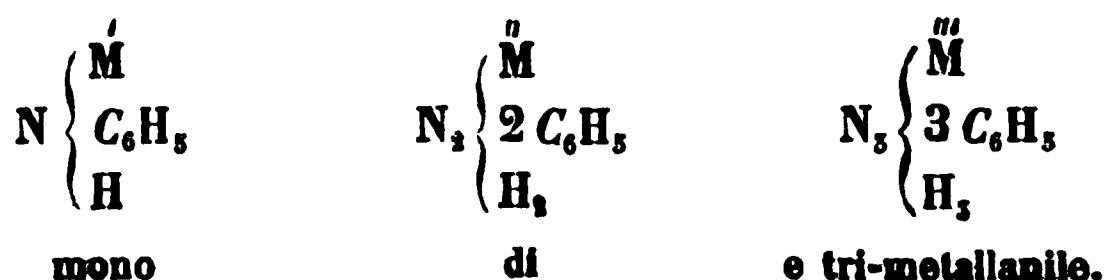
Accenniamo ancora i solfati analoghi.



VI.

Derivati metallici dell'anilina.

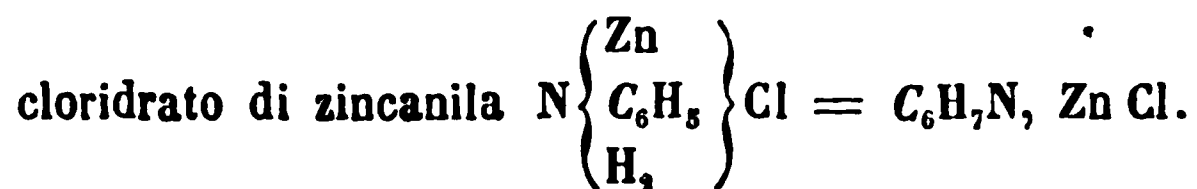
Fenilmetallamine o metallanile, chiamiamo i composti che ottengono per l'unione diretta dell'anilina e dei suoi omologhi coi sali metallici. Tali combinazioni contengono delle ammoniache sostituite che hanno la stessa funzione chimica come le metallamine testè accennate. Distinguiamo:



Vedremo più tardi che le metallanile hanno una funzione importante nella produzione delle materie coloranti che derivano dall'anilina.

Riferiamo alla *zincanila* $\text{N} \begin{pmatrix} \text{Zn} \\ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{H} \end{pmatrix}$ i composti che i sali di

zinco formano coll'anilina. Il precipitato cristallino bianco, che l'anilina produce nella soluzione del cloruro di zinco, si discioglie facilmente nell'acqua calda; al raffreddamento si depongono aghi incolori e risplendenti, dei quali la forma cristallina pare esser monoclinica. Essi sono

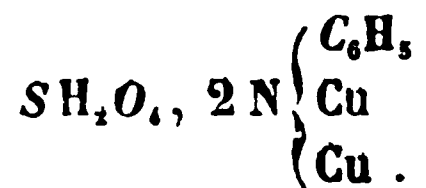


La combinazione è inalterabile al contatto dell'aria; gli alcali caustici precipitano dell'idrato di zinco. Gli acidi diluiti non producono nessun cambiamento, ma l'acido idroclorico concentrato converte la combinazione in un doppiosale cristallino della composizione $\text{C}_6\text{H}_8\text{N Cl}, \text{ Zn Cl} + \text{H}_2\text{O}$. Il bromidrato, iodidrato, solfato ec. della zincanila pure si ottengono per l'addizione di-

retta. Tutti cristallizzano ed il solfato si distingue per la sua grande solubilità. Riguardo a quest'ultima proprietà, la soluzione del solfato può servire per preparare gli altri sali per la via della doppia scomposizione. Si dimostra in tal modo che l'ammissione del radicale $\text{N C}_6\text{H}_5$, Zn si fa collo stesso diritto come quella di qualunque altro radicale composto (1). Il cloridrato di zincanila si combina col bicloruro di platino.

Il cadmio forma una serie di composti, che sono affatto analoghi a quei dello zinco. Riferiamoli alla *cadmianila* $\text{N} \begin{pmatrix} \text{Cd} \\ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{H} \end{pmatrix}$.

I sali di *cupranila* $\text{N} \begin{pmatrix} \text{Cu} \\ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{H} \end{pmatrix}$ sono precipitati verdi cristallini, che si decompongono facilmente nell'acqua calda, e che non possono esser ottenuti in cristalli ben formati. Riscaldato con acqua a 70-80°, il sale si scinde in solfato di anilina che resta disciolto e in solfato di dicupranila.



Il nitrato di cupranila si scompone facilissimamente già alla temperatura ordinaria. Esso è la combinazione intermedia nella formazione del rosso di anilina per mezzo del nitrato ramico.

Il cloruro stannoso anidro e l'anilina danno il cloridrato

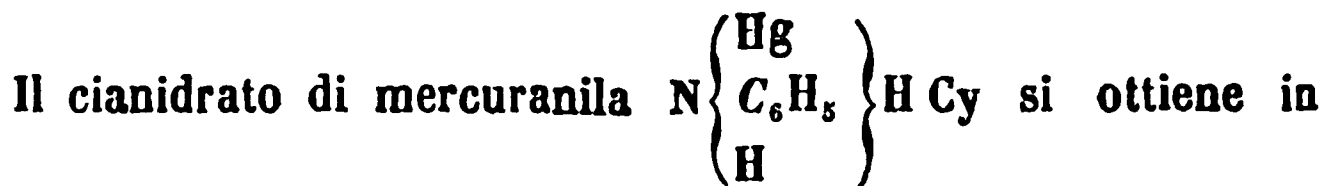
di stannosanila $\text{N} \begin{pmatrix} \text{Sn} \\ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{H} \end{pmatrix} \text{H Cl} = \text{C}_6\text{H}_5\text{N}, \text{Sn Cl}$, composto cristal-

lino che può esser fuso senza scomporsi. Coll'acido idroclorico concentrato si forma il doppiosale cristallino $\text{C}_6\text{H}_5\text{N Cl}, \text{Sn Cl} + \text{H}_2\text{O}$.

(1) Riguardo alla questione se l'ammissione di un radicale, che non ha potuto essere ottenuto allo stato libero sia meno giustificata che l'ammissione di un radicale che si conosce in questo stato. (Vedi *Annali di Liebig*, CXXVI, pag. 357.)



rientrano nelle più interessanti metallanile. Esse si ottengono tanto per l'unione diretta quanto per la doppia scomposizione; in quest'ultimo caso conviene servirsi dell'acetato di mercuranila, che è molto solubile nell'acqua. I sali alcalini degli acidi incolori danno coll'acetato dei precipitati bianchi più o meno distintamente cristallini e poco solubili. Il ferrocianuro e il ferricianuro si alterano facilmente. Il cromato, il picrato, il nitroprussiato ed il iodidrato sono gialli e poco cristallini; *clor* e *brom*-idrato si ottengono per l'unione diretta e cristallizzano in aghi risplendenti. Parleremo più estesamente del nitrato e del cianidrato.



soluzione quando si aggiunge dell'anilina a una soluzione calda di cianuro mercurico. Al raffreddamento il liquido si intorbida, ma subito quest'intorbidamento scompare e si ottengono lunghi aghi del cianidrato. Le proprietà del sale ci danno una spiegazione di questo fenomeno. Il sale fonde già a 80° e ad una temperatura poco più alta si scinde in anilina e cianuro mercurico. La soluzione bollente perciò contiene anilina e cianuro mercurico non combinati. Ad una temperatura che non permette ancora l'esistenza della combinazione, una parte dell'anilina si separa e cagiona l'intorbidamento. Una parte del cianuro mercurico si separa a una temperatura più bassa, ma al momento della separazione il cianuro si combina coll'anilina sospesa nel liquido e perciò l'intorbidamento scompare. Si ha qui in limiti di temperatura molti avvicinati un esempio di scomposizione e ricomposizione, come ne sono stati osservati da alcuni corpi nello stato di vapore. Il cianidrato di mercuranila non è alterato dagli alcali caustici nè da una soluzione bollente di ioduro potassico. Spesse volte il sale si depone dalla sua soluzione

saturata calda sotto forma di un olio giallo, che si solidifica in cristalli.

Si ottengono fogliette di

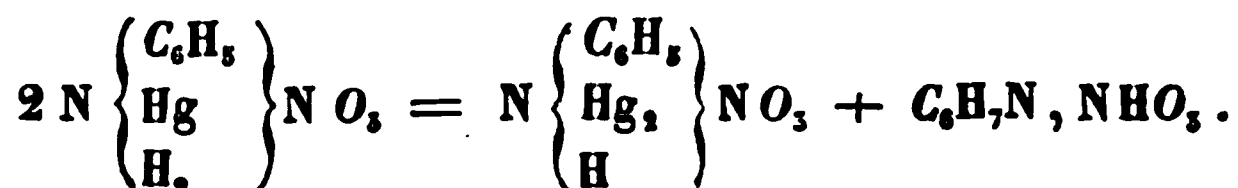


se si aggiunge goccia a goccia una soluzione poco acida di nitrato di anilina ad una soluzione neutra di nitrato mercurico. Il sale si discioglie poco nell'acqua, più nell'acido nitrico diluito. Gli acidi caldi poco a poco decompongono la combinazione; l'acido nitrico reso libero agisce sull'anilina e l'odore di fenolo ben tosto rende palese una disamidazione.

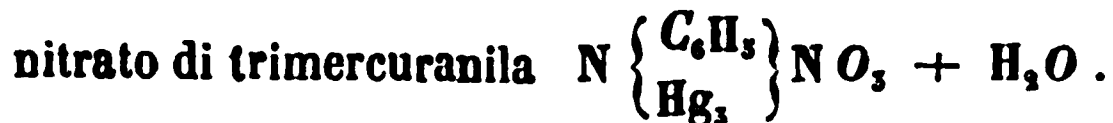
Esposto per un'ora all'azione dell'acqua bollente il sale si converte in una polvere cristallina bianca pesante, insolubile nell'acqua. La polvere è il



L'acqua contiene del nitrato di anilina; la scomposizione è espressa nell'equazione:



Il composto dimercuranilico bollito per qualche giorno con acqua, cede una altra quantità di nitrato di anilina e si trasforma in una polvere, che contiene il



Ben si vede che i sali anzimentovati corrispondono ai sali polimercuraminici, ma si noti che tale relazione si ha non solo

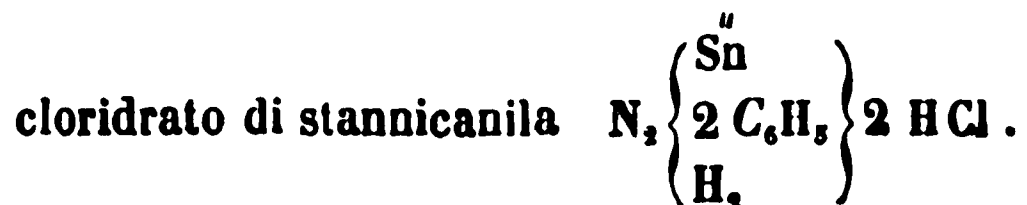
nelle formule, ma altresì nelle proprietà chimiche. Ambedue le serie di sali non sono alterate dall'acqua e dagli acidi freddi, gli alcali caustici colorano in giallo ma non decompongono, una soluzione bollente di ioduro potassico non produce ioduro mercurico, e in generale nelle due serie il mercurio non può esser scoperto dai reagenti ordinarij. È soltanto l'idrogeno solforato, che subito produce un precipitato di solfuro mercurico, e questa reazione anco è stata adoperata per l'analisi dei sali. E qui accenniamo ancora che dall'esistenza delle polimercuranile può esser dedotto un argomento contro l'ipotesi che ammette i radicali NH_2 e NH nella formulazione delle amidi.

Il cloridrato di mercuranila trattato coll'acido idroclorico concentrato forma il doppiosale cristallino



Mentrechè tutti gli altri doppiosali dell'anilina sono meno solubili che il cloruro metallico contenutovi, il doppiocloruro mercurico invece è più solubile ed abbiamo qui una conferma delle osservazioni comunicate in questo giornale. (Vol. XVIII.)

Dalle combinazioni dimetallaniliche abbiamo preparato soltanto il

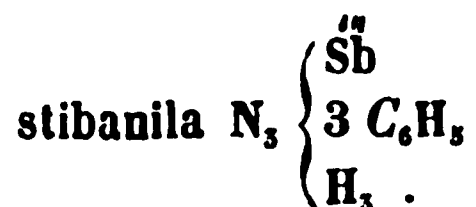


che si ottiene per la reazione molto energica dell'anilina sul cloruro stannico anidro. La reazione si eseguisce in un miscuglio refrigerante; risulta una massa cristallina bianca, inalterabile all'aria, che si decompone in contatto dell'acqua; l'unico dissolvente è l'anilina calda, che al raffreddamento depone il sale sotto forma di aghi fini. Come i cloruri e bromuri stannici, arsenici e antimonici secondo le nostre osservazioni si disciolgono nella benzina pura senza alterazione, si può preparare le rispettive metallanile aggiungendo dell'anilina a tale soluzione nella benzina. I composti poco solubili nella benzina si depongono sotto forma di polvere cristallina. Dalla soluzione nell'acido idroclorico concentrato cristallizza il doppiosale:



Parleremo nella seconda parte di questi cenni della scomposizione del cloridrato di stannicanila a temperatura elevata.

Abbiamo preparato composti *trimetallanilici* coll'antimonio, il bismuto, e l'arsenico. Un equivalente di tricloruro, tribromuro o triioduro di antimonio si unisce con tre equivalenti di anilina e si producono combinazioni che si riferiscono alla metallanila tritipica:



Il cloruro di stibanila $Sb (C_6H_5N)_3 Cl_3$ è una sostanza cristallina bianca, che fonde a quasi 80° e si solidifica in aggregati di aghi magnifici di 10-15^{mm} di lunghezza; l'acqua decompone il sale; l'anilina lo scioglie senza alterazione. A alta temperatura il sale è decomposto, ma una piccola parte distilla inalterata. Coll'acido cloridrico caldo si forma il doppio cloruro

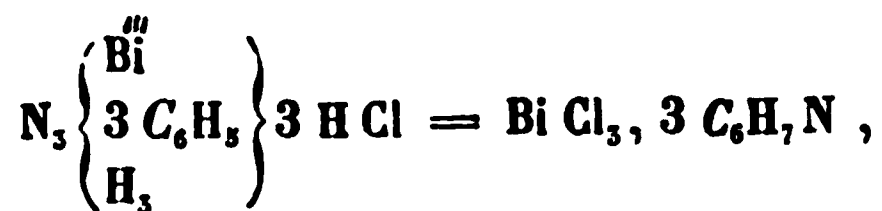


Questo sale può esser ottenuto in aghi di 20-30^{mm} di lunghezza dalla soluzione nell'alcool acidulato di acido cloridrico. Il sale anidro cristallizza in fogliette rombiche sottili.

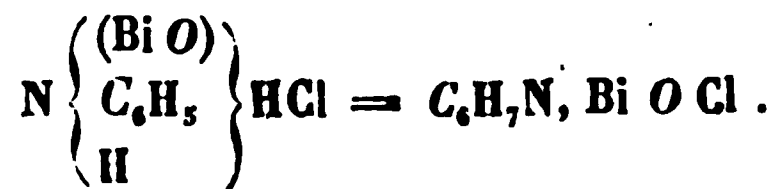
L'ioduro di stibanila $Sb (C_6H_5N)_3 I_3$ si scioglie nella potassa caustica; all'ebollizione si ha scomposizione in anilina, ioduro e antimonito potassico.



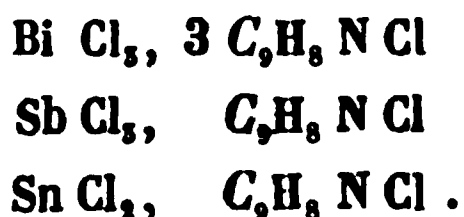
Il cloridrato di bismanila



è una sostanza cristallina bianca, insolubile nell'acqua e fusibile senza scomposizione. Una combinazione



cloruri trattati con acido idroclorico concentrato formano i doppiosali



Sali ben cristallizzati, la di cui composizione non è analoga a quella dei doppiosali dell'anilina. Il doppiosale $\text{C}_7\text{H}_7 \text{ N Cl}$, Zn Cl si forma per l'azione dell'acido idroclorico sul cloridrato di zincochinolina.

In ciò che precede ci siamo permessi di dare alcune notizie soltanto sopra gli oggetti mentovati. Per quei chimici che desiderassero averne dei dati più estesi avvertiamo che essi sono contenuti nelle memorie seguenti:

Sulle amidi dell'acido fosforico .

Annalen der Chemie und Pharmacie Cl, p. 299.

Sull'azione del pentacloruro fosforico sugli acidi inorganici, l. c. CH. p. 111. e CVI. p. 116.

Sull'acido fosfamico, l. c. CIII. p. 168.

Sulle basi ammoniacali del cobalto, l. c. CXXI. p. 124.

Sui derivati metalliferi dell'ammonio, l. c. CXXIII. p. 1 e CXXVI. p. 357.

Sur les combinaisons anilométalliques *Compt. rend. de l'académie des sciences* LVI. p. 268.

Sur les mercuraniles, l. c. LVI. p. 491.

Sur les trimetallaniles, l. c. LVI. p. 1095.

Ricerche sulla chinolina, *Annali di Liebig*, CXXXI. p. 112.

Ricerche sui derivati metalliferi dell'anilina e sulla formazione del rosso di anilina, in 8.^o Berlino 1864.

Nel seguito che daremo di queste notizie intendiamo aggiungervi dei cenni sui prodotti della scomposizione dei composti metallanilici cioè sulla formazione delle materie coloranti provenienti dall'anilina e sopra alcune nuove serie di basi organiche, dello studio delle quali ora ci occupiamo.

Firenze, Luglio 1864.



Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.



$$\begin{aligned} \angle 100 \text{ } 101 \text{ } 102 &= 90^\circ \\ \angle 100 \text{ } 101 \text{ } 103 &= 60^\circ \end{aligned}$$

Fig. 6.



$$\begin{aligned} \angle 100 \text{ } 101 \text{ } 102 &= 90^\circ \\ \angle 100 \text{ } 101 \text{ } 103 &= 60^\circ \end{aligned}$$

Fig. 7.

Fig.

**TEORICA DELLE FORZE CHE AGISCONO SECONDO LA LEGGE DI
NEWTON, E SUA APPLICAZIONE ALLA ELETTRICITA' STA-
TICA; DI ENRICO BETTI.**

(*Continuazione* . V. pag. 77 di questo Volume).

IX.

***Potenziale di un sistema di punti materiali sopra un altro
e sopra sè stesso.***

Siano dati, un sistema S di punti materiali: p_1, p_2, p_3, \dots mobili liberamente, le masse dei quali siano rispettivamente: m_1, m_2, m_3, \dots , e un sistema S' di altri punti materiali fissi: p'_1, p'_2, p'_3, \dots , le masse dei quali siano: m'_1, m'_2, m'_3, \dots , e i punti p_h e p'_k si attraggano o si respingano tra loro colla legge di *Newton*, secondo che il prodotto delle loro masse è positivo o negativo. Sia r_{hk} la distanza dei due punti p_h e p_k e r_{hk}' quella dei due punti p_h e p'_k ; $(v_h)_1$ la velocità del punto p_h alla fine del tempo t_1 , $(v_h)_0$ la velocità dello stesso punto alla fine del tempo t_0 ; V_h il potenziale del sistema S sopra il punto p_h , e V_h' il potenziale del sistema S' sopra il medesimo punto. Poniamo:

$$W = \frac{1}{2} \sum_k m_k V_h = \frac{1}{2} \sum_k \sum_h \frac{m_k m_h}{r_{hk}},$$

$$W' = \sum_k m_k V_h' = \sum_k \sum_h \frac{m_k m_h'}{r_{kh}'}.$$

Abbiamo dalla meccanica ⁽¹⁾ la equazione:

$$(1) \quad \frac{1}{2} \sum_h m_h (v_h)_1^2 - \frac{1}{2} \sum_h m_h (v_h)_0^2 = W_1 + W'_1 - W_0 - W'_0,$$

distinguendo cogli apici 1 e 0 i valori corrispondenti al tempo t_1 e al tempo t_0 .

⁽¹⁾ Vedi *Mossotti Lezioni di meccanica razionale* L. 27.

La funzione W che si ottiene prendendo la semisomma dei potenziali del sistema S relativamente a tutti i suoi punti rispettivamente moltiplicati per le masse di questi punti, è il *potenziale del sistema S sopra sè stesso*. La funzione W' che si ottiene prendendo la somma dei potenziali di S' relativi ai punti di S rispettivamente moltiplicati per le masse di questi medesimi punti, si dice il *potenziale del sistema S' sopra il sistema S* .

Clausius ed altri hanno dato al potenziale di un sistema sopra sè stesso il nome semplicemente di *potenziale del sistema* cui si riferisce, riserbando alla funzione che nei numeri precedenti abbiamo chiamato il potenziale, il nome datole da *Green* di *funzione potenziale*, ed anche noi in seguito adotteremo queste denominazioni.

Se denotiamo con W'' il potenziale del sistema S' sopra sè stesso, poichè questo sistema è fisso avremo:

$$W_1'' = W_0'',$$

e quindi:

$$W_1 + W_1' - W_0 - W_0' = W_1 + W_1' + W_1'' - W_0 - W_0' - W_0'',$$

Ma $W + W' + W''$ è il potenziale di tutto il sistema S' più S , e la quantità $W_1 + W_1' - W_0 - W_0'$ esprime il lavoro meccanico fatto dalle forze attive nel tempo $t_1 - t_0$, quindi la equazione medesima dà il seguente teorema:

L' aumento del potenziale di un sistema in un dato intervallo di tempo del suo movimento, è eguale al lavoro meccanico fatto dalle forze attive in questo intervallo, ed anche all' aumento di forza viva acquistato dal sistema in questo medesimo intervallo ⁽¹⁾.

Determiniamo ora l'intensità delle forze colle quali più corpi di forma qualunque che si attraggono secondo la legge di *Newton*, sono sollecitati l' uno verso l' altro.

Siano: K_1, K_2, K_3, \dots questi corpi, e V_1, V_2, V_3, \dots le

⁽¹⁾ Prendiamo la forza viva eguale alla semisomma dei quadrati delle velocità moltiplicati per le masse.

funzioni potenziali dei medesimi relative ai punti esterni; e V_1', V_2', V_3', \dots le rispettive funzioni potenziali relative ai punti interni; W_1, W_2, W_3, \dots i potenziali di questi corpi e W_{rs} il potenziale in generale del corpo K_r sopra K_s ; avremo:

$$W_s = \frac{1}{2} \int V_s' dm_s.$$

$$W_{rs} = \int V_r dm_s = \int V_s dm_r.$$

Quindi è chiaro che il potenziale W_s sarà soltanto funzione dei parametri della superficie che limita il corpo K_s e delle costanti della funzione che esprime la densità nel medesimo; e il potenziale W_{rs} oltre ad essere funzione di questi parametri e di queste costanti, sarà funzione ancora di tre rette e di tre angoli che fissano la posizione del corpo K_r rispetto al corpo K_s .

Se prendiamo per assi delle coordinate tre assi ortogonali fissi in uno dei corpi, per esempio nel corpo K_1 , e denotiamo con a_r, b_r, c_r le coordinate del centro di gravità di K_r e con ψ_r, θ_r, ϕ_r gli angoli (per esempio quelli introdotti da *Eulero*) che determinano la direzione di tre assi ortogonali fissi nel corpo K_r rispetto agli assi delle coordinate, e chiamiamo *coordinate rettilinee del corpo K_r* le quantità a_r, b_r, c_r e *coordinate angolari del corpo K_r* le quantità ψ_r, θ_r, ϕ_r è facile a vedersi che il potenziale del sistema:

$$W = \sum W_h + \frac{1}{2} \sum_h \sum_k W_{hk}$$

conterrà $3n - 3$ coordinate rettilinee e $3n - 3$ coordinate angolari, se n è il numero dei corpi.

Denotando con $-X_r, -Y_r, -Z_r$ le componenti della forza da applicarsi al centro di gravità di K_r e con $-H_r, -H_r', -H_r''$ le coppie che hanno per assi rette parallele ai tre assi delle coordinate, da applicarsi al corpo K_r , per fare equilibrio all'azione esercitata sopra il medesimo dagli altri corpi, avremo dal principio delle velocità virtuali:

$$\sum_h (X_h \delta a_h + Y_h \delta b_h + Z_h \delta c_h + H_h \delta p_h + H_h' \delta p_h' + H_h'' \delta p_h'') + \delta W = 0,$$

dalla quale esprimendo colle formule note della meccanica le rotazioni virtuali intorno ai tre assi: $\delta p_h, \delta p_h', \delta p_h''$ in funzione di $\delta \psi_h, \delta \theta_h, \delta \phi_h$ (¹) sarà facile ricavare i valori delle componenti delle forze: X_h, Y_h, Z_h e delle coppie H_h, H_h', H_h'' espresse per le derivate del potenziale W rispetto alle coordinate rettilinee ed angolari del corpo K_h .

Siano, per esempio, due sfere omogenee; R ed R' i loro raggi; x la distanza dei loro centri, M ed M' le loro masse; r ed r' le distanze di un punto qualunque dai loro centri; V_e e V_i le funzioni potenziali relative ai punti esterni e ai punti interni per la prima sfera, e V_e', V_i' quelle per la seconda sfera. Avremo:

$$V_e = \frac{M}{r}, \quad V_i = 2 \pi R^2 - \frac{2}{3} \pi r^2,$$

$$V_e' = \frac{M'}{r}, \quad V_i' = 2 \pi R'^2 - \frac{2}{3} \pi r'^2;$$

onde, denotando con W_1 il potenziale della prima sfera, con W_2 quello della seconda sfera, con W_{12} quello della prima sfera sopra la seconda e con W il potenziale delle due sfere, avremo:

$$W_1 = \frac{6 M^2}{5 R}, \quad W_2 = \frac{6 M'^2}{5 R'},$$

$$W_{12} = M \int \frac{d\sigma'}{r} = M V_e' = \frac{MM'}{x},$$

$$W = \frac{6 M^2}{5 R} + \frac{6 M'^2}{5 R'} + \frac{MM'}{x}.$$

Onde:

$$X_1 = \frac{MM'}{x^2}, \quad Y_1 = 0, \quad Z_1 = 0,$$

$$H_1 = 0, \quad H_1' = 0, \quad H_1'' = 0.$$

(¹) Vedi Mossotti *Lezioni di meccanica razionale* L. 24.

L'attrazione esercitata da una sfera sopra l'altra è la stessa come se le due masse fossero concentrate nei loro centri.

X.

Dello stato di equilibrio elettrico di uno o più conduttori sotto l'azione di forze elettriche qualunque.

Tutti i fenomeni della elettricità statica si spiegano ammettendo che in ogni punto materiale non elettrizzato vi siano riunite eguali quantità di due specie differenti di una materia imponderabile, una delle quali si chiama *elettricità positiva*, e l'altra *elettricità negativa*; che due particelle infinitesime di elettricità dello stesso nome si respingono con una forza direttamente proporzionale alle loro masse, e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza; che due particelle infinitesime di elettricità di nome contrario si attraggono in ragione diretta delle loro masse, e inversa dei quadrati delle loro distanze, e che la intensità della forza con cui si attraggono due particelle infinitesime situate a una certa distanza sia uguale alla intensità della forza con cui si respingono due particelle infinitesime dello stesso nome eguali alle precedenti e situate alla stessa distanza; sicchè da un punto materiale non elettrizzato che contiene la stessa quantità di elettricità delle due specie, non emana nessuna azione, nè sopra gli altri punti non elettrizzati, nè sopra l'elettricità che potrebbero trovarsi separate in altri punti dello spazio.

Quando si elettrizza un corpo con uno qualunque dei mezzi noti dalla fisica si vengono a separare l'elettricità in alcuni dei punti del medesimo e portando via una delle due elettricità, rimane in generale l'altra libera nel corpo stesso, ovvero ponendo un corpo già elettrizzato in contatto con uno non elettrizzato gli si comunica una certa quantità di elettricità. Un corpo che contiene in ogni suo punto la stessa quantità di elettricità positiva e negativa si dice allo *stato naturale*; uno invece che contiene in alcuni punti più elet-

tricità di un nome che di un altro, è *elettrizzato*, e l'eccesso di elettricità di un nome sopra quella di un altro si dice elettricità *libera*.

Un corpo in cui l'elettricità si muove liberamente obbedendo alle azioni esercitate sopra di essa, si dice *conduttore*; un corpo in cui l'elettricità, ancorchè sollecitata al moto da forze che agiscono sopra di lei, è ritenuta ferma dalla attrazione che il punto materiale dove si trova, esercita sopra di lei, si dice *coibente*. Noi considereremo i corpi come perfettamente conduttori, immersi in uno spazio perfettamente coibente.

Se sopra i punti di un corpo conduttore, sia esercitata un'azione elettrica, l'elettricità di un certo nome verrà attratta e l'altra respinta, quindi ne nascerà un moto e l'elettricità si disporrà in modo che ne nascano tali azioni da fare equilibrio all'azione esterna esercitata sul corpo, ma se il corpo è coibente non potrà nascere alcun moto e soltanto potrà accadere una specie di polarizzazione in ognuna delle sue molecole ⁽¹⁾.

Supponiamo che in un elemento dv dello spazio si trovi tanta quantità di elettricità positiva, che se si avesse un'unità di volume pieno di elettricità positiva uniformemente distribuitavi in modo che in ogni suo elemento ve ne fosse tanta quanta in dv , la totalità dell'elettricità fosse ρ , si dice allora che la *densità* della elettricità contenuta in dv è ρ , ed è chiaro che se la quantità di elettricità contenuta in dv è dm sarà $\rho = \frac{dm}{dv}$.

Se l'elettricità dm' contenuta in dv è negativa, si dirà che la densità è $-\rho$ e avremo: $-\rho = \frac{dm'}{dv}$.

È chiaro che con queste convenzioni l'azione esercitata da una particella di elettricità sopra un punto qualunque dello spazio che si trova alla distanza r dalla medesima e

⁽¹⁾ Il *Mossotti* ha considerato questa azione sui corpi coibenti in una Memoria inserita nel Vol. XXIV. p. I. delle Memorie della Società Italiana.

che contiene una quantità di elettricità eguale ad uno, sarà data sempre da :

$$\rho \frac{dv}{r^2} .$$

Quindi per avere l'azione che la elettricità libera distribuita comunque in un corpo esercita sopra un punto qualunque dello spazio, basta determinare il potenziale della medesima, il quale sarà :

$$V = \int \rho \frac{dv}{r} ,$$

ed avrà le proprietà caratteristiche, che abbiamo dato nei numeri precedenti.

Sia S un sistema di corpi conduttori: K_1, K_2, K_3, \dots immersi in uno spazio coibente, ai quali siano compartite rispettivamente le quantità di elettricità: E_1, E_2, E_3, \dots . Agiscano sopra il sistema S forze elettriche qualunque (che potranno emanare da corpi coibenti elettrizzati) e i punti d'onde esse emanano siano alcuni nello spazio connesso esterno a tutti i conduttori, altri nei vuoti che supporremo trovarsi in alcuni dei conduttori. Sia P la funzione potenziale di queste forze elettriche esterne al sistema.

Le elettricità libere comunicate primitivamente ai conduttori e quelle nate per la decomposizione prodotta dall'azione delle forze elettriche esterne al sistema, e dall'azione reciproca della elettricità dei conduttori, si muoveranno finchè non saranno pervenute a una tal distribuzione per cui le azioni che risultano da esse e dal potenziale P sopra un punto qualunque dei conduttori non vengano ad essere nulle e allora diremo di avere ottenuto lo *stato di equilibrio elettrico* nel sistema. Quindi in questo stato dovranno essere nulle le derivate della somma della funzione potenziale P colla funzione potenziale di tutta la elettricità del sistema, in ogni punto di ciascuno dei conduttori, e perciò la somma di queste due funzioni dovrà es-

sere eguale a una medesima costante in ogni punto del medesimo conduttore. Pertanto, se denotiamo con V_e la funzione potenziale di tutta la elettricità del sistema nello stato di equilibrio relativa allo spazio esterno a tutti i conduttori, con $V_1', V_1'', V_1''', \dots$ la medesima funzione per i punti interni ai conduttori K_1, K_2, K_3, \dots , e finalmente con $V_s^{(r)}$ per uno spazio vuoto s che esista nel conduttore K_r ; avremo sopra le superficie esterne dei conduttori K_r :

$$(1) \quad V_e + P = c_r,$$

per le superficie interne:

$$(2) \quad V_s^{(r)} + P = c_r,$$

in tutto il conduttore K_r :

$$(3) \quad V_1^{(r)} + P = c_r,$$

essendo c_1, c_2, c_3, \dots tutte quantità costanti.

L'equazioni (3) danno immediatamente la funzione potenziale nell'interno dei conduttori espressa per la funzione P data, e per le quantità costanti c_r .

La funzione V_e rimane determinata dall'equazione (1) mediante il secondo teorema del §. VIII.; perchè ha le caratteristiche della funzione potenziale ed è data sopra la superficie sferica di raggio infinito, e sopra le superficie esterne dei conduttori K_r , i quali limitano compiutamente lo spazio connesso a cui si riferisce.

La funzione $V_s^{(r)}$ è determinata egualmente nello spazio vuoto s di K_r , perchè avendo le caratteristiche del potenziale, è data dalla equazione (2) sopra la superficie interna di K_r che limita questo spazio a cui essa si riferisce.

Se denotiamo con ρ_s la densità della elettricità nel conduttore K_s , avremo:

$$\Delta^2 V_s^{(s)} = -4\pi\rho_s.$$

Ma dall' equazione (3) abbiamo :

$$\Delta^2 V_i^{(s)} + \Delta^2 P = 0 ,$$

e: $\Delta^2 P = 0$, perchè nell' interno dei conduttori non vi sono punti d' onde emanano le forze elettriche che hanno la funzione potenziale P ; quindi:

$$\Delta^2 V_i^{(s)} = 0 ;$$

e in conseguenza:

$$\rho_s = 0 ,$$

e abbiamo il seguente teorema già noto dall' esperienza :

Nello stato di equilibrio elettrico sotto l' azione di forze elettriche qualunque esterne al sistema, la elettricità si porta tutta alla superficie dei conduttori, e nell' interno di essi rimane tutta allo stato naturale.

Quindi la funzione potenziale della elettricità del sistema è potenziale di superficie, e abbiamo per ciò che dimostrammo nel §. VII. le formule seguenti per determinare le densità ρ_r , $\rho_s^{(r)}$ della elettricità che si troverà rispettivamente sopra le superficie esterne e interne di K_r :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_e}{dp_r} + \frac{dP}{dp_r} = -4\pi\rho_r , \\ \frac{dV_s^{(r)}}{dp_s^{(r)}} + \frac{dP}{dp_s^{(r)}} = -4\pi\rho_s^{(r)} . \end{array} \right.$$

Le costanti c_r si determineranno per mezzo delle quantità di elettricità libere, comunicate primitivamente ai conduttori, dalle equazioni :

$$(5) \quad E_r = \int \rho_r d\sigma_s$$

che le conterranno linearmente nel secondo membro come vedremo in seguito e che saranno in numero eguale al numero delle incognite.

Se alcuno dei conduttori per esempio K_r fosse posto in comunicazione col suolo, la funzione potenziale V dovrebbe sopra la superficie di questo avere lo stesso valore che ha la funzione potenziale sulla superficie della terra, cioè dovrebbe esservi eguale a zero, quindi $c_r = 0$, e la equazione (5) che vi si riferisce darebbe la quantità di elettricità libera che si troverebbe su questo conduttore, e per determinare le costanti c_s si avrebbe una equazione di meno e una incognita di meno.

Se in uno degli spazi vuoti nell'interno di uno dei conduttori K_r non si trova nessuno dei punti d'onde emanano forze elettriche, la funzione potenziale $V_{r,r} + P$ si manterrà continua in tutto questo spazio, ed essendo costante sopra la superficie che lo limita, per il teorema 4.^o del §. IV, sarà costante in tutto questo spazio, quindi si avrà lo stesso valore come se questo spazio fosse ripieno di materia conduttrice, e l'azione esercitata sopra i punti del medesimo sarà nulla.

Se il sistema si riduce a un sol corpo conduttore K , e i punti d'onde emanano le azioni elettriche sono situati in uno spazio vuoto s , interno al medesimo, ed esso è posto in comunicazione col suolo, la funzione potenziale $V_e + P$ sarà nulla sopra la superficie esterna di K , si manterrà finita e continua in tutto lo spazio esterno, sarà nulla sopra una sfera di raggio infinito e sodisfarà l'equazione di *Laplace*, quindi per il teorema 4.^o del §. IV, sarà nulla in tutto lo spazio connesso esterno a K ; avremo dunque il seguente teorema:

Le azioni elettriche che emanano da punti situati in uno spazio racchiuso da un involucro conduttore posto in comunicazione col suolo, sono nulle sopra tutti i punti dello spazio esterno all'involucro.

Denotando con ρ la densità della elettricità nella superficie interna di K che limita lo spazio vuoto s , con V_i' la funzione potenziale della elettricità indotta nel corpo K , avremo:

$$\frac{dV_i'}{dp} + \frac{dP}{dp} = -$$

e quindi, essendo E' la quantità di elettricità che si trova sopra la superficie che limita s_1 , si ottiene:

$$E' = \int \rho d\sigma = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_1'}{dp} d\sigma - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP}{dp} d\sigma.$$

Ora per il teorema 1.° del §. IV, abbiamo:

$$\int \frac{dV_1'}{dp} d\sigma = 0$$

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dP}{dp} d\sigma = E,$$

essendo E la quantità di elettricità cui sono dovute le azioni elettriche che hanno la funzione potenziale P e che si trova nello spazio s_1 ; sarà dunque:

$$E' = - E$$

e avremo il seguente teorema:

Se in uno spazio vuoto chiuso da un conduttore posto in comunicazione colla terra esistono più corpi elettrizzati, sopra la superficie interna del conduttore si accumulerà una quantità di elettricità libera eguale e di segno contrario a quella contenuta nei corpi elettrizzati che si trovano nell'interno.

Se i punti d'onde emanano le forze che agiscono sulla elettricità del sistema e che hanno la funzione potenziale P , appartengono al sistema stesso, cioè se alcune di queste forze emanano da alcuno dei punti interni dei conduttori, non si potrà avere uno stato di equilibrio elettrico, perchè in questo stato nell'interno di ciascun conduttore vi dev'essere un'azione nulla. Si avrà dunque un movimento continuo nella elettricità del sistema, e quando il moto sarà ridotto permanente tutta la elettricità libera sarà alla superficie dei conduttori. Infatti sia V il potenziale di tutta la elettricità libera; avremo nell'interno dei conduttori:

$$\Delta^2 V = - 4\pi\rho$$

indicando con ρ la densità dell'elettricità. Ora consideriamo nell'interno di un conduttore una superficie chiusa qualunque che non escendo dal conduttore non racchiude nel suo interno alcuno dei punti d'onde emanano le forze di funzione potenziale P ; essendo ridotto il moto permanente, e supponendo che la quantità d'elettricità che passa attraverso ogni elemento piano dei conduttori sia proporzionale alla componente nel senso della normale a quest'elemento, poichè nello spazio racchiuso da questa superficie tanta elettricità dev'entrare quanta escirne, avremo:

$$\int \frac{dV}{dp} d\sigma = 0.$$

Onde per il teorema di *Green*:

$$\iiint \Delta^2 V d\sigma = 0,$$

quando si estenda quest'integrale triplo a tutto lo spazio connesso limitato dalla superficie qualunque considerata. Avremo dunque nell'interno de' conduttori quando si escludano i punti d'onde emanano le azioni di funzione potenziale P :

$$\Delta^2 V = 0,$$

e quindi:

$$\rho = 0,$$

come volevamo dimostrare.

Anche in questo caso, denotando con V_e e con V_i la funzione potenziale relativa ai punti esterni e interni al conduttore, con ρ la densità dell'elettricità, abbiamo:

$$\frac{dV_e}{dp} - \frac{dV_i}{dp} = -4\pi\rho.$$

XI.

Distribuzione della elettricità sopra un ellissoide.

Abbiamo dimostrato nel §. V. che la funzione potenziale di uno strato di livello è costante in tutti i punti della superficie interna dello strato, e nello spazio racchiuso dallo strato stesso, quindi sopra una superficie di un sol corpo conduttore immerso in un mezzo perfettamente coibente tutto allo stato naturale, l'elettricità si distribuirà in modo da formare uno strato di livello, perchè secondo ciò che abbiamo dimostrato nel §. VIII., vi è una sola funzione potenziale che abbia un valore dato alla superficie.

Quindi sopra un conduttore che abbia la forma di un ellissoide, la elettricità dovendo formare uno strato di livello, dovrà distribuirsi in modo che la sua densità risulti in un punto qualunque m proporzionale direttamente alla lunghezza della normale compresa tra essa e l'ellissoide omotetica infinitamente vicina. Queste porzioni di normale sono proporzionali a $(\sqrt{\Delta\lambda})_{\lambda=0}$, essendo:

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{c^2 + \lambda} = 1 ,$$

ed a, b, c i semiassi principali dell'ellissoide.

Determiniamo ora il significato geometrico della espressione $(\sqrt{\Delta\lambda})_{\lambda=0}$ come è stato trovato dal sig. *Carlo Neumann*.

Ponendo:

$$H = \sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}} ,$$

abbiamo:

$$(\sqrt{\Delta\lambda})_{\lambda=0} = \frac{2}{H} .$$

Siano ora l, m, n i coseni degli angoli che la normale all' ellissoide:

$$(1) \quad f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

fa con i tre assi; avremo:

$$l = \frac{x}{a^2} \frac{1}{H}, \quad m = \frac{y}{b^2} \frac{1}{H}, \quad n = \frac{z}{c^2} \frac{1}{H}.$$

Quindi il Piano che passa per il centro ed è parallelo al piano tangente avrà per equazione:

$$(2) \quad lx + my + nz = 0.$$

Poniamo nella equazione (1):

$$\begin{aligned} x &= lX + l'Y + l''Z, & X &= lx + my + nz, \\ y &= mX + m'Y + m''Z, & Y &= l'x + m'y + n'z, \\ z &= nX + n'Y + n''Z, & Z &= l''x + m''y + n''z. \end{aligned}$$

È chiaro che il nuovo Piano delle yz sarà il piano (2) e ponendo nell' equazione trasformata:

$$f(lX + l'Y + l''Z, mX + m'Y + m''Z, nX + n'Y + n''Z) = 1,$$

$X = 0$, avremo l' equazione della sezione nel suo stesso piano.

Perchè sia riferita ai suoi assi principali dovrà aver si:

$$f = LX^2 + MY^2 + NZ^2 + 2PXY + 2QXZ = 1$$

perchè ponendo $X = 0$ divenga della forma:

$$MY^2 + NZ^2 = 1.$$

Derivando rapporto ad Y, avremo:

$$\frac{df}{dx} l' + \frac{df}{dy} m' + \frac{df}{dz} n' = 2MY + 2PX,$$

ossia:

$$\frac{l'x}{a^2} + \frac{m'y}{b^2} + \frac{n'z}{c^2} = (Ml' + Pl)x + (Mm' + Pm)y + (Mn' + Pn)z,$$

onde:

$$(1 - Ma^2) l' - Pla^2 = 0,$$

$$(1 - Mb^2) m' - Pmb^2 = 0,$$

$$(1 - Mc^2) n' - Pnc^2 = 0,$$

$$ll' + mm' + nn' = 0,$$

dalle quali si deduce:

$$\frac{l^2 a^2}{1 - Ma^2} + \frac{m^2 b^2}{1 - Mb^2} + \frac{n^2 c^2}{1 - Mc^2} = 0.$$

Derivando rapporto a Z si trova analogamente:

$$\frac{l^2 a^2}{1 - Na^2} + \frac{m^2 b^2}{1 - Nb^2} + \frac{n^2 c^2}{1 - Nc^2} = 0.$$

Onde, M ed N sono le radici della equazione:

$$\frac{l^2 a^2}{1 - Sa^2} + \frac{m^2 b^2}{1 - Sb^2} + \frac{n^2 c^2}{1 - Sc^2} = 0$$

$$l^2 a^2 + m^2 b^2 + n^2 c^2$$

$$- S [l^2 a^2 (b^2 + c^2) + m^2 b^2 (c^2 + a^2) + n^2 c^2 (a^2 + b^2)]$$

$$+ a^2 b^2 c^2 S^2 = 0.$$

Ora se denotiamo con a_1 e b_1 i semiassi principali della sezione fatta dal Piano (2) nell'ellissoide, avremo:

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{M}},$$

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{N}}.$$

Quindi l'area di questa sezione sarà:

$$\pi a_1 b_1 = \frac{\pi}{\sqrt{MN}}.$$

Ma:

$$MN = \frac{l^2 a^2 + m^2 b^2 + n^2 c^2}{a^2 b^2 c^2}$$

$$= \frac{1}{H^2 a^2 b^2 c^2},$$

onde:

$$H = \frac{a_1 b_1}{a b c}$$

e:

$$\left(\sqrt{\Delta \lambda} \right)_{\lambda=0} = \frac{2 a b c}{a_1 b_1}.$$

Dunque abbiamo il seguente teorema:

Se si comunica dell'elettricità a un conduttore che abbia la forma di un ellissoide, sopra cui non agisca nessuna forza elettrica esterna, l'elettricità si distribuirà in modo che in ogni punto la sua densità sia inversamente proporzionale all'area della sezione fatta dal Piano che passa per il centro ed è parallelo al Piano tangente in quel punto.

Denotando le pressioni che l'elettricità eserciterà contro il mezzo coibente in cui è immersa l'ellissoide, negli estremi degli assi a , b , c con p_a , p_b , p_c , avremo:

$$p_a : p_b : p_c = \frac{1}{b^2 c^2} : \frac{1}{c^2 a^2} : \frac{1}{a^2 b^2}$$

$$p_a : p_b : p_c = a^2 : b^2 : c^2 .$$

Quindi se $a > b > c$ ed a assai più grande di b e di c , avremo una pressione di gran lunga superiore all'estremo dell'asse maggiore. Di qui la teorica delle punte.

XII.

Funzione di Green.

Per determinare analiticamente la funzione potenziale relativa allo stato di equilibrio elettrico di un sistema di conduttori elettrizzati, e che si trovano sotto l'azione di forze elettriche esterne qualunque, si presentano due difficoltà: una dipendente dalla forma dei conduttori, e una dalla natura del potenziale P delle forze elettriche esterne. *Green* per superare le due difficoltà separatamente ha dato un metodo, con cui si risolve la difficoltà relativa alla forma dei conduttori nel caso più semplice di P , e si fa dipendere tutti i casi in cui P ha forme qualunque più complicate dalla soluzione di questo.

Sia:

$$P = - \frac{1}{r_{mx}},$$

cioè consideriamo un sistema S di conduttori sotto l'azione di un punto solo m in cui vi è una quantità di elettricità eguale all'unità, e che si trova in un mezzo perfettamente coibente nello spazio esterno al sistema S . Supponiamo inoltre che tutti i conduttori del sistema S siano posti in co-

municazione colla terra. La funzione potenziale dello strato elettrico che nello stato di equilibrio avrà luogo nei conduttori del sistema sommata colla funzione potenziale $-\frac{1}{r_{mx}}$,

sopra la superficie e nell'interno di ciascuno dei conduttori dovrà essere uguale a una quantità costante, e poichè questi conduttori sono posti in comunicazione col suolo, che ha la funzione potenziale uguale a zero, dovrà la costante essere eguale a zero, ossia la funzione potenziale dello strato elettrico in equilibrio delle superficie dei conduttori, dovrà essere sopra queste e nell'interno eguale ad $\frac{1}{r_{mx}}$. Denotiamo questa funzione potenziale per un punto n dello spazio esterno con $G(m, n)$. Questa funzione delle coordinate (x', y', z') di m e (x, y, z) di n che si chiama la funzione di *Green* dal nome di colui, che l'ha introdotta nella fisica matematica, è una funzione potenziale, quindi è completamente determinata per tutti i punti esterni al sistema S dalle seguenti caratteristiche:

1.° Sopra la superficie dei conduttori del sistema S è $\frac{1}{r_{mx}}$.

2.° All'infinito s'annulla insieme colle sue derivate, essa moltiplicata per r e le sue derivate moltiplicate per r^2 , convergono verso un limite finito.

3.° È finita e continua insieme colle sue derivate in tutto lo spazio in cui si considera.

4.° Sodisfa in tutto questo spazio l'equazione:

$$\Delta^2 G = 0.$$

La densità ρ_{ma} che avrà l'elettricità in un punto a del sistema S sarà data dalla formula:

$$\left(\frac{d}{dp} \frac{1}{r_{mx}} - \frac{d G(m, x)}{dp} \right)_{x=a} = 4 \pi \rho_{ma}$$

e avremo per un punto interno al sistema:

$$\int \frac{\rho_{mx} d\sigma}{r_{nx}} = \frac{1}{r_{mn}};$$

e per un punto esterno al sistema:

$$\int \frac{\rho_{mx} d\sigma}{r_{nx}} = G(m, n).$$

La funzione di *Green* è simmetrica rispetto ai punti m ed n esterni al sistema S , cioè permutando le coordinate x, y, z di n con quelle x', y', z' di m , non muta.

Infatti, dall'equazioni precedenti abbiamo:

$$\int \frac{\rho_{nx'} d\sigma'}{r_{ax'}} = \frac{1}{r_{an}},$$

dove a è un punto della superficie:

$$\int \frac{\rho_{mx} d\sigma}{r_{nx}} = G(m, n),$$

onde:

$$G(m, n) = \iint \frac{\rho_{mx} \rho_{nx'} d\sigma d\sigma'}{r_{xx'}}$$

e quindi non muta cangiando m in n ed n in m .

Se il punto m è interno ad uno dei corpi del sistema S essendo la superficie di S posta in comunicazione colla terra, il potenziale dell'elettricità distribuita sopra la superficie di S dovrà essere uguale ad $\frac{1}{r_{mx}}$ sopra la superficie di S e in tutto lo spazio esterno; e nello spazio interno denotandolo con $G'(m, n)$ avremo che questa funzione avrà le seguenti caratteristiche.

1.° Sarà uguale ad $\frac{1}{r_{mx}}$ sopra la superficie:

2.° Sarà finita e continua insieme con le sue derivate nello spazio interno.

3.° Sodisfarà l'equazione

$$\Delta^2 G' = 0.$$

La densità $\rho_{ma'}$ che avrà la elettricità in un punto a della sua superficie sarà data dalla formula:

$$\left(\frac{dG'(m, x)}{dp} - \frac{d \frac{1}{r_{mx}}}{dp} \right)_{x=a'} = 4\pi \rho_{ma'}$$

e avremo:

$$\int \frac{\rho_{mx'} d\sigma'}{r_{nx}} = \frac{1}{r_{mn}}$$

per un punto n esterno al corpo:

$$\int \frac{\rho_{mx'} d\sigma'}{r_{nx}} = G'(m, n)$$

per un punto n interno al corpo.

La funzione $G'(m, n)$ è simetrica rispetto ad m ed n ; si dimostra come nel caso precedente.

Se denotiamo con Ω_{mn} il potenziale dell'elettricità indotta in un sistema di conduttori S posti in comunicazione colla terra, dalla elettricità concentrata in un punto m esterno al sistema S , più il potenziale di questa stessa elettricità; avremo:

$$\Omega_{mn} = G(m, n) - \frac{1}{r_{mn}}$$

per i punti n esterni al sistema S , ed

$$\Omega_{mn} = 0$$

per tutti i punti interni al sistema, e se denotiamo con Ω_{mn} il potenziale dell'elettricità indotta nella superficie di un corpo posto in comunicazione col suolo dall'elettricità concentrata in un punto m interno ad S più il potenziale di questa stessa elettricità, avremo:

$$\Omega_{mn}' = G'(m, n) - \frac{1}{r_{mn}}$$

per i punti interni al corpo; ed:

$$\Omega_{mn}' = 0$$

per i punti esterni.

Ω_{mn} è una funzione di n che in un punto m esterno ad S diviene infinita come

$$\left(-\frac{1}{r_{mn}}\right)_{m=n}.$$

Si annulla alle superficie di S , ed ha le altre caratteristiche del potenziale.

Ω_{mn}' invece diviene infinita come

$$\left(-\frac{1}{r_{mn}}\right)_{m=n}$$

in un punto m interno a un corpo K e si annulla alla superficie di K ed ha tutte le altre caratteristiche del potenziale.

XIII.

Determinazione della funzione potenziale di un sistema di conduttori elettrizzati e sotto l'azione di forze elettriche qualunque.

Abbiamo veduto nel §. XI. che per determinare lo stato di equilibrio elettrico di un sistema S di conduttori K_1, K_2, K_3, \dots ai quali siano comunicate rispettivamente le quantità di elettricità libera: E_1, E_2, E_3, \dots , immersi in uno spazio coibente, alcuni dei quali possono anche essere isolati dagli altri, ma posti in comunicazione col suolo, e sopra i medesimi agiscano forze elettriche esterne che abbiano la funzione potenziale eguale a P , è necessario e sufficiente che sia determinata analiticamente la funzione V_e nello spazio connesso esterno ai conduttori e negli spazi vuoti interni ai medesimi essendo noto che essa è una funzione potenziale, e che sulle superficie di un conduttore K_s , si ha :

$$(1) \quad V_e = c_s - P ;$$

le quali condizioni sono sufficienti, come si sa dal §. VIII., alla sua completa determinazione. Cominciamo dal determinare V_e nello spazio connesso esterno a tutti i conduttori, che è limitato da una sfera di raggio infinito, sopra la quale $V_e = 0$, e dalle superficie esterne dei conduttori. Sia $G(e\ x)$ la funzione di *Green* relativa al sistema S , per i punti dello spazio esterno a tutti i conduttori,

$$(2) \quad \Omega_{ex} = - G(e\ x) + \frac{1}{r_{ex}}$$

$$(3) \quad \left(\frac{d \Omega_{ex}}{d p} \right)_{a_s} = \left(\frac{d G(e\ x)}{d p} - \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{d p} \right)_{a_s} = 4 \pi \rho_{ea_s}$$

dove a_s indica un punto della superficie K_s del sistema S .

La funzione Ω_{ex} diverrà infinita come $\left(\frac{1}{r_{ex}}\right)_{x=e}$ nel punto e ; si annullerà sopra le superficie di S , e avrà le altre caratteristiche del potenziale nello spazio esterno. Quindi potrà alle due funzioni V ed Ω_{ex} applicarsi il teorema di *Green*. Avremo dunque:

$$4 \pi V_e = \iiint (\Omega_{ex} \Delta^2 V - V \Delta^2 \Omega_{ex}) dx dy dz \\ + \sum_s \int \left(V_s \frac{d \Omega_{ex}}{d p_s} - \Omega_{ex} \frac{d V_s}{d p_s} \right) d \sigma_s .$$

Ora: $\Delta^2 V = \Delta^2 \Omega_{ex} = 0$ in tutto lo spazio esterno ad S , V sempre finito, ed $\Omega_{ex} = -G(e x) + \frac{1}{r_{ex}}$ è pure sempre finito anche per $x = e$; quindi avremo:

$$\iiint (\Omega_{ex} \Delta^2 V - V \Delta^2 \Omega_{ex}) dx dy dz = 0 .$$

Alle superficie:

$$\Omega_{ex} = 0 ;$$

dunque:

$$4 \pi V_e = \sum_s \int V_s \frac{d \Omega_{ex}}{d p_s} d \sigma_s ,$$

e sostituendo il valore (3):

$$V_e = \sum_s \int V_s \rho_{ea_s} d \sigma_s$$

e con i valori (1):

$$V_e = \sum_s c_s \int \rho_{ea_s} d \sigma_s - \sum_s \int P_s \rho_{ea_s} d \sigma_s .$$

Sostituendo il valore di ρ_{ea_s} abbiamo:

$$\int \rho_{ea_s} d\sigma_s = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{dp_s} d\sigma_s - \frac{1}{4\pi} \int \frac{d G(e \mathbf{x})}{dp_s} d\sigma_s.$$

Ma per il teorema 3.^o del §. IV., essendo e esterno alla superficie di S , avremo:

$$\int \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{dp_s} d\sigma_s = 0;$$

quindi prendendo la derivata rapporto a p_s in G in senso opposto sarà:

$$\int \rho_{ea_s} d\sigma_s = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d G(e \mathbf{x})}{dp_s} d\sigma_s$$

$$(1) \quad V_e = \frac{1}{4\pi} \sum_s \left(c_s \int \frac{d G(e \mathbf{x})}{dp_s} d\sigma_s - \int P_s \frac{d \Omega_{ex}}{dp_s} d\sigma_s \right).$$

Passiamo ora a determinare V_e nei vuoti dei conduttori K_s .

Sia V_e^s la funzione potenziale per uno di questi spazi contenuta nel conduttore K_s . Sia $G'(e \mathbf{x})$ la funzione di *Green* relativa a un punto qualunque di questo spazio dentro il quale si trovano punti d'onde emanano forze elettriche.

La funzione:

$$\Omega_{ex}' = \frac{1}{r_{ex}} - G'(e \mathbf{x})$$

si annullerà alla superficie interna di K_s , nell'interno diverrà infinita come $\frac{1}{r_{ex}}$ e del resto essa e le sue derivate si

manterranno sempre finite e continue e soddisfarà l'equazione $\Delta^2 G' = 0$; quindi a V e ad Ω' potremo applicare il teorema di *Green*, e avremo nel punto e :

$$4\pi V_i = - \iiint (\Omega_{ex}' \Delta^2 V - V \Delta^2 \Omega_{ex}') dx dy dz \\ + \int \left(V \frac{d\Omega_{ex}'}{dp} - \Omega_{ex}' \frac{dV}{dp} \right) d\sigma,$$

ed essendo $\Delta^2 \Omega_{ex}' = 0$ in tutto lo spazio, e $\Omega_{ex}' = 0$ sulla superficie:

$$4\pi V_{es} = \int V \frac{d\Omega_{ex}}{dp} d\sigma;$$

ed essendo:

$$\left(\frac{dG'(ex)}{dp} - \frac{d\frac{1}{r_{ex}}}{dp} \right)_{x=a} = -4\pi \rho_{ea}$$

avremo:

$$(2) \quad V_{es} = \int V \rho_{ea} d\sigma = c_s \int \rho_{ea} d\sigma - \int P \rho_{ea} d\sigma.$$

Ora sarà facile determinare analiticamente le costanti.

Per i corpi conduttori che sono in contatto col suolo le costanti c, c', c'' , devono essere nulle. Le altre sono date dalle equazioni:

$$(3) \quad \begin{cases} E_1 = \int \rho_0 d\sigma = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_0}{dp} d\sigma - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP_1}{dp} d\sigma, \\ E_2 = \int \rho_1 d\sigma = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_0}{dp} d\sigma - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP_1}{dp} d\sigma', \\ E_3 = \int \rho_2 d\sigma = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_0}{dp} d\sigma - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP_1}{dp} d\sigma'', \end{cases}$$

quando i conduttori non hanno nel loro interno spazi vuoti d'onde emanino forze elettriche. Per un conduttore che abbia uno di questi spazi vuoti con punti d'onde emanino forze elettriche, avremo:

$$E_s = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_e}{dp^{(s)}} d\sigma^{(s)} - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP}{dp^{(s)}} d\sigma^{(s)} \\ + \frac{1}{4\pi} \int \frac{dP}{dp_i^{(s)}} d\sigma_i^{(s)} - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_e}{dp_i^{(s)}} d\sigma_i^{(s)} .$$

Ma P essendo continua tra le due superficie esterna ed interna, ed essendo: $\Delta^2 P = 0$, avremo:

$$\int \frac{dP}{dp^{(s)}} d\sigma^{(s)} = \int \frac{dP}{dp_i^{(s)}} d\sigma_i^{(s)}$$

onde:

$$(4) \quad E_s = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_e}{dp^{(s)}} d\sigma^s - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_i^{(s)}}{dp_i^{(s)}} d\sigma_i^{(s)} .$$

Sostituendo il valore di V_e nelle equazioni (3) quando $P = 0$, abbiamo:

$$E_r = -\frac{1}{4\pi} \sum c_s \iint \left(\frac{d^2 G(e, x)}{dp_r dp_s} - \frac{d^2 \frac{1}{r_{ex}}}{dp_r dp_s} \right) d\sigma d\sigma'$$

dove le due derivazioni sono prese riguardando una volta come variabile il punto e e l'altra il punto x ; quindi ponendo:

$$\gamma_{rs} = -\frac{1}{4\pi} \iint \left(\frac{d^2 G(e, x)}{dp_r dp_s} - \frac{d^2 \frac{1}{r_{ex}}}{dp_r dp_s} \right) d\sigma d\sigma'$$

abbiamo :

$$(4) \quad \gamma_{rs} = \gamma_{sr}$$

e in conseguenza :

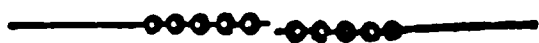
$$\begin{aligned} E_1 &= \gamma_{11} c_1 + \gamma_{12} c_2 + \gamma_{13} c_3 + \dots \\ (5) \quad E_2 &= \gamma_{12} c_1 + \gamma_{22} c_2 + \gamma_{23} c_3 + \dots \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

È chiaro che γ_{rs} è eguale alla quantità di elettricità libera che si trova sul conduttore K_r quando al conduttore K_s è comunicata tanta elettricità, che ponendo in comunicazione col suolo tutti i conduttori, eccettuato K_s , la funzione potenziale sopra K_s è eguale all'unità. Onde la equazione (4) dà il seguente teorema dovuto al sig. *Riemann*.

La quantità di elettricità libera che sarà sopra un conduttore K_r quando tutti i conduttori sono in comunicazione col suolo, eccettuato K_s , e sopra K_s la funzione potenziale è eguale alla unità, è eguale a quella che sarà sopra K_s , quando tutti i conduttori saranno in comunicazione col suolo, eccettuato K_r , e sopra K_r la funzione potenziale sarà eguale alla unità.

La quantità γ_{rr} di elettricità che bisogna comunicare al conduttore K_r , perchè ponendo in comunicazione col suolo tutti gli altri conduttori, la funzione potenziale abbia sopra la sua superficie il valore eguale all'unità si vuole chiamarsi la *capacità elettrica* di questo conduttore.

(continua)



DELLA RICERCA CHIMICO-LEGALE DELLA DIGITALINA;
PER ANTONIO DE-NEGRI.

Nel fascicolo 7.^o della Gazzetta degli Ospedali di Genova del mese di Luglio 1864 si legge una Memoria del sig. Antonio De-Negri intorno alla ricerca chimico-legale della digitalina. Il Prof. Michele Lessona aveva già parlato di questo lavoro in una appendice scientifica intitolata la *Digitalina* pubblicata il 30 Maggio nella Gazzetta di Torino, annunciando che il sig. De-Negri aveva fin d'allora istituita una serie di esperienze collo scopo di scoprire, facendo uso del Dializzatore di Graham, le piccole quantità di digitalina nel caso d'avvelenamento. Non era intenzione dell' A. di pubblicare così presto il risultato di questi suoi studi, ancora incompleti, ma la comparsa d'un lavoro consimile, presentato dal sig. Grandeau alla Società di Chimica a Parigi nella seduta del 10 Giugno p. p., lo persuase a non più indugiare ed a rendere di pubblica ragione quanto egli ha fatto intorno a questo argomento.

L' A. dopo d' avere premesse alcune osservazioni intorno ai principali fenomeni che si manifestarono nell' avvelenamento di alcuni cani sopra i quali egli ha sperimentato, dopo d' aver date le ragioni che lo persuasero ad applicare l'apparecchio di Graham alla ricerca della digitalina, passa all'esposizione del procedimento da lui seguito allo scopo di svelare questa sostanza venefica. Gli esperimenti furono eseguiti sopra le materie vomitate dai detti cani, avvelenati appositamente colla digitalina; in questo caso speciale si trovò essere conveniente neutralizzare il più presto

possibile gli acidi liberi, i quali esercitano, specialmente sotto l'influenza del calore, un'azione scomponente sulla digitalina.

Il metodo seguito consiste principalmente nell'esaurire con alcoole concentrato (a 97°) le materie sospette, filtrare il liquido ed evaporarlo alla temperatura di circa 30° a 35° C, ripigliare poi il residuo con alcoole anidro, e nuovamente filtrare. Il liquido che si ottiene si evapora nel vuoto, il residuo che resta si tratta con acqua tiepida, si filtra e si versa la soluzione acquosa nel dializzatore. È meglio però ripigliare il residuo con acido acetico concentrato, e terminare il trattamento con acqua; filtransi le due soluzioni, l'acetica e l'acquosa, versandole successivamente nello stesso filtro; quindi mescolatele insieme, senza curarsi del precipitato che può prodursi, si versano nel dializzatore, avendo cura d'acidulare l'acqua esterna con qualche goccia d'acido acetico puro. Dopo 24 ore si evapora quest'acqua nella quale si trova la maggior parte della digitalina contenuta nelle sostanze sottoposte alla dialisi. Fatta l'evaporazione il residuo, che rimane, è capace di riprodurre tutte le reazioni della digitalina; essa però non è pura, ma sempre mescolata ad una piccola quantità d'altre sostanze. La separazione è poi sempre incompleta.

L'A. segue esponendo un altro procedimento meno sensibile, ma capace di somministrare un prodotto più puro. Esso somiglia molto ai metodi proposti da Homolle e da Henry per preparare la digitalina.

Come nel metodo sopra indicato, dopo d'avere esaurite con alcoole le materie da analizzare, aver filtrato, evaporato e ripigliato il residuo con alcoole anidro, e poi nuovamente filtrato ed evaporato, e quindi fatta la soluzione acquosa o meglio acetica (nel qual caso prima di procedere alla precipitazione neutralizza incompletamente con ammoniaca), l'A. precipita la digitalina con acido tannico, ed il precipitato raccoglie sopra un filtro, il lava con acqua, e poi ancora umido il fa digerire a B. M. con litargirio finamente polverizzato. Dopo ciò ripiglia la massa con alcoole concentrato, filtra di bel nuovo, e riceve il liquido in vetri da orologio.

Lascia evaporare spontaneamente l'alcoole, e sopra la sostanza che rimane, osserva l'azione dei reattivi. Pare che la digitalina così preparata somigli molto alla più pura che forniscono le più rinomate fabbriche di prodotti chimici. Nel caso in cui la quantità del veleno fosse piccolissima si possono eseguire i saggi sopra il composto fatto dall'acido tannico senza curarsi di decomporlo. Nel fare queste ricerche si deve avere somma cura di non prolungare troppo l'azione del calore e di non innalzare troppo la temperatura. Si devono pure operare le evaporazioni colla massima rapidità, giovandosi anche del vuoto. In ultimo l'A. descrive le proprietà della digitalina in tal maniera isolata, e le paragona con quelle della digitalina di Merk, accertando di non avere osservata alcuna differenza. Un centigramma di digitalina estratta, facendo uso del secondo procedimento, dalle materie vomitate da un cane stato avvelenato colla detta sostanza, essendo stato inoculato fra la pelle ed i muscoli sul ventre d'un passero, ne produsse la morte entro 40 minuti.

L'A. dice di stare ora studiando un terzo procedimento, il quale non è che il compendio dei due indicati, esso sarebbe perciò fondato sopra il modo di comportarsi della digitalina colle membrane umide e coll'acido tannico. Aggiunge in fine che poste ancora le sue ricerche sopra le proprietà della digitalina, speranzioso di trovare qualche proprietà autentica colla quale poterla caratterizzare, perciocchè poco giova isolare una sostanza, se poi non vi ha modo d'accertarne la purezza.



**SULLA MATERIA AMILACEA DEGLI ANIMALI ;
DI ROBERTO M. DONNELL.**

(Proceedings of Royal Society. Giugno 1864).

Noi abbiamo già riferito in questo Giornale le ricerche dello stesso Autore sopra questo soggetto. In questa nuova Memoria comincia dal dimostrare che la sostanza amilacea trovata nei feti è identica per la composizione a quella del fegato. Quando è pura, la sua formula è $C_{12}H_{10}O_{10}$. Egli ha tentato di scoprire se questa sostanza amilacea possiede come la dextrina il potere rotatorio: ma questa ricerca non si è potuta eseguire perchè la soluzione non è trasparente. La tintura acida di iodio è il reattivo adoperato per scoprire quella materia; basta un decimo di grano di quell'amido in un'oncia di acqua perchè il reattivo possa agire. È forse per la troppa sensibilità di questo reattivo che non si può giudicare usandolo sotto il microscopio, della quantità diversa della materia amilacea nei vari tessuti. Bernard aveva creduto che la sostanza amilacea continuava ad esistere nel tessuto muscolare durante tutto il tempo della vita intrauterina, e che non cessava che dopo la nascita sotto l'influenza dei movimenti respiratori e muscolari. L'Autore spera di essere riuscito a provare, che la scomparsa della materia amilacea è indipendente dal cominciare della respirazione e vuol provare che certi tessuti azotati hanno origine da un proto-plasma amilaceo il quale va diminuendo a misura che quei tessuti si accostano ad un certo stato di maturità e quindi prima che la respirazione cominci. Le cellule epiteliali della pelle sono ricche di materia amilacea sopra tutto nel primo periodo. I punti ove le cellule

si aggregano assieme quando cominciano a spuntare le penne o i peli, contengono molta materia amilacea. Così l'ugna di un feto di vitello di 4 mesi conteneva più di un settimo di materia amilacea. Quando il feto era quasi interamente sviluppato non vi si trovava più materia amilacea. L'A. dà diversi quadri dai quali risulta che la materia amilacea cresce in tutti i tessuti dei feti fino a che essi sono giunti a un certo sviluppo; ma che anche prima della nascita la materia amilacea è quasi interamente scomparsa. Questa ricerca è stata fatta specialmente sui muscoli e sul cuore tenendo conto del diverso sviluppo dell'embrione e della quantità di materia amilacea trovata in un dato peso del tessuto muscolare del cuore. L'A. ha trovato che prima della nascita, quella materia era quasi scomparsa, mentre era molto abbondante nei primi tempi della vita embrionaria. Intanto il fegato che è l'organo destinato a formare la materia amilacea nell'adulto, cresce via via dopo la nascita e quella materia non apparisce nel fegato che quando l'embrione è già molto avanti nello sviluppo.

A che dunque serve questa materia amilacea durante la vita fetale? Se si ammette che non si converte nè in zucchero nè in grasso, bisogna considerarla come destinata a trasformarsi combinata all'azoto in una materia organizzata azotata.



**RICERCHE SULLA RESISTENZA RESPETTIVA DEI SOLIDI CHE
HANNO SEZIONE COMPLICATA; DEL PROF. L. PACINOTTI
E DEL DOTT. C. DESIDERI.**

§. I.

INTRODUZIONE

Spessissimo nella pratica occorre determinare la resistenza rispettiva di solidi la di cui sezione retta sia di forma particolare come o un trapezio, o un triangolo, o a guisa di un T, e anche più complicata, e che non sono presi in considerazione nei trattati. La mancanza perciò di formule ed esperienze relative a queste forme speciali, ci ha spinti ad intraprenderne lo studio applicandovi il calcolo non solo, ma cercando ancora di verificare i risultati teoricamente ottenuti, con esperienze eseguite con la maggiore diligenza possibile — Per introdurci alle formule diremo i principii dai quali ci siamo partiti .

Allorquando si sottopone una sbarra di qualunque materia, purchè omogenea, e di qualunque forma, ad essere piegata per mezzo di un peso attaccato ad uno degli estremi, tenendo ben fisso l'altro, è evidente che, parte delle fibre componenti la detta sbarra tendendo ad allungarsi e parte ad accorciarsi, ve ne dovrà essere uno strato, e precisamente quello che segna il limite fra le prime e le seconde, che non soffrirà alterazione veruna. A questo si dà il nome di *strato delle fibre inalterabili*. Ciò posto, sia A B (*Tav. II. fig. 1*) il solido

in questione. Prendiamo per origine delle x ed y un punto situato all'estremo fissato. Alla distanza x dall'origine con un piano si formi una sezione retta $o m o' m'$. L'intersezione di questo piano con quello delle fibre inalterabili avvenga secondo la retta $o o'$ la quale potrà rappresentarci la situazione della *fibra trasversale inalterabile*. Preso il punto o per origine, riferiamo tutti i punti della sezione ai due assi rettangolari $o u$, $o v$. È chiaro che in questa sezione le fibre allungate resteranno dalla parte delle v positive, le compresse dalla parte delle v negative; inoltre avremo queste due condizioni:

1.^a La somma delle resistenze delle fibre allungate dovrà eguagliare quella delle fibre compresse.

2.^a La somma dei momenti di queste resistenze, presi rapporto all'asse $o u$, dovrà eguagliare il momento del peso P .

Per tradurre in analisi queste due condizioni fondamentali cominceremo da osservare che la resistenza di una fibra qualunque deve essere proporzionale all'area della sua sezione trasversale, all'allungamento che soffre per ogni unità di misura, all'elasticità della materia. Chiamando pertanto ρ il raggio del circolo osculatore alla curva che acquista il solido nel punto ove trovasi la sezione, dx la lunghezza infinitesima di una fibra qualunque, avremo espresso l'allungamento di questa da $dx \frac{v}{\rho}$, perchè condotti agli estremi di dx i due raggi

osculatori estremamente prossimi si hanno triangoli simili, dai quali si deduce che ρ sta a dx come l'ordinata v della fibra sta all'allungamento che questa soffre. E l'allungamento per

l'unità di misura sarà $\frac{dx \frac{v}{\rho}}{dx} = \frac{v}{\rho}$; e detta $du dv$ la sezione della fibra medesima, la resistenza verrà espressa da $\frac{E}{\rho} v du dv$, dove E è il coefficiente di elasticità della materia, ed il momento di questa resistenza per rapporto all'asse $o u$ sarà $\frac{E}{\rho} v^2 du dv$. Adunque se indichiamo con $v = \phi(u)$ l'equazione della curva che termina la parte della sezione contenente le fibre allungate, e con $v = f(u)$ l'equazione della curva che

termina la parte delle fibre compresse, posto $oo' = a$, $AB = b$, avremo espresse le rammentate due condizioni da

$$(1) \quad \int_0^a du \int_0^{f(u)} v dv = \int_0^a du \int_0^{\phi(u)} v dv$$

$$(2) \quad \frac{E}{\rho} \left\{ \int_0^a du \int_0^{f(u)} v^2 dv + \int_0^a du \int_0^{\phi(u)} v^2 dv \right\} = P(b - x)$$

dove P è il peso aggravante.

Siccome le flessioni alle quali si sogliono in pratica sottoporre i solidi sono sempre piccole, ci dispensiamo dal porre in calcolo i momenti delle forze verticali.

Il momento di resistenza si suole rappresentare con la lettera ε eguagliata alla (2) moltiplicata per ρ cioè:

$$(3) \quad \varepsilon = E \left\{ \int_0^a du \int_0^{f(u)} v^2 dv + \int_0^a du \int_0^{\phi(u)} v^2 dv \right\}.$$

È da notare che qualunque sia la sezione retta, la fibra inalterabile passa sempre pel centro di gravità della sezione medesima. Infatti per le notazioni stabilite

Indicando con A l'area $om'o'm$, l'ordinata del centro di gravità di questa area sarà

$$(4) \quad V = \frac{1}{2} \int_0^a \frac{[f(u)^2 - \phi(u)^2]}{A} du$$

per cui se per asse delle u prendiamo la fibra inalterabile oo' unitamente alla (4), dovrà sussistere la (1), dalla quale si ha

$$\frac{1}{2} \int_0^a [f(u)^2 - \phi(u)^2] du = 0$$

e quindi :

$$V = 0.$$

Passiamo ora all'applicazione di questi principii ai casi particolari.

§. II.

*Prismi la cui sezione retta è un trapezio
o un triangolo isoscele.*

Supponiamo che la sezione retta di un solido prismatico, sia un trapezio $A B C D$ (*fig. 2.*) con i lati paralleli orizzontali ed i lati non paralleli tra loro eguali.

Basterà in tal caso considerare soltanto la parte $D A E F$, ottenuta alzando una verticale sulla metà della base $D C$, e infine raddoppiare la resistenza che per quella parte troviamo.

Poniamo :

$$E F = c, \quad D F = \frac{1}{2} b, \quad A E = \frac{1}{2} b'$$

$$(a) \quad l = \frac{1}{3} (b - b').$$

La distanza $F G$ della fibra inalterabile dalla base $D F$ pongasi eguale ad $n c$. Per la proprietà dimostrata della fibra inalterabile (§. 1), evidentemente il valore di n verrà dato dalla

$$(b) \quad n = \frac{b + 2 b'}{3 (b + b')}$$

poichè $n c$ non è che la distanza della base $D C$ dal centro di gravità della sezione. Applicando la formola (3), avremo espresso il momento di resistenza [da quello del rettangolo $O G F p$, del rettangolo $O q D p$, meno quello del triangolo

O q D, e più quello del triangolo O r A, e del rettangolo A E G r : cioè da

$$\begin{aligned} \varepsilon = 2E \left\{ \int_0^{\frac{1}{2}b - ln} du \int_0^{nc} v^2 dv + \int_0^{ln} du \int_0^{nc} v^2 dv - \int_0^{ln} du \int_0^{u \frac{c}{l}} v^2 dv \right. \\ \left. + \int_0^{l(1-n)} du \int_0^{n \frac{c}{l}} v^2 dv + \int_{l(1-n)}^{l(1-n) + \frac{1}{2}b} du \int_0^{c(1-n)} v^2 dv \right\}. \end{aligned}$$

Eseguendo le integrazioni e ponendo mente alla formula (a) avremo

$$(5) \quad \varepsilon = \frac{E}{6} \left\{ bc^3 \left(\frac{1}{2} - 2n + 3n^2 \right) + b'c^3 \left(\frac{3}{2} - 4n + 3n^2 \right) \right\}$$

nella quale n ha il valore dato dalla (b).

Facendo $b' = 0$ si ha la sezione triangolare isoscele e

$$(6) \quad n = \frac{1}{2}$$

per cui

$$(7) \quad \varepsilon = E \frac{bc^3}{36}.$$

Facendo $b = b'$ si ha la sezione rettangolare ed

$$(8) \quad n = \frac{1}{2}$$

per cui

$$(9) \quad \varepsilon = E \frac{bc^3}{12}.$$

Dal paragone della (9) con la (7) risulta che la resistenza di un solido a forma di prisma triangolare isoscele è precisamen-

te $\frac{1}{3}$ di quella di un solido a forma parallelepipedo rettangolare della medesima larghezza ed altezza.

Passiamo ad assegnare i mezzi per verificare con l'esperienza i risultati teoricamente ottenuti.

È ben conosciuta in pratica la formula

$$E = \frac{P' - P}{f' - f} \cdot \frac{a^3}{4 b c^3}$$

la quale deducesi dalla sopra riferita equazione (2), e somministra il coefficiente di elasticità della materia componente un parallelepipedo rettangolare di altezza c di larghezza b , per mezzo delle differenze delle frecce $f f'$ e dei pesi $P P'$ che le hanno prodotte, aggravando sul mezzo detto parallelepipedo sorretto da due sostegni distanti fra loro della quantità a . Da questa formula risulta

$$f' - f = \frac{P' - P}{4 E} \cdot \frac{a^3}{b c^3}.$$

Ora se in generale indichiamo con h il rapporto inverso fra le frecce $f f'$ date da un parallelepipedo e le frecce $F F'$ date da un solido qualunque, o il rapporto diretto tra i loro momenti di resistenza $\varepsilon' \varepsilon$ evidentemente avremo

$$(10) \quad F' - F = h (f' - f) = h \frac{P' - P}{4 E} \cdot \frac{a^3}{b c^3}.$$

Adunque, per vedere se la pratica combina colla teoria, basterà determinare sperimentalmente la differenza $F' - F$ e paragonarla al valore dato dalla (10).

Ciò premesso, passiamo a far vedere il paragone fra i risultati dell'esperienza e quelli della teoria, nel caso speciale che abbiamo preso in considerazione.

Il regolo di sezione a forma di trapezio che abbiamo sperimentato era di legno gattice. Il coefficiente di elasticità E , determinato con i metodi usati era

$$E = 1013559423.$$

In questo regolo si aveva

$$b = 0^m,03, \quad c = 0^m,06, \quad b' = 0^m,01$$

e quindi per le (b) e (5)

$$n = 0,416$$

$$\epsilon = E \cdot 0,00000033.$$

E siccome per un regolo, a sezione rettangolare dello stesso legno e delle dimensioni $b = 0^m,03$, $c = 0,06$ si avrebbe $\epsilon_1 = E \cdot 0,0000005397$, così risulta $\frac{\epsilon_1}{\epsilon} = h = 1,636$.

Quindi per la (10)

$$(11) \quad F - F' = (P - P') 0,000498.$$

Sottoposto il regolo a differenti pesi, sostenendolo per mezzo di due sostegni distanti fra loro della quantità $a = 2^m$, ed applicando i pesi alla metà della sua lunghezza abbiamo avuto i risultati mostrati dalla seguente tavola.

NUMERO delle esperienze	PESO aggravante	FRECCIA ottenuta
1. ^a	10 ^k	0 ^m ,0045
2. ^a	20 ^k	0, 0093
3. ^a	30 ^k	0, 0139

e confrontando questi risultati con i valori dati dalla (11) abbiamo formato ancora quest'altra tavola seguente

NUMERO delle esperienze	DIFFERENZA dei pesi	DIFFERENZA delle frecce secondo la (11)	DIFFERENZA delle frecce secondo l'esperienza
1. ^a e 2. ^a	10 ^k	0 ^m ,0049	0 ^m ,0048
1. ^a e 3. ^a	20 ^k	0, 0099	0, 0094
2. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 0049	0, 0046

dalla quale risulta che la differenza fra i risultati teorici e quelli dati dall'esperienza è assai piccola, e forse prodotta in gran parte dagli inevitabili errori che si commettono sperimentando anche con la più scrupolosa cura. Che se si volesse stare esattamente attaccati a quanto detta tavola ci dice, sembrerebbe che l'esperienza indicasse essere il regolo un poco più resistente di quello che non risulti dalle formule.

Per sperimentare i regoli a sezione triangolare isoscele, ne abbiamo usati due delle dimensioni che appresso:

$$1.^{\circ} \quad b = 0^m,02, \quad c = 0^m,03$$

$$2.^{\circ} \quad b = 0^m,04, \quad c = 0^m,06$$

è dello stesso legno che il regolo a sezione in forma di trapezio. Applicando la (7) analogamente al caso precedente si trova

$$(12) \quad \text{per il } 1.^{\circ} \quad F - F' = (P - P') 0,0109$$

$$(13) \quad \text{per il } 2.^{\circ} \quad F - F' = (P - P') 0,000684.$$

Cimentati a differenti pesi e nelle medesime condizioni che per l'altro regolo hanno portato ai risultati seguenti:

	NUMERO dell' esperienze	PESO aggravante	FRECCIA ottenuta
1. ^o regolo	1. ^a	2 ^k	0 ^m ,0235
	2. ^a	3 ^k	0, 0343
	3. ^a	5 ^k	0, 0560
2. ^o regolo	1. ^a	3 ^k	0 ^m ,0026
	2. ^a	5 ^k	0, 0040
	3. ^a	10 ^k	0, 0080
	4. ^a	15 ^k	0, 0112

e confrontando questi risultati con quelli dati dalla (12) e (13) abbiamo la qui annessa tavola

	NUMERO delle esperienze	DIFFERENZA dei pesi	DIFFERENZA delle frecce secondo la teoria	DIFFERENZA delle frecce secondo la esperienza
1. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	1 ^k	0 ^m ,0109	0 ^m ,0108
	1. ^a e 3. ^a	3 ^k	0, 0327	0, 0325
	2. ^a e 3. ^a	2 ^k	0, 0218	0, 0217
2. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	2 ^k	0 ^m ,00136	0 ^m ,00140
	1. ^a e 3. ^a	7 ^k	0, 00478	0, 00540
	1. ^a e 4. ^a	12 ^k	0, 0082	0, 0086
	2. ^a e 3. ^a	5 ^k	0, 0034	0, 0040
	2. ^a e 4. ^a	10 ^k	0, 0068	0, 0072
	3. ^a e 4. ^a	5 ^k	0, 0034	0, 0032

dalla quale si scorge come nel caso precedente, che i risultati teorici non differiscono molto da quelli sperimentali, e mentre per il primo regolo si è trovato il difetto sperimentale come nel caso precedente, per il secondo invece si è ottenuto quasi sempre opposto.

§. III.

Solidi la cui sezione è a forma di T o di I.

Si abbia un solido con sezione della forma indicata nella figura 3. Essendo questa sezione simmetrica alla perpendicolare P Q condotta sulla metà di A B, basterà considerare soltanto la parte Q A L P ed infine raddoppiare la resistenza che per quella troveremo.

Pongasi

$$Q T = \frac{1}{2} b, A T = b', G H = b''$$

$$A C = G L = c', Q P = c.$$

Supposto che la fibra inalterabile $o o'$ si trovi compresa nello spazio D H R E vediamo di precisarne la posizione. Poniamo per ciò $S P = n c$, e quindi $S Q = c (1 - n)$, e determiniamo il valore di n . Applicando la (1) collo spezzare la figura in rettangoli come sopra, avremo

$$\int_{-b''}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{nc} v dv - \int_0^{b''} du \int_0^{nc-c'} v dv = \int_{-b'}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{(1-n)c} v dv - \int_0^{b'} du \int_0^{(1-n)c-c'} v dv$$

la quale, eseguite l'integrazioni e risolta rapporto ad n , dà

$$(14) \quad n = \frac{4 b' c' c + b c^2 + 2 b'' c'^2 - 2 b' c'^2}{4 b'' c' c + 4 b' c' c + 2 b c^2}.$$

Il momento di flessione essendo dato da

$$= 2E \left[\int_{-b''}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{nc} v^2 dv - \int_0^{b''} du \int_0^{nc-c'} v^2 dv + \int_{-b'}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{(1-n)c} v^2 dv - \int_0^{b'} du \int_0^{(1-n)c-c'} v^2 dv \right]$$

eseguendo l'integrazioni e moltiplicando per 2 in virtù della (3) troveremo

$$\begin{aligned} 5) \quad \varepsilon = E \left[bc^3 \left(\frac{1}{3} + n^2 - n \right) + 2b' \left\{ \frac{c'^3}{3} + c^2 c' (1-n)^2 - c c'^2 (1-n) \right\} \right. \\ \left. + 2b'' \left\{ \frac{c'^3}{3} + c^2 c' n^2 - c c'^2 n \right\} \right] \end{aligned}$$

nella quale n ha il valore dato dalla (14).

Facendo $b' = b''$ avremo le formule per un solido di sezione come indica la figura 4, cioè

$$n = \frac{1}{2}$$

ed

$$\begin{aligned} (16) \quad \varepsilon &= \frac{E}{6} \left\{ \frac{1}{2} bc^3 + b' c^3 - b' (c - 2c')^2 \right\} \\ &= E \left\{ \frac{bc^3}{12} + b' \left(\frac{4}{3} c'^3 + c^2 c' - 2cc' \right) \right\}. \end{aligned}$$

Facendo nella (14) e (15) $b'' = 0$ avremo le formule per un solido la cui sezione sia come la figura 5. cioè

$$(17) \quad n = \frac{4b'c'c + bc^2 - 2b'c'^2}{4b'c'c + bc^2 - 2b'c'^2}$$

ed

$$1) \quad \varepsilon = E \left[bc^3 \left(\frac{1}{3} - n + n^2 \right) + 2b' \left(\frac{c'^3}{3} + c^2 c' (1-n)^2 - c c'^2 (1-n) \right) \right]$$

I regoli delle tre forme accennate (*fig. 3, 4, 5*), che noi per brevità indicheremo con i numeri 1.° 2.° e 3.°, su' quali abbiamo sperimentato erano di gattice e per tutti si aveva

$$E = 1013559423.$$

Le dimensioni erano

$$\text{per il 1.°} \quad b = 0,03, \quad b' = 0,015, \quad b'' = 0,0075$$

$$c = 0,06 \quad c' = 0,01$$

$$\text{per il 2.° e 3.°} \quad b = 0,03, \quad b' = 0,015, \quad c = 0,06, \quad c' = 0,01.$$

Istituiti questi valori nelle formule (15) (16) (18) e (14) (15), (17) si ha

$$\text{per il 1.°} \quad \varepsilon = E \cdot 0,000000811$$

$$\text{per il 2.°} \quad \varepsilon = E \cdot 0,00000092$$

$$\text{per il 3.°} \quad \varepsilon = E \cdot 0,000000793$$

i quali valori paragonati a quello di un regolo a sezione rettangolare $b \ c$, essendo $b = 0,03$ $c = 0,06$, cioè

$$\varepsilon_1 = E \cdot 0,00000054$$

hanno dato

$$\text{per il 1.°} \quad h = \frac{1}{1,501}$$

$$\text{per il 2.°} \quad h = \frac{1}{1,703}$$

$$\text{per il 3.°} \quad h = \frac{1}{1,468}$$

per cui applicando la (10) supposto $a = 2^m$

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{per il 1.}^\circ & F - F' = (P - P') 0,000202 \\ \text{per il 2.}^\circ & F - F' = (P - P') 0,000178 \\ \text{per il 3.}^\circ & F - F' = (P - P') 0,000207. \end{array} \right.$$

Tenuti sospesi questi regoli all'estremità per due sostegni distanti fra loro della quantità $a = 2^m$ ed aggravati al mezzo con differenti pesi, ecco i risultati a' quali siamo pervenuti.

	NUMERO delle esperienze	PESO aggravante	FRECCHE ottenute
1.° regolo	1. ^a	20 ^k	0 ^m ,00520
	2. ^a	30 ^k	0, 0073
	3. ^a	40 ^k	0, 0090
	4. ^a	50 ^k	0, 0110
2.° regolo	1. ^a	20 ^k	0 ^m ,0040
	2. ^a	30 ^k	0, 0055
	3. ^a	40 ^k	0, 0075
	4. ^a	50 ^k	0, 0092
3.° regolo	1. ^a	20 ^k	0 ^m ,0055
	2. ^a	30 ^k	0, 0076
	3. ^a	40 ^k	0, 0097
	4. ^a	50 ^k	0, 0120

E quindi la seguente tavola di confronto .

	NUMERO delle esperienze	DIFFERENZA dei pesi	DIFFERENZA delle frecce secondo la (19)	DIFFERENZA delle frecce secondo l'esperienza
1. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	10 ^k	0 ^m ,00202	0 ^m ,0021
	1. ^a e 3. ^a	20 ^k	0, 00404	0, 0038
	1. ^a e 4. ^a	30 ^k	0, 00606	0, 0058
	2. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 00202	0, 0017
	2. ^a e 4. ^a	20 ^k	0, 00404	0, 0037
	3. ^a e 4. ^a	10 ^k	0, 00202	0, 0020
2. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	10 ^k	0 ^m ,0017	0 ^m ,0015
	1. ^a e 3. ^a	20 ^k	0, 0035	0, 0035
	1. ^a e 4. ^a	30 ^k	0, 0053	0, 0052
	2. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 00178	0, 0020
	2. ^a e 4. ^a	20 ^k	0, 00356	0, 0037
	3. ^a e 4. ^a	10 ^k	0, 0017	0, 0017
3. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	10 ^k	0 ^m ,00207	0 ^m ,0021
	1. ^a e 3. ^a	20 ^k	0, 00414	0, 0042
	1. ^a e 4. ^a	30 ^k	0, 00621	0, 0065
	2. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 00207	0, 0021
	2. ^a e 4. ^a	20 ^k	0, 00414	0, 0044
	3. ^a e 4. ^a	10 ^k	0, 00207	0, 0023

dalla quale si vede che anche per questi casi i risultati teorici non differiscono molto dalli sperimentali, perchè le differenze sono talvolta in più ed altre volte in meno .

§. IV.

Alcune altre forme speciali — Formule ed esperienze.

Abbiassi un regolo di sezione come la figura 6. Essendo questa sezione simmetrica attorno alla retta E C perpendicolare alla metà di A A' basterà considerare soltanto la parte G E C A e raddoppiare in fine il risultato che per quella troveremo.

Per maggiore semplicità noi non considereremo che il caso nel quale la fibra inalterabile o o' sia compresa nello spazio H M M' H'.

Poniamo

$$F E = o o' = B C = \frac{1}{2} b$$

$$G F = p', \quad A B = p, \quad F H = l', \quad M B = l$$

$$o' C = n c, \quad o' E = c (1 - n)$$

$$o M = n c - l, \quad o H = c (1 - n) - l'.$$

Applicando la (1) § 1 abbiamo

$$\int_{-p}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{nc} v dv - \int_0^p du \int_0^{\frac{1}{p}x+nc-l} v dv = \int_{-p'}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{c(1-n)} v dv - \int_0^{p'} du \int_0^{\frac{l'}{p'}x+c(1-n)-l'} v dv$$

dalla quale, eseguendo le integrazioni, si ricava

$$(20) \quad n = \frac{\frac{1}{2}c(\frac{1}{2}b + p'l') + \frac{1}{6}(l^2p - l'^2p')}{c[\frac{1}{2}b + \frac{1}{6}(pl + p'l')]}.$$

Applicando la (3) abbiamo

$$\varepsilon = E \left\{ \int_{-p}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{nc} v^2 dv - \int_0^p du \int_0^{\frac{1}{p}x+nc-1} v^2 dv \right. \\ \left. + \int_{-p'}^{\frac{1}{2}b} du \int_0^{c(1-n)} v^2 dv - \int_0^{p'} du \int_0^{\frac{1}{p'}x+c(1-n)-1} v^2 dv \right\}$$

nella quale eseguendo le occorrenti integrazioni e moltiplicando per 2 avremo finalmente per il nostro solido

$$(21) \quad \varepsilon = E \left[bc^3 \left(n^2 - n + \frac{1}{3} \right) + c^3 \left\{ n^2 (lp + l'p') - 2l'p'n + l'p' \right\} \right. \\ \left. + \frac{2c}{3} \left\{ n (l'^2 p'^2 - l'^2 p^2) - l'^2 p' \right\} + \frac{1}{6} (l^2 p + l'^2 p') \right]$$

nella quale n ha il valore dato dalla (20).

Facendo nella (20) e (21) $p = p'$ $l = l'$ abbiamo le formule per un solido di sezione come la figura 7, cioè

$$n = \frac{1}{2}$$

$$(22) \quad \varepsilon = E \left(\frac{bc^3}{12} + \frac{c^3}{2} lp - \frac{2}{3} cl^2 p + \frac{l^3 p}{3} \right)$$

e se in questa facciamo $l = \frac{1}{2} c$ abbiamo la formula per un solido di sezione come la figura 8 cioè

$$(23) \quad \varepsilon = E \frac{c^5 (b + \frac{5}{4} p)}{12}$$

la quale ci mostra come un solido di sezione A B C D abbia la stessa resistenza che un parallelepipedo di sezione $a b$ B D.

Facendo nella (20) e (21) $p' = 0$, abbiamo le formule per un solido di sezione come la figura 9 cioè

$$(24) \quad n = \frac{\frac{1}{2} b c + \frac{1}{2} l^2 p}{c b + p l c}$$

ed

$$(25) \quad \varepsilon = E [b c^3 (n^2 - n + \frac{1}{2}) + c^2 n^2 l p - \frac{2}{3} c l^2 p + \frac{1}{2} l^3 p]$$

nella quale n ha il valore dato dalla (24).

Esperienze. I solidi sopra i quali abbiamo sperimentato hanno le sezioni come le figure 7, 8, e 9, e per brevità noi li indicheremo rispettivamente con i numeri 1 2 e 3.

Nel regolo N.° 1 si aveva

$$b = 0,015, \quad c = 0,04 \quad l = 0,01, \quad p = 0,008$$

Nel regolo N.° 2 si aveva

$$b = 0,019 \quad c = 0,063 \quad p = 0,008$$

Nel regolo N.° 3 era

$$b = 0,015 \quad c = 0,04 \quad l = 0,01 \quad p = 0,008$$

Ponendo questi valori nelle formule (22) (23) (24) e (25), praticando analogamente ai casi precedenti, fatti i calcoli si trova.

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{per il 1.}^\circ \quad F - F' = (P - P') 0,00132. \\ \text{per il 2.}^\circ \quad F - F' = (P - P') 0,00032. \\ \text{per il 3.}^\circ \quad F - F' = (P - P') 0,0018. \end{array} \right.$$

dopo avere avvertito che per il 1.° e 3.° si aveva

$$E = 101359423$$

198
e per il 2.^o

$$E = 918112348.$$

Sostenuti i detti regoli per due sostegni distanti fra loro della quantità $a = 2^m,005$, ed aggravati al mezzo da differenti pesi ecco i risultati ottenuti ,

	NUMERO delle esperienze	PESO aggravante	FRECCHE ottenute
1. ^o regolo	1. ^a	10 ^k	0 ^m ,014
	2. ^a	15 ^k	0, 021
	3. ^a	20 ^k	0, 028
2. ^o regolo	1. ^a	20 ^k	0, ^m 0075
	2. ^a	30 ^k	0, 0105
	3. ^a	40 ^k	0, 0140
3. ^o regolo	1. ^a	10 ^k	0 ^m ,019
	2. ^a	15 ^k	0, 028
	3. ^a	20 ^k	0, 037

Dai quali risultati si ottiene la seguente tavola di confronto .

	NUMERO delle esperienze	DIFFERENZA dei pesi	DIFFERENZA delle frecce secondo la (26)	DIFFERENZA delle frecce secondo l'esper.
1. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	5 ^k	0 ^m ,0066	0 ^m ,0070
	1. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 0132	0, 0140
	2. ^a e 3. ^a	5 ^k	0, 0066	0, 0070
2. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	10 ^k	0 ^m ,0032	0 ^m ,0030
	1. ^a e 3. ^a	20 ^k	0, 0064	0, 0065
	2. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 0032	0, 0035
3. ^o regolo	1. ^a e 2. ^a	5 ^k	0 ^m ,009	0 ^m ,009
	1. ^a e 3. ^a	10 ^k	0, 018	0, 018
	2. ^a e 3. ^a	5 ^k	0, 009	0, 009

Quindi concludiamo che anche in queste sezioni si ha un accordo assai approssimato tra la teoria e l'esperienza, e che in generale il metodo da noi seguito per determinare il momento di resistenza nei solidi prismatici di sezioni complicate è esatto.

Ognuno facilmente comprenderà che alla sezione di trapezio o di triangolo, e di T, o di I, con gli agetti rettangolari e triangolari, da noi fin qui prese in considerazione si possono nella pratica riportare molte altre sezioni analoghe che non sono conterminate precisamente da rette, ma da curve più o meno pronunziate. Poichè quando si voglia valutare la resistenza con approssimazione si sostituirà la linea retta alla curva intendendo levata una parte del solido ed aggiunta altra parte che faccia a quella compenso. Contuttociò intendiamo che quan-

do la curva dipende da una equazione conosciuta se occorra tener rigore nei calcoli sarà bene tornare alle equazioni fondamentali (1), e (3) ed estendervi gli integrali come richiede la legge della curvatura. Che se, mancanti della cognizione di questa legge vogliasi un'approssimazione, e in tutti quei casi nei quali le curvature non permettessero di riportarsi alle linee rette proponiamo di seguire il metodo che appresso applichiamo ad una sezione (*fig. 10*) analoga a quella delle rotaie delle Strade ferrate (*fig. 11 e 12*). Si conduca normalmente all'asse della sezione una retta per il centro di gravità oo' e questa indica la posizione nelle fibre inalterabili; si divida questa retta a partire dal centro o in parti b eguali sulla destra e sulla sinistra, determinando la piccolezza di queste parti a seconda della maggior precisione che vogliamo nel calcolo. Fatta ciascuna di due millimetri sarà sempre di una approssimazione grande. Si alzino, come in parte mostra la *figura 10*, tante perpendicolari da ciascun punto di divisione sopra la detta retta le quali giungano alla curva che alla estremità superiore ed inferiore della sezione determina la sua altezza. Allora potrà la sezione considerarsi come composta di tanti rettangoli della base b , e dell'altezza più o meno grande c che essi hanno dalla oo' alle dette curve estreme, dai quali vengano sottratti i rettangoli che stanno nella parte incavata della nostra sezione che hanno la stessa base b e le altezze più o meno grandi c_1 le quali vanno a terminare alla curva interna della sezione. Onde potrà dirsi la sezione $= b (\sum c - \sum c_1)$. Anche il momento della resistenza di tutto il solido potrà aversi come risultante dalla somma dei momenti di resistenza di tanti prismi rettangolari che abbiano rispettivamente per sezione i rammentati rettangolini, e perciò ritornando alla sezione rettangolare (9) dovremo partirci dalla posizione della fibra invariabile che è alla metà dell'altezza c . Quindi fattovi $c = 2 C$ si ridurrà il momento di resistenza di quella $\epsilon = \frac{2}{3} E b c^3$ per due rettangoli della base b e dell'altezza c onde per un solo di questi si avrebbe $\epsilon = \frac{1}{3} E b C^3$ e nel caso nostro considerata la somma dei rettangolini

$$(26) \quad \epsilon = E \frac{1}{3} b (\sum c^3 - \sum c_1^3) .$$

E qui crediamo utile avvertire che questo valore non sarebbe stato il medesimo ove si fossero presi i piccoli rettangoli per tutta l'altezza della sezione, giacchè dovendo elevare a cubo le rispettive altezze c di quelli che giungono fino alle estremità esterne, e le altre c , di quelli che giungono alla fine degli incavi si sarebbero ottenuti numeri diversi. Si potrà dunque usare la formula (9) solo nel caso che la compressione delle fibre segua in una sezione rettangolare eguale a quella in cui segue la loro distensione, e dovrà usarsi la formula (26) quando risultano differenti le due parti rettangolari della sezione. Infatti nel solido (fig. 5) fatto ad I ove era $b' = b''$ ed $n = \frac{1}{2}$, per la formula (9) si ha

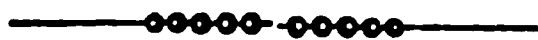
$$E = \frac{E}{12} \left(b c^3 + 2 b' c^3 - 2 b'' (c - 2 c')^3 \right)$$

è per la formula (26) si ha pure

$$E = \frac{E}{3} \left(2 \frac{b c^3}{8} + 4 \frac{b' c^3}{8} - 4 b' \left(\frac{1}{2} c - c' \right)^3 \right)$$

ed ambidue questi valori corrispondono a quello che si è trovato (16) di sopra.

DOTT. CARLO DESIDERI.



RIVISTA DI LAVORI SULLA ELETTRO-DINAMICA,
PUBBLICATI ALL' ESTERO; PER R. F.

Formule di NEUMANN, per l' induzione — Legge fondamentale dell'elettrodinamica, di WEBER — Teoria dell' induzione per strisciamento, di MOST (Poggendorff, anno 1864 N.º 5) — Sul moto della elettricità nei conduttori, teoria di KIRCHHOFF — Sul moto della elettricità nei conduttori per WEINGARTEN (Giornale di Crelle, V. LXIII. 1864.)

Molti lavori stranieri sulla elettro-dinamica sono poco conosciuti fra noi; perchè ancora non ne parlarono i libri scolastici di Fisica e neppure alcuni trattati speciali, od i giornali pubblicati in francese. Fra quei poco conosciuti sono anche i lavori di W. Weber, abbenchè essi contino già molti anni, e siano raccomandati da un tal nome.

Weber propose una formola atta ad esprimere generalmente le azioni elettriche a distanza conosciute, ed ora il Most, Professore nella Scuola Federigo-Guglielmo di Stettino, ha pubblicato un piccolo lavoro che ha stretta relazione con quella formola di Weber, e che ne suppone una chiara conoscenza.

Pure recentemente il Roch, nel *Giornale di Crelle* trattò del moto della elettricità nei conduttori; e dopo lui e nello stesso giornale, il Veingarten trattò lo stesso soggetto con una breve memoria. L'analisi del Roch è molto estesa e comprende una parte della fisica matematica diversa da quella a cui destino la presente rivista; talmente che ora non farò pel lavoro del Roch che accennare certe formule, e piuttosto, relativamente a quelle stesse formule, dirò del lavoro del Weingarten. Ma questi ultimi lavori hanno stretta relazione con quelli di

Weber, e suppongono altresì la completa conoscenza della teoria proposta dal Kirchhoff, in luogo della già conosciuta teoria di Ohm.

Ecco le ragioni che mi condussero ad estendere questa rivista anche a lavori pubblicati da molti anni; e so bene che per alcun lettore dirò molte cose superflue, ma egli allora saprà valutarmi la buona intenzione.

§. 1. *Formule di Neumann per l'induzione* — Prima di tutto è d'uopo rammentare le formule, o la teoria di Neumann per l'induzione elettro-dinamica. Neumann ammette che la forza elettro-motrice indotta durante l'elemento di tempo dt dall'elemento $d\sigma$, inducente, sull'elemento ds , indotto, sia proporzionale alla componente secondo la direzione o del moto di ds , relativamente a $d\sigma$, della forza elettro-dinamica che potrebbe essere esercitata da $d\sigma$ su ds , se quest'ultimo fosse percorso dall'unità di corrente; ed ammette pure il Neumann che tal forza elettro-motrice sia proporzionale alla velocità relativa $\frac{do}{dt}$; e che sia diretta in modo tale che l'azione elettro-dinamica alla quale essa darebbe luogo fra i due elementi ds e $d\sigma$, tenderebbe a distruggere il moto relativo, causa prima dell'induzione.

Nella teoria di Ampère si ammette che la forza elettro-dinamica, di attrazione o di repulsione, che può esercitarsi fra due elementi $d\sigma$ e ds sia diretta secondo la retta r che li congiunge, e che sia espressa analiticamente da

$$+ ii' \frac{ds d\sigma}{r^2} \left(r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} \right);$$

i ed i' sono le intensità delle due correnti in ds e in $d\sigma$; perciò, secondo le premesse di Neumann la forza elettro-motrice elementare, esercitata da ds su $d\sigma$ nell'elemento di tempo dt sarà espressa da

$$- i \varepsilon \frac{dt ds d\sigma}{r^2} \left(r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} \right) \frac{dr}{do} \frac{do}{dt},$$

ove ϵ è una costante la di cui determinazione numerica si fece da Weber. Così per circuiti filiformi la somma delle forze elettro-motrici indotte verrà espressa da

$$E = -\epsilon \iiint i \frac{dt ds d\sigma}{r^2} \left(r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} \right) \frac{dr}{do} \frac{do}{dt},$$

e quindi anche da

$$(1) \quad E = -\epsilon \iiint \frac{do ds d\sigma}{r^2} \left(r \frac{d^2 r}{ds d\sigma} - \frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} \right) \frac{dr}{do},$$

considerando s, o, σ funzioni del tempo.

Se si effettua la integrazione per parti relativamente ad s , del primo termine della espressione precedente di ϵ , si ottiene

$$E = -\epsilon \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_{o_1}^{o_2} do d\sigma \left[\frac{1}{r} \frac{dr}{do} \frac{dr}{d\sigma} \right]_{s_1}^{s_2} + \epsilon \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_{o_1}^{o_2} \int_{s_1}^{s_2} \frac{do d\sigma ds}{r^2} \left[r \frac{d^2 r}{do ds} - \frac{1}{2} \frac{dr}{do} \frac{dr}{ds} \right] \frac{dr}{ds}$$

Continuando ora ad eseguire la integrazione per parti nel primo termine del secondo integrale, e relativamente ad o ; e poi dopo ripetendo nel risultato ottenuto una simile operazione relativamente a σ , si riprodurrà nel secondo membro della equazione il valore di E preso con segno contrario a quello del primo membro, per cui saremo condotti alla seguente formula

$$(2) \quad E = -\frac{\epsilon}{2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_{o_1}^{o_2} do d\sigma \left[\frac{1}{r} \frac{dr}{do} \frac{dr}{d\sigma} \right]_{s_1}^{s_2} + \frac{\epsilon}{2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_{s_1}^{s_2} d\sigma ds \left[\frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{ds} \right]_{o_1}^{o_2} \\ - \frac{\epsilon}{2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_{o_1}^{o_2} ds do \left[\frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{do} \right]_{s_1}^{s_2}.$$

Tale è la teoria del Neumann sull'induzione; la qual teoria, come abbiamo veduto, si fonda sulla legge così detta di

Lenz. Però è da osservarsi che quella legge intende solo a determinare la direzione della corrente indotta in un circuito, o in una parte finita qualunque di un circuito *chiuso*; e questa direzione non dipende da quella della forza elettro-motrice eccitata in una data parte soltanto, ma dalla somma di tutte le forze eccitate in tutto il circuito. Il Neumann poi completò, ipoteticamente, quella legge per ciò che riguarda la intensità della induzione. Nulladimeno come è noto, la precedente espressione algebrica del valore di E coincide esattamente con quella da me ottenuta, seguendo per la sua ricerca un modo affatto sperimentale, e simile a quello seguito da Ampère nella sua *teoria dei fenomeni elettro-dinamici*; onde credo che debba ritenersi la precedente formula come rigorosamente dimostrata: vale a dire che integrazioni fatte, essa non può dare che risultati conformi al vero, ma limitandosi a casi di circuiti chiusi e filiformi; questa limitazione ha teoricamente un valore grandissimo, e non potrebbero neppure ritenersi dimostrati i dati dai quali il Neumann partì per ottenere quella formula, ma avremo occasione in seguito di riparlare di tutto ciò.

§. 2. Se i circuiti sono chiusi, ossia se le integrazioni si devono fare per curve chiuse, come succede nelle ordinarie esperienze, almeno per il circuito inducente, il primo e l'ultimo integrale della (2) spariranno fra i limiti, e resterà il secondo. Neumann nella teoria dell'induzione chiama potenziale la espressione

$$P(s, \sigma) = \iint \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} ds d\sigma ;$$

Così quando dei circuiti chiusi passano da una posizione O_1 , ove il potenziale è $P_1(s, \sigma)$, ad un'altra O_2 , ove il potenziale è $P_2(s, \sigma)$, la somma delle forze elettro-motrici indotte sarà espressa da

$$E = \frac{\varepsilon}{2} \cdot (P_2(s, \sigma) - P_1(s, \sigma)) .$$

Sulla formula (2) dobbiamo fare una osservazione assai importante pel seguito..

Se il circuito inducente è chiuso il terzo integrale della (2) sparisce e restano i soli due primi; or dunque in questo caso consideriamo il quadrilatero curvilineo formato dalle quattro linee curve, delle quali due rappresentano la posizione iniziale e la finale prese dal circuito indotto nel suo moto, durante un tempo qualunque; e le altre due curve furono tracciate dalle due estremità del circuito medesimo; ognuno dei due integrali che rimangono alla (2) si compone di due potenziali di segni differenti, ma appunto tali che si scorge facilmente che se si indica con p la curva di tutto il quadrilatero, il valore di E può rappresentarsi come segue

$$(3) \quad E = \frac{\epsilon}{2} \iint \frac{d\sigma dp}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{dp},$$

posto che non vi sia soluzione di continuità, ed intendendo estese le integrazioni a tutto il quadrilatero chiuso, come se fosse interamente formato da un filo conduttore e continuo. Egli è evidente che supponendo immobile il circuito indotto, e in moto l'inducente un simile teorema (3) può applicarsi anche per una parte qualunque in moto del circuito inducente.

La (3) dà la somma delle forze elettro-motrici indotte in un filo, o da un filo conduttore piegato secondo una curva aperta, e che durante il suo moto striscia colle sue due estremità sopra una superficie metallica, o sopra due parti qualunque conduttrici, che nell'esperienze possono servire a mantenere il circuito metallicamente chiuso, ed in comunicazione con il galvanometro. È questo un teorema di Neumann che sarà da noi ricordato quando parleremo dell'induzione per *strisciamento*. (*Gleitstellen*).

§. 3. È utile fin d'ora l'accennare che siccome si ha

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dp} = \frac{1}{2r^2} \frac{d(r^2)}{dp},$$

se si eseguisce la integrazione per parti, relativamente a σ ,

in una espressione della forma (3), e se σ è una curva chiusa, si avrà

$$E = \frac{1}{4} \epsilon \iint \frac{1}{r} \frac{d^2(r^2)}{d\sigma dp} d\sigma dp ,$$

perchè un altro termine che sarebbe risultato da quella integrazione scomparirebbe ai limiti.

Derivando la espressione:

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 ,$$

ove x, y, z e ξ, η, ζ sono le coordinate di ds , e di $d\sigma$, si ha

$$\frac{d^2(r^2)}{d\sigma dp} = -2 \cos(d\sigma, dp) ,$$

e perciò si può anche porre, se σ è chiusa,

$$E = -\frac{\epsilon}{2} \iint \frac{d\sigma dp}{r} \cos(d\sigma, dp) ,$$

Finalmente si può considerare il caso dell'induzione per una variazione nella intensità i della corrente inducente; così per esempio, nel caso dell'anzidetto *strisciamento* possono nuove parti del circuito della pila entrare a comporre il circuito inducente, mentre il conduttore mobile compie il suo movimento. In questo caso la intensità della forza elettro-motrice indotta per l'aumento di corrente nell'istante dt sarà espressa da

$$\epsilon P(s, \sigma) \frac{di}{dt} dt ;$$

e la forza indotta per la variazione del circuito sarà espressa da

$$\epsilon i \frac{dP(s, \sigma)}{dt} dt .$$

Così la forza elettro-motrice indotta nel tempo $t_1 - t_0$ sarà espressa generalmente da

$$E = \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} dt \left(P(s, \sigma) \frac{di}{dt} + i \frac{dP(s, \sigma)}{dt} \right) = \varepsilon \left(i_1 \cdot P_1(s, \sigma) - i_0 \cdot P_0(s, \sigma) \right).$$

§. 4. *Legge fondamentale di Weber.* — Weber si propose di esprimere con una sola formula (in una sola legge) le diverse leggi conosciute dei fenomeni dovuti alle azioni a distanza della elettricità, cioè la legge di Coulomb, la formula di Ampère, e quella dell'induzione.

Immaginiamoci due masse elettriche di nome contrario $+e, -e$, che scorrano contemporaneamente, in senso opposto, e con velocità costanti $+u, -u$ lungo un elemento del filo conduttore di una pila; e consideriamo ancora un altro simile elemento; percorso in simil modo da due masse elettriche $+e', -e'$, con velocità $+u', -u'$. Se si rappresentassero le azioni reciproche di queste quattro masse per mezzo della legge di Coulomb solamente, si otterrebbe una somma di quattro forze, ciascuna delle quali sarebbe diretta secondo la loro distanza r , la qual somma sarebbe evidentemente uguale a zero. Il Weber fa dipendere l'azione fra due masse qualunque e ed e' dalla lor velocità relativa, nella direzione della retta r che misura la loro distanza; ma avendo il Weber ben presto osservato che tale ipotesi non era sufficiente per la spiegazione dei fatti, egli ammise ancora nella sua formula, oltre la prima derivata della r relativamente al tempo, anche la seconda derivata, ossia la accelerazione dell'elemento di massa e , nella direzione della stessa linea r . Così il Weber propose la formula

$$W = \frac{ee'}{r^2} \left[1 + \alpha \left(\frac{dr}{dt} \right)^n + \beta \left(\frac{d^2r}{dt^2} \right)^m \right]$$

ove α, β, n ed m sono da determinarsi.

Con questa formula calcola Weber l'azione che risulta da quella reciproca fra le due coppie di masse $(+e, -e)$ e

(+ e' , - e'); il che è facile per il Weber, giacchè egli non fa che prendere la somma di quattro forze, tutte dirette secondo la loro comune distanza r , perchè in ogni elemento Weber suppone che vi sia uguale massa di fluido di un nome quanto di nome contrario, come se fossero sovrapposte. Ma per la determinazione di quelle costanti, conviene ridurre la formula a dei casi particolari facendone sempre il confronto con quella di Ampère, la quale è presa da Weber come un dato della esperienza. E ciò prima di tutto conduce Weber alla conseguenza che n sia un numero pari e positivo; per cui Weber, facendo l'ipotesi la più semplice, pone $n = 2$; e quindi dalla determinazione fatta in simil modo di m di α e di β si ha finalmente la formula

$$(1) \quad W = \frac{e e'}{r^2} \left[1 - \frac{\alpha^2}{16} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{8} r \frac{d^2 r}{dt^2} \right].$$

Tale determinazione non credo che possa farsi rigorosamente; tanto più che non si può, a tutto rigore, prendere la formula di Ampère come che sia assolutamente dimostrata pel caso di due soli elementi. Ampère, mi pare, non fece che dimostrare che facendo uso di quella sua formula, ma integrando per circuiti dei quali uno almeno fosse chiuso, i risultati finali del calcolo dovevano essere conformi alla esperienza; e tuttora sarebbe da dimostrare se o no, e credo che sì, si potessero aggiungere a quella formula altri termini, i quali avrebbero a sparire integrazioni fatte.

Ma circa alla forma immaginata per la (1) è molto utile l'osservare, che se nella nota formula di Ampère, cioè nella

$$- \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - r \frac{d^2 r}{ds ds'} \right),$$

si considera il tempo come variabile indipendente, se si pone,

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{ds'} \frac{ds'}{dt},$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \frac{ds^2}{dt^2} + 2 \frac{d^2 r}{ds ds'} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{ds'}{dt} + \frac{d^2 r}{ds'^2} \frac{ds'^2}{dt^2};$$

avendo

$$\frac{ds}{dt} = u, \quad \frac{ds'}{dt} = u',$$

ed u , e u' essendo supposti costanti; e se poi si ricavano dalle precedenti i valori di $\frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'}$, e di $\frac{d^2 r}{ds ds'}$ e si sostituiscono nella formula di Ampère, si mette subito in evidenza la forma speciale data alla (1), di questo paragrafo. Infatti il Weber seguendo questa via, cioè trasformando in tal modo la formula di Ampère, e supponendo sempre che in ciascun punto di un elemento voltaico vi siano sovrapposte due masse uguali e di nome diverso, ma dotate di velocità in senso contrario, arriva alla (1), che è detta la *legge fondamentale di Weber*.

§. 5. La (1) del paragrafo 3.^o si riferisce solo a due masse e ed e' ; e per avere l'azione fra due elementi ponderabili, bisogna, come già lo dicemmo, calcolare le azioni reciproche fra le due coppie $(+e, -e)$ e $(+e' - e')$; come, per esempio, nel caso seguente dell'azione repulsiva, od attrattiva, elettro-dinamica, fra due elementi di conduttori voltaici.

Siano in moto negli elementi ds e ds' di due fili conduttori le masse elettriche $\pm e ds$, e $\pm e' ds'$, con le rispettive velocità $\frac{ds}{dt} = c$, e $\frac{ds'}{dt} = c$. Indichiamo

con W_{++} l'azione di $+e ds$ sopra $+e' ds'$

con W_{--} l'azione di $-e ds$ su $-e' ds'$

con W_{+-} l'azione di $+e ds$ su $-e' ds'$

con W_{-+} l'azione di $-e ds$ su $+e' ds'$,

cosicchè l'azione totale cercata sarà espressa da

$$W_s = W_{++} + W_{--} + W_{+-} + W_{-+}$$

ossia, ritenendo sempre lo stesso modo di notazione, ⁽¹⁾ e facendo attenzione ai segni dei prodotti delle masse,

$$W_s = \frac{ee' ds ds'}{16 r^2} a^2 \left[- \left\{ \left(\frac{dr_{++}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr_{--}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{+-}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + 2r \left(\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} \right) \right]$$

Si ha

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{ds'} \frac{ds'}{dt};$$

Poniamo in vece di $\frac{ds}{dt}$ e $\frac{ds'}{dt}$, i loro valori $\pm c$, $\pm c'$ costanti; e si avrà:

$$\frac{dr_{++}}{dt} = c \frac{dr}{ds} + c' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{--}}{dt} = -c \frac{dr}{ds} - c' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{+-}}{dt} = c \frac{dr}{ds} - c' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{-+}}{dt} = -c \frac{dr}{ds} + c' \frac{dr}{ds'}.$$

Ma si avrà ancora in generale

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + 2 \frac{d^2 r}{ds ds'} \frac{ds}{dt} \cdot \frac{ds'}{dt} + \frac{d^2 r}{ds'^2} \left(\frac{ds'}{dt} \right)^2;$$

⁽¹⁾ Questo modo di notazione lo ho preso dal recente Trattato del *Wiedemann. Die lehre vom Galvanismus...* von G. Wiedemann. Braunschweig. Druck und verlag von Fried. Vieweg. und Sohn. 1863.

e da questa equazione ricavando i valori particolari di

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2}, \quad \frac{d^2 r_{--}}{dt^2}, \quad \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2}, \quad \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2},$$

la espressione di W_s si ridurrà, ponendo $ee'c=i$, $a'e'c'=i'$ alla seguente

$$W_s = - \frac{ii' ds ds'}{r^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - r \frac{d^2 r}{ds ds'} \right),$$

che è la formula di Ampère, come infatti, per quel che dicemmo, dovevamo attenderci.

Esprime dunque la (1) secondo Weber la legge generale secondo la quale agiscono fra di loro due masse elettriche, in quiete od in movimento, e da essa si può nell'ipotesi di Weber derivare la formula per la induzione elettro-dinamica.

§. 6. Pel caso dell'induzione è di ragione che si debba comporre con diversa disposizione di segni la somma algebrica delle quattro forze dovute alle due coppie $\pm e$, $\pm e'$ di masse in moto.

Alla azione W_{++} con la quale la massa $+e$ dell'elemento di corrente ds respinge la massa $+e'$ che si trova nel filo ds' supposto allo stato naturale e relativamente a ds , in quiete, andrà sommata la azione W_{+-} di $+e$ su $-e'$, e così via dicendo; perciò la azione risultante diretta seconda la r , ma che poi andrà decomposta secondo la direzione di ds' sarà espressa da

$$(a) \quad W_{++} - W_{--} + W_{+-} - W_{-+},$$

e quindi da

$$- \frac{ee' ds ds' a^2}{16 r^2} \left[\left\{ \left(\frac{dr_{++}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{--}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr_{+-}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + 2 r \left(\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} \right) \right]$$

Sia o la traiettoria percorsa dal punto di mezzo di ds , ed avremo in generale (ds' essendo immobile relativamente a ds)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{do} \frac{do}{dt},$$

e quindi facendo $\frac{do}{dt} = v$

$$\frac{dr_{++}}{dt} = c \frac{dr}{ds} + v \frac{dr}{do},$$

$$\frac{dr_{--}}{dt} = -c \frac{dr}{ds} + v \frac{dr}{do},$$

$$\frac{dr_{+-}}{dt} = c \frac{dr}{ds} + v \frac{dr}{do},$$

$$\frac{dr_{-+}}{dt} = -c \frac{dr}{ds} + v \frac{dr}{do}.$$

E potendosi porre v costante, ma ritenendo per più generalità $\frac{ds}{dt} = c$ dipendente dal tempo, si avrà, in generale,

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \frac{ds^2}{dt^2} + 2 \frac{d^2 r}{ds do} \frac{do}{dt} \frac{ds}{dt} + \frac{d^2 r}{do^2} \frac{do^2}{dt^2} + \frac{dr}{ds} \frac{d^2 s}{dt^2},$$

e quindi

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2cv \frac{d^2 r}{ds do} + v^2 \frac{d^2 r}{do^2} + \frac{dc}{dt} \frac{dr}{ds},$$

$$- \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} = -c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2cv \frac{d^2 r}{ds do} - v^2 \frac{d^2 r}{do^2} + \frac{dc}{dt} \frac{dr}{ds},$$

$$\frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2cv \frac{d^2 r}{ds do} + v^2 \frac{d^2 r}{do^2} + \frac{dc}{dt} \frac{dr}{ds},$$

$$- \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = -c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2cv \frac{d^2 r}{ds do} - v^2 \frac{d^2 r}{do^2} + \frac{dc}{dt} \frac{dr}{ds},$$

e tutti questi valori sostituiti nella sopraindicata somma di azioni induttrici, condurranno alla espressione

$$- \frac{ee' ds ds'}{r^2} a' \left[c v \left(\frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{do} - r \frac{d^2 r}{ds do} \right) - \frac{r}{2} \frac{dc}{dt} \frac{dr}{ds} \right]$$

Ma la forza elettro-motrice D' deve esserè riferita all'unità di massa, e bisogna decomporre la forza ottenuta secondo la r , nella direzione dell'elemento ds' la quale direzione faccia l'angolo ϕ con la r medesima. Così ponendo $eca = i$ intensità della corrente inducente, e quindi $a \frac{dc}{dt} = \frac{di}{dt}$, si otterrà

$$(2) D = - \frac{ai ds ds'}{r^2} \left(\frac{1}{2} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{do} - r \frac{d^2 r}{ds do} \right) v \cos \phi - \frac{a ds ds'}{2r} \frac{di}{dt} \frac{dr}{ds} \cos \phi$$

La precedente formula dell'induzione di Weber è dunque composta di due termini; dei quali il primo ha la stessa forma generale, ma non coincide con la legge elementare assunta in simil caso da Neumann; e l'altro è relativo al caso dell'induzione per una variazione nella intensità della corrente inducente, e perciò rende la formula più generale di quella di Neumann. Ma perciò che riguarda la spiegazione analitica delle comuni esperienze, le teorie di quei due fisici non differiscono fra di loro; esse in fatti hanno ipoteticamente a comune il principal dato fondamentale, che è la formula di Ampère.

§. 7. *Esperienza di Neumann.* Si deve a Neumann la seguente esperienza, nella quale comincia a discutersi se è possibile o nò, che il luogo di contatto e di strisciamento di due porzioni di circuito voltato l'una sull'altra, e dove quindi per passare dall'una all'altra porzione le masse elettriche soffrono (almeno secondo Weber) un subito cangiamento di velocità, eserciti, quel luogo, una induzione ossia ecciti sopra un conduttore qualunque una forza elettro-motrice da espri-

mersi, o nò, con una formula particolare, cioè relativa solo a quel caso eccezionale.

Una parte bdc del filo conduttore (*Tav. III fig. 4*) della pila è piegata in circolo sopra un piano isolante, ma la sua estremità d non tocca b , di modo che rimane nel circolo una interruzione bd . Ma la corrente che entra da a , come indica la freccia, può ritornare nella pila per mezzo del conduttore radiale oc ; quest'ultimo è fissato con una sua estremità in o , entro del circolo, e ad un asse metallico normale e nel centro del piano del circolo, co può ruotare rapidamente stando fisso in o e strisciando con la sua estremità c sul conduttore circolare ed immobile bcd . Un filo of serve per chiudere il circuito della pila. Un altro filo pqr è pure applicato su quello stesso piano isolante e in circolo concentricamente al primo, e le sue estremità pr comunicano con il galvanometro.

Durante la ruotazione del conduttore oc , ogni volta che la estremità c apre in d e chiude in b il circuito della pila sono indotte due correnti istantanee, ma un piccolo interruttore aggiunto al circuito indotto fa sì che questi sia aperto tutte le volte che c passa da d in b ; così queste ultime correnti istantanee non possono circolare nel galvanometro. Una funicella senza fine faceva nell'esperienza di Neumann ruotare l'asse in o , ed era indotta nel filo del galvanometro una corrente, la quale nella teoria di Neumann si calcola per mezzo della formula (3) del paragrafo 2.^o. Se però il circuito del galvanometro non era in quel modo opportunamente interrotto, mentre il conduttore radiale oc passava da d in b , allora non si osservava alcuna corrente nel galvanometro. Ho presa la descrizione di questa esperienza dal libro di Weber, *Abhandlungen über elektrodynamische maassbestimmungen*, e dal trattato dianzi citato del Wiedeman, e non vi ho trovati maggiori dettagli di quelli che ho qui riportati. Mi sembra però che la interpretazione di tali risultati sperimentali sia assai semplice. Nel primo modo di sperimentare possono immaginarsi eccitate per induzione due correnti; l'una dal moto del conduttore radiale, l'altra dall'invasione successiva della corrente voltaica nel conduttore circolare. Nel secondo modo, cioè quando il circuito del galvanometro non è opportunamente interrotto, vi so-

no oltre quelle due correnti citate, altre due indotte; le quali sono per la prima, la corrente istantanea indotta nel chiudersi del circuito voltaico, per esempio in *a*; per la seconda, la corrente istantanea indotta all'aprirsi in *b*. Per quel che spetta alle parti del circuito voltaico che non fanno parte del conduttore circolare queste due correnti si distruggono fra di loro, a ragione della simmetria nella disposizione del circuito indotto relativamente all'inducente; ma la parte circolare del conduttore voltaico non dà una corrente quando il circuito si chiude, ma soltanto mentre successivamente si forma seguendo il moto del conduttore radiale, e all'aprirsi del circuito stesso inducente. È questa ultima corrente indotta che distrugge l'effetto della corrente che si osserva col primo modo di sperimentare, posto che la rotazione impressa all'asse in *o* sia abbastanza rapida per non lasciare oscillar sensibilmente l'ago del galvanometro; e ciò è d'accordo sia con la teoria di Neumann che con la mia, o con quella di Weber, ma solo relativamente ai risultati dell'esperienza.

Weber ripeté la esperienza di Neumann, avvolgendo ad un anello di ottone di 120 millimetri di diametro, un chilogrammo di filo di rame, grosso due terzi di millimetro e vestito di seta. Entro tale anello era posto concentricamente un cilindro di legno, il quale aveva un asse metallico onde farlo ruotare rapidamente intorno a sè. Nel cilindro di legno era una striscia di rame che partiva dall'asse, riusciva alla superficie cilindrica, e portava tre molle di ottone che toccavano il cerchio metallico al di dentro, e in tre punti posti in una linea parallela all'asse di rotazione. Quelle molle servivano a bene assicurare i contatti con il detto cerchio di ottone. Un polo della pila comunicava con l'asse conduttore dell'apparecchio, e l'altro polo con il cerchio; e le due estremità del filo vestito di seta comunicavano con il galvanometro.

Si vede che in questa esperienza ultima non era interrotto l'anello dove passava la corrente, e perciò questa poteva arrivare alla estremità *strisciante* del conduttore radiale, e quindi al centro dell'apparecchio, percorrendo, ossia diramandosi, nell'anello da due lati nello stesso tempo; e non più sempre da un lato solo, come nella esperienza di Neumann.

Così, dice il Weber, la somma delle correnti indotte dagli elementi che entravano, e da quelli che sortivano dal luogo di strisciamento, durante una intera rotazione era uguale a zero; e perciò, secondo Weber, rimanevano solo le forze elettro-motrici eccitate dal moto del conduttore radiale.

Ruotando il cilindro di legno non osservò Weber alcuna corrente indotta. Questa esperienza, dice anche Weber, corrisponde ad una conosciuta esperienza di elettro-dinamica, cioè al caso della rotazione impressa da una corrente circolare ad un conduttore radiale; ma la così detta *legge di Lenz* qui si troverebbe manifestamente in fallo. Weber pensa che quella legge di Lenz da cui parti il Neumann, non sia generalmente valida. Ed infatti si deve riflettere che la legge di Lenz non fu dall'esperienza rigorosamente dimostrata come che dovesse esser generale, e che a torto alcuni trattatisti tacitamente la suppongono tale; comunque sia, le esperienze non potevano valere che per applicare quella legge a circuiti chiusi, ed a integrazioni già fatte, mentre il Neumann dovè assumerla come vera nella sua formula elementare. Però, come avremo anche occasione di vedere più avanti, algebricamente parlando, e integrazioni fatte, pure questa nuova esperienza di Weber è nei suoi risultati completamente d'accordo con tutte le già nominate teorie della induzione.

§. 8. *Formula di Weber per l'induzione nel caso dello strisciamento.* Abbenchè un esame accurato della esperienza precedente abbia fatto conoscere che essa non è in alcun modo atta a servire di termine di confronto fra le anzidette teorie, pure nella sua discussione si riconosce che procedendo con la teoria di Weber bisogna calcolare a parte la *induzione* che può esercitarsi da un luogo di un circuito voltaico, ove, per l'anzidetto strisciamento, si effettua un subito cambiamento di velocità nelle masse elettriche, le quali avrebbero nel resto del circuito un moto uniforme. Così il Weber può distinguere tre cause di induzione:

- 1.^a La variazione di intensità nella corrente inducente;
- 2.^a Il moto relativo fra i circuiti;
- 3.^a La rapida variazione di velocità, che le masse elettriche

soffrono attraversando il luogo di strisciamento, che serve di comunicazione metallica fra due parti di uno stesso circuito, che si muovono con velocità differente. Osserviamo come Weber ricava dalla sua ipotesi, la formola relativa a questa nuova causa di induzione per *Gleitstellen*.

Sia A B un filo o molla od asta qualunque conduttrice che si muova nella direzione A B appoggiandosi con la estremità A sopra un conduttore qualunque C A; per modo che, essendo sempre mantenuto il contatto metallico in A fra i due conduttori, possa sempre fra di loro, e per A, passare la corrente inducente della pila. Sarà dunque A B il conduttore in moto, A C l'immobile, A il luogo di strisciamento. Sia v la velocità di A B; u la velocità della massa elettrica $+e$ nel circuito voltaico in generale, e supponiamo che la corrente vada dal conduttore immobile al conduttore A B, il quale si muova nello stesso senso della corrente voltaica. Ciò posto, quando la massa $+e$ arriva in A la sua velocità che era $+u$ diventa, passando nel conduttore A B, $+(u + v)$; ma siccome non si può ammettere che in natura tal cangiamento di velocità si faccia istantaneamente, ma sibbene con legge di continuità, se indichiamo con τ la durata totale del passaggio della massa per il luogo di strisciamento, e con σ un tempo contato dal primo istante di quel passaggio, indicheremo con

$$+ \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v \right)$$

la velocità di $+e$ lungo il luogo di strisciamento: il quale luogo deve necessariamente avere una estensione finita. E similmente indicheremo con

$$- \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v \right)$$

la velocità della massa $-e$ che procedendo da A B arrivò in A variando così la sua velocità, che è supposta $-u$ nel conduttore voltaico in quiete.

Del resto per più generalità potremo ritenere l'elemento indotto percorso da una corrente e indicare con $+u'$, $-u'$ la velocità delle masse $+e'$, $-e'$ nell'elemento stesso. Rimarca Weber che nel caso presente in cui le velocità delle masse sono variabili, non si deve più indicare la quantità di massa in azione con $+e ds$, ds essendo la lunghezza dell'elemento indipendente dal tempo, ma che invece nel nostro caso bisogna a $+e ds$ sostituire $+eu dt$.

Ritenendo le notazioni di già impiegate, avremo per fare le solite sostituzioni nella formula (a) del paragrafo 5.º i seguenti valori di $\frac{dr}{dt}$

$$\frac{dr_{++}}{dt} = + \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v \right) \frac{dr}{ds} + u' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{--}}{dt} = - \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v \right) \frac{dr}{ds} - u' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{+-}}{dt} = + \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v \right) \frac{dr}{ds} - u' \frac{dr}{ds'},$$

$$\frac{dr_{-+}}{dt} = - \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v \right) \frac{dr}{ds} + u' \frac{dr}{ds'};$$

e quindi

$$\left(\frac{dr_{++}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{--}}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr_{+-}}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dr_{-+}}{dt} \right)^2 = 4 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - \frac{1}{2} v \right) v \frac{dr^2}{ds^2}.$$

Per ricavare dalla espressione generale

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{ds'} \frac{ds'}{dt},$$

i valori di $\frac{d^2 r}{dt^2}$ non si potrà considerare $\frac{ds}{dt}$ costante, ma avremo

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \frac{ds^2}{dt^2} + 2 \frac{d^2 r}{ds ds'} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{ds'}{dt} + \frac{d^2 r}{ds'^2} \frac{ds'^2}{dt^2} + \frac{dr}{ds} \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Ma la massa $+e$, e la $-e$ hanno rispettivamente le velocità

$$\frac{ds_+}{dt} = \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v\right),$$

$$\frac{ds_-}{dt} = - \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v\right) :$$

onde avremo

$$\frac{d^2 s_+}{dt^2} = \frac{v}{\tau} ; \quad \frac{d^2 s_-}{dt^2} = - \frac{v}{\tau} ,$$

e quindi

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} = \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v\right)^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v\right) u' \frac{d^2 r}{ds ds'} + u'^2 \frac{d^2 r}{ds'^2} + \frac{v}{\tau} \frac{dr}{ds} ;$$

$$- \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} = - \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v\right)^2 \frac{d^2 r}{ds^2} - 2 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v\right) u' \frac{d^2 r}{ds ds'} - u'^2 \frac{d^2 r}{ds'^2} + \frac{v}{\tau} \frac{dr}{ds} ;$$

$$+ \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} = \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v\right)^2 \frac{d^2 r}{ds^2} - 2 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v\right) u' \frac{d^2 r}{ds ds'} + u'^2 \frac{d^2 r}{ds'^2} + \frac{v}{\tau} \frac{dr}{ds} ;$$

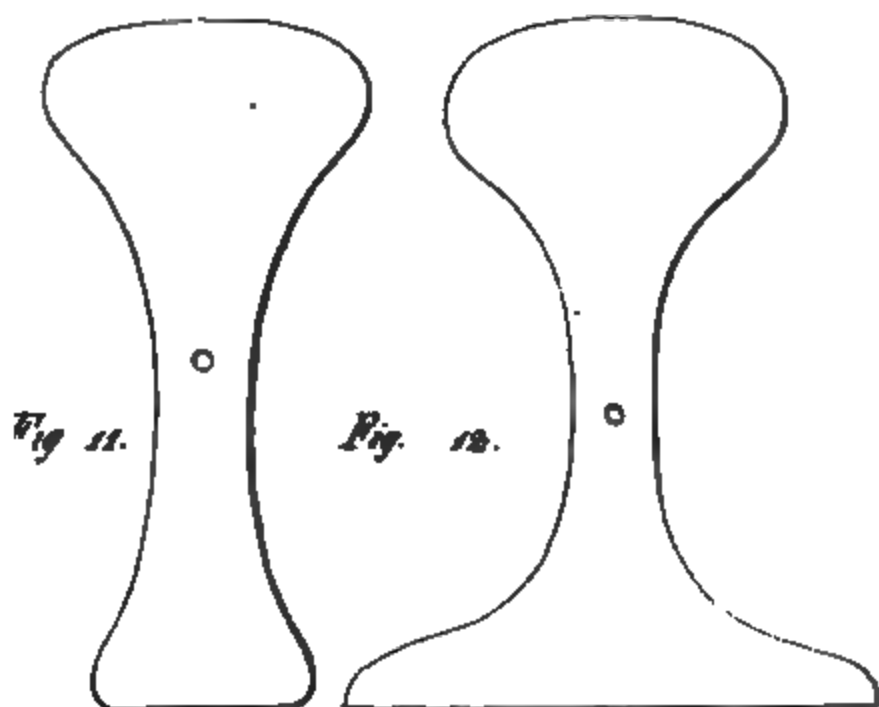
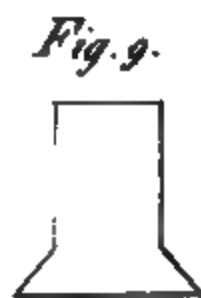
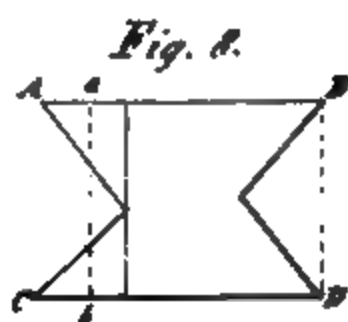
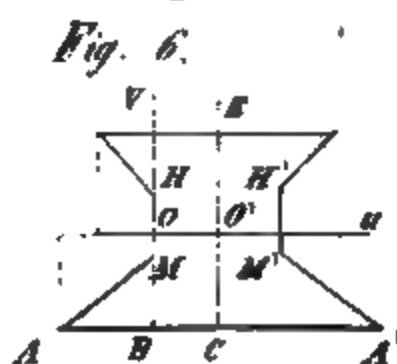
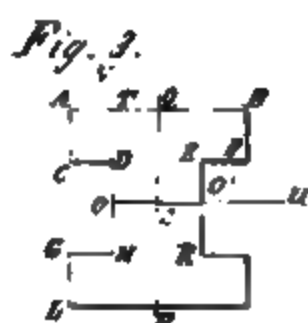
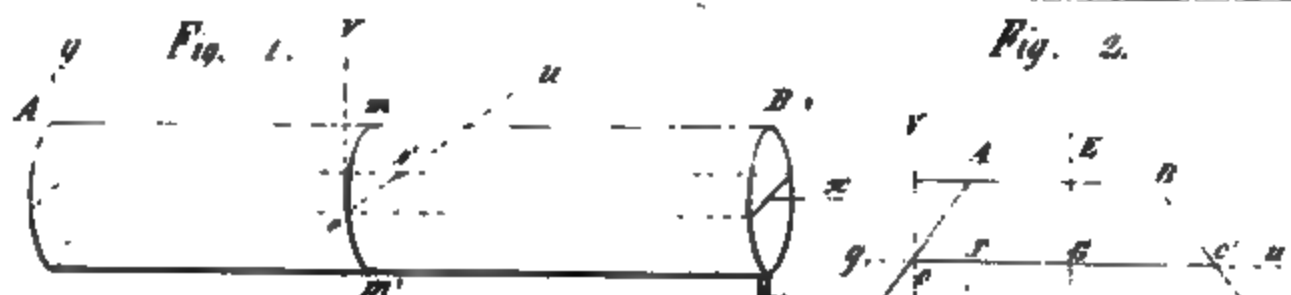
$$- \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = - \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v\right)^2 \frac{d^2 r}{ds^2} + 2 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - v\right) u' \frac{d^2 r}{ds ds'} - u'^2 \frac{d^2 r}{ds'^2} + \frac{v}{\tau} \frac{dr}{ds} ;$$

dalle quali equazioni si avrà,

$$\frac{d^2 r_{++}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{--}}{dt^2} + \frac{d^2 r_{+-}}{dt^2} - \frac{d^2 r_{-+}}{dt^2} = 4 \left(u + \frac{\sigma}{\tau} v - \frac{1}{2} v\right) v \frac{d^2 r}{ds^2} + \frac{v}{\tau} \frac{dr}{ds} ;$$

(continua)





IL NUOVO CIMENTO

ANNO X.



1897

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE DI FISICA, CHIMICA E STORIA NATURALE

. DIRETTORI

C. MATTEUCCI, R. PIRIA, G. MENECHINI

COLLABORATORI

S. CANNIZZARO, F. DE FILIPPI, S. DE LUCA

G. B. DONATI, R. FELICI, G. GOVI, L. PACINOTTI, P. E P. SAVI,

Q. SELLA, C. STUDIATI, P. TASSINARI.

Tomo XX.

1864

TORINO

**PRESSO I TIPOGRAFI-LIBRAI
G. B. PARAVIA E C.^{ia}**

PISA

**PRESSO IL TIPOGrafo-LIBRAIO
F. PIERACCINI**

SULLA LUCE DEL FOSFORO ALLA TEMPERATURA ORDINARIA. ESPERIENZE FATTE NEL LABORATORIO DELLA R. UNIVERSITA' DI PISA SOTTO LA DIREZIONE DEL PROF. *P. TASSINARI* ; DAL DOTT. *G. PETTERUTI* .

Dalle memorie di Marchand (1) e di Schrötter (2) sulla luce del fosforo pubblicate nell'annuario di chimica Kopp e Will, si rileva esistere ancora discordanza di opinioni sulla causa di essa poichè tutte e due queste memorie conducono a conclusioni differenti; anche A. Wurtz nel suo trattato di chimica medica, non ha guari pubblicato, a proposito della luce del fosforo scrive: « son queste delle particolarità non per ancora spiegate e la causa del fenomeno di cui si tratta è ancora oscura ». Questa differenza di opinioni m'indusse a fare ricerche sullo stesso soggetto, il risultato delle quali forma l'oggetto di questo scritto.

Si trattava dunque di sapere se la luce del fosforo al bujo era prodotta dall'atto dell'evaporazione o dalla sua ossidazione in contatto dell'ossigeno dell'aria. Berzelius, e Marchand tra i più recenti, erano della prima opinione; Schönbein e Schrötter dell'altra. Ecco le mie esperienze su questo proposito.

(1) Jahresbericht 1850. p. 260.

(2) Id. id. 1852. p. 552.

1. (1) Un'ampollina di vetro chiusa alla lampada all'uno ed all'altro estremo, unitamente ad un pezzetto di fosforo a superficie ben netta, fu introdotta in un fiaschetto di vetro della capacità di circa 300^{cc} il quale poscia fu chiuso nello stesso modo. Il fosforo trovandosi in quella limitata quantità d'aria, per un giorno solo diede luce visibile al bujo, e cessò di luccicare il giorno appresso, mentre la sua superficie erasi ricoperta di una leggiera crosta simile a quella di cui esso stesso si ricopre quando è tenuto lungo tempo nell'acqua. Cessata la luce il fiaschetto fu raffreddato con ghiaccio, e, stando nel bujo, fu immerso nell'acqua prima tiepida, poi bollente fino al punto di determinare la fusione del fosforo. Durante tutto questo tempo non si osservò punto di luce; agitai poscia il fiaschetto fino a rompere l'ampollina che vi si conteneva (piena d'aria), ed allora solo apparve una luce istantanea e ben sensibile, e tutto ritornò al bujo primiero.

Se dunque la evaporazione fosse la causa della luce del fosforo, questa luce avrebbe dovuto ricomparire quando il fiaschetto veniva portato dalla temperatura di 0° a quella di 55° suo preciso punto di fusione, poichè crescendo la temperatura, quello spazio che prima era saturo diveniva proporzionalmente meno saturo e quindi atto a ricevere dei nuovi vapori: la luce però non si presentò come fu detto. Il suo apparire poi alla rottura dell'ampollina piena d'aria, veniva a dimostrare che il fosforo trovavasi realmente in grado di dar luce messo in circostanze favorevoli.

2. Ho ripieno tre ampolline di acido carbonico puro ottenuto col riscaldamento del carbonato di piombo, preparato per precipitazione. Allo scopo di eliminare ogni traccia d'aria ho congiunto le tre ampolline dall'una parte col tubo contenente il carbonato di piombo, dall'altra con una piccola pompa procedendo come si usa nella determinazione dell'azoto col metodo Dumas. Le ampolline poi furono chiuse al cannello dopo aver fatto il vuoto per ben dieci volte. Ciascuna di queste ampolline insieme ad un pezzettino di fosforo fu introdotta in un fiaschetto di-

(1) Tutte le esperienze descritte senza indicazione di temperatura furono fatte all'ordinaria temperatura dell'inverno, tra + 6° a + 8°.

stinto, il quale come nella prima esperienza fu chiuso alla lampada. La fosforescenza durò venti ore circa: i pezzetti di fosforo erano ricoperti di uno strato di umidità da sembrare allora cavati fuori dell'acqua (1) ciò che forse ha impedito l'assorbimento totale dell'ossigeno; difatti mentre questi fiaschetti furono riscaldati fino alla fusione del fosforo; in due ricomparve la luce. Il terzo nel quale non comparve luce col riscaldamento, fu portato al bujo ed agitato in modo da infrangere l'ampollina ad acido carbonico che vi si conteneva, ma la luce non apparve. Dopo un giorno, quando la luce era cessata anche negli altri due fiaschetti, questi furono agitati similmente fino alla rottura dell'ampollina ad acido carbonico, ed il risultato fu simile a quello del primo fiaschetto.

A complemento di queste esperienze, fu rotto l'estremo di ciascun fiaschetto, ed a misura che l'aria vi entrava, il vapor di fosforo, e poscia anche il fosforo, veniva luminoso quando l'aria era arrivata a toccarlo. Secondo l'ipotesi che l'atto dell'evaporazione sia la causa della luce, rompendo l'ampolla ad acido carbonico, il fosforo avrebbe dovuto splendere, poichè si presentava un nuovo spazio a saturare; ma si vede che ciò è perfettamente contrario all'esperienza.

3. Potendo supporre aver l'acido carbonico sul fosforo un'azione tale da impedirne la fosforescenza, stimai conveniente riempire d'azoto l'ampollina da introdursi nel fiaschetto. Per aver questo gas tutto affatto scevro d'ossigeno, feci passare per ben venti volte e sempre lentamente una certa quantità di aria priva del suo acido carbonico sopra il rame rovente. In questa esperienza ho rimpiazzati i tappi di sughero con tubi di gomma elastica.

Le tre ampolline di vetro che dovevano riempirsi di questo gas, erano congiunte col tubo contenente il rame; col passaggio ripetuto dell'azoto si vuotarono interamente di aria restando da ultimo piene di gas azoto affatto scevro di ossigeno, e fondendone l'estremità col cannello si separarono le une dalle altre. Con queste sperimentai nello stesso modo delle altre,

(1) S'introdusse forse vapor d'acqua nei fiaschetti al momento della loro chiusura alla lampada.

e colle stesse precauzioni in quanto al riscaldamento del fosforo prima di rompere l'ampollina interna. Il risultato fu perfettamente identico a quello della esperienza che precede.

La ragione per la quale Miller (1) crede che la luce del fosforo in parte sia prodotta da evaporazione, è precisamente perchè ammette che in una corrente d'idrogeno esso spanda dei vapori luminosi. Questo fatto e questa conclusione trovandosi contraria alle mie esperienze ora descritte, m'indussero a sperimentare anche coll'idrogeno nello stesso modo che coll'azoto e coll'acido carbonico. Per procurarmi idrogeno puro primieramente ho fatto reagire l'amalgama di sodio sull'acqua, e col gas ottenuto ho riempito delle ampolline che poscia chiusi alla lampada. L'esperimento condotto come i precedenti, il fosforo ha fatto realmente vedere la luce alla rottura dell'ampollina. Peraltro potendo sempre sospettare di presenza d'aria e quindi d'ossigeno, mi procurai una seconda volta l'idrogeno per mezzo della elettrolisi dell'acqua facendo uso di acqua bollita per riempire le ampolline nelle quali un filo di platino introdotto serviva da reoforo. Le ampolline così ripiene d'idrogeno chiuse alla lampada furono introdotte nei soliti fiaschetti. Ma il fosforo apparve luminoso alla rottura delle ampolline. L'idrogeno ottenuto per lo zinco ed acido solforico diluito e raccolto senz'altra precauzione, non ha dato risultati differenti da quelli ottenuti nelle esperienze preaccennate.

Dopo questi risultati che sembravano confermare l'asserzione d'Miller pensai di far passare l'idrogeno ottenuto dall'acido solforico allungato in presenza dello zinco sul rame rovente, escludendo anche questa volta i tappi di sughero. Riempii con questo idrogeno due delle solite ampolline e messe in fiaschetti simili a quelli delle altre esperienze le ruppi in presenza del fosforo: ma questa volta non si presentò punto di luce.

Miller però accennava ad una corrente d'idrogeno sul fosforo; potendosi attribuire la fosforescenza al movimento del gas, m'ingegnai di mettermi in tali condizioni.

Un gazometro fu ripieno d'idrogeno ottenuto dall'azione dello zinco sull'acido solforico come comunemente si usa.

(1) *Lehrbuch der Chemie* — Leipzig 1863.

Un serpentino si trovava in comunicazione col gazometro, poscia un tubo a cloruro di calcio e dopo un lungo tubo di vetro ben trasparente, nel quale si erano introdotte due verghet-
te di fosforo; quest'ultimo tubo, chiuso per un tappo a sughero all'estremo più lontano dall'origine del gas, andava per mezzo di un tubo ricurvo a finire in un bicchiere con acqua. Aperto il *robinet* del gazometro, mentre il fosforo lucicava nella canna come nell'aria atmosferica, il passaggio su di esso dell'idrogeno non alterò per affatto la sua luce sia che si sospendesse sia che si facesse passare con maggior celerità. Dopo ciò tra il gazometro ed il resto dell'apparecchio fu messa una canna di vetro infusibile ripiena di tornitura di rame tenuto ad un'alta temperatura per fissar tutto l'ossigeno che poteva contenersi nel gas che passava. Il serpentino tenuto freddo serviva per condensare il vapor d'acqua che poteva prodursi, ed il tubo a cloruro faceva il resto. L'esperimento è stato decisivo; durante la corrente d'idrogeno il fosforo a poco a poco si spegneva fino a restar totalmente bujo, e sospesa per qualche tempo la corrente si vedeva riapparire una fioca luce proprio in vicinanza del tappo di sughero, per qualche piccolissima quantità d'aria che poteva penetrare per endosmosi. Ricominciando la corrente il vapore luminoso era scacciato e tutto tornava bujo. Si vedeva nello stesso tempo, come controprova del fatto l'idrogeno venuto fuori attraverso l'acqua rendersi luminoso al contatto dell'aria pel vapor di fosforo di cui era divenuto saturo passando sopra di questo, e riprodurre quasi il fatto dell'idrogeno fosforato che si svolge dal fosforo di calcio messo in fondo ad un bicchier d'acqua, se non che, nel caso in discorso, la luce era assai più fioca, e del tutto somigliante a quella che dà il fosforo nell'aria colla sua lenta combustione: le intermissioni di corrente ed i ricominciamenti successivi e ripetuti han dato sempre gli stessi risultamenti.

Giova qui notare che per avere risultati così patenti e netti ho dovuto eliminare dall'apparecchio, almeno da tutta quella parte che trovavasi tra il fosforo e la sorgente d'idrogeno, ogni maniera di tappi di sughero, e far uso di tubi di gomma elastica vulcanizzata e poscia desolforata.

5. Dopo di aver sperimentato coll'idrogeno ho ripetuto

le stesse esperienze^a ancora coll'acido carbonica e coll'azoto in corrente, non cambiando altro dell'apparecchio che il gazometro per sostituirlo con altri pieni dei gas suddetti. Gli effetti sono stati perfettamente d'accordo con quelli ottenuti dai gas in quiete, ed ho avuto sempre agio di osservare, che quando mancava il tubo a rame, o la temperatura non era bastante, o la corrente troppo celere perchè l'ossigeno contenuto nel gas non fosse del tutto fissato, o vi erano dei tappi di sughero, o il rame troppo ossidato, la luce veniva in campo; e solo quando si era avuta l'accortezza di evitare qualunque degli inconvenienti or accennati, ottenevansi dei risultati nettissimi ed evidenti.

6. Anche coll'ammoniaca il fosforo si è comportato in un modo identico alle antecedenti esperienze. Ho fatto uso del cloruro di calcio saturo di ammoniaca per poterne col riscaldamento regolare la corrente. Tra il cloruro di calcio ammoniacale ed il tubo a fosforo era posto un piccolo tubo a potassa, come mezzo disseccatore. Col principiare della corrente di ammoniaca il fosforo si spegneva immediatamente, e cessata la corrente, la luce non tardava a ricomparire (1). Era prova poi, ed in questo e negli altri esperimenti, che il fosforo si evaporava e trovavasi in condizioni da poter luccicare, che il getto di gas all'estremo dell'apparecchio si accendeva, riproducendo in distanza, a contatto dell'aria, il fenomeno della lenta combustione, e facea veder chiaro non solo che il fosforo continuava ad evaporarsi, (e forse in modo più rapido) ma pure che l'ossigeno dell'aria era il solo in presenza del quale poteva luccicare.

(1) In questa, come nelle esperienze cogli altri gas in corrente, appena che la corrente cessava, ai due estremi del tubo a fosforo (quando eran chiusi con tappi di sughero) si vedeva ben tosto ricomparire una luce fioca che a poco a poco andava fino al fosforo restato spento a produrre su questo delle onde luminose che vagavano a forma di anello sulla sua superficie. Ciò non avveniva quando in vece di tappi si faceva uso di tubi di gomma elastica. Non potevano essere dunque che delle piccolissime quantità di aria che per endosmosi gassosa venivano nel tubo pieno di vapori di fosforo ed erano manifestate dalla luce di questi. Tanto più che una certa luce si manifestava anche all'esterno dei tappi.

Queste esperienze furono ripetute ancora col fosforo fuso ottenendo sempre identici risultati. *

7. Un altro esperimento istituito a dimostrare la non produzione di luce dall'atto dell'evaporazione del fosforo è il seguente. Ad una delle estremità di una canna di vetro della lunghezza di un metro e mezzo vennero saldate due bolle di vetro l'una dopo l'altra, ed a qualche distanza tra loro, comunicanti per un piccolo tubo. L'estrema terminava in un tubicino di diametro assai minore di quelle della canna prima; il tubicino e le due bolle erano tutte in comunicazione con essa. Tuffai dunque verticalmente questa canna, dalla parte opposta a quella dove eran saldate le bolle, in un pozzetto a mercurio che la conteneva, e feci riempir di mercurio tutta la prima bolla che era la più grande e tutto il tubo di comunicazione fino alla seconda di minor capacità. In questa, pel tubicino che la terminava introdussi dei pezzettini di fosforo, e poscia chiusi alla lampada. Nel piccolo spazio della bolla superiore il fosforo luccicò per un giorno, dopo il quale lo riscaldai fino alla sua fusione, senza che la luce fosse riapparsa; allora essendo già buja la stanza dell'esperimento incominciai per sollevare ad un tratto la canna dal pozzetto fino a vuotare tutta la prima bolla. Lo spazio a saturare era cresciuto più del triplo in circa disortachè il fosforo non poteva non evaporarsi; ad onta di ciò non un segno di luce si fece vedere. Levata anche più su la canna da rendere lo spazio a saturare quattro e cinque volte maggiore di quello in cui il fosforo sulle prime si trovava, il bujo continuò. Per quante volte ripetessi lo stesso esperimento calando e sollevando la canna nel pozzetto, il fosforo restò sempre e continuamente bujo. La esperienza non ha bisogno di commenti, mentre parla da sè, e la evaporazione del fosforo come causa di luce par che resti anche una volta eliminata.

Da tutte le esperienze precedenti sembra che logicamente conseguiti in un modo diretto, che la evaporazione non è la causa della luce che fa vedere il fosforo nell'oscurità; indirettamente poi dimostrano che questa luce non sia che la conseguenza dell'azione dell'ossigeno su di esso, poichè quante volte questo non è eliminato dai gas coi quali si esperimenta, la

luce che apparisce viene ad indicarlo ; eppoi , quando questi gas, relativamente inerti, carichi di vapori di fosforo vengono in contatto dell'aria, riproducono il fenomeno che senza l'aria non si era presentato . Ora è chiaro che non esistendo nell'aria che azoto , acido carbonico ed ossigeno , e non agendo sul fosforo i due primi in modo a produrre la luce , questa non può essere prodotta che dall'ossigeno . Ho accennato nella prima esperienza che il fosforo era ricoperto di una leggerissima crosta , la quale non era che il seguito dell'azione dell'ossigeno su di esso ; e ciò si può osservare tutte le volte che il fosforo si tiene a luccicare in presenza d'una quantità d'aria limitata restandone presso a poco assorbito tutto l'ossigeno . Disortachè l'ossigeno solo colla sua presenza , fa avverare la luce del fosforo , ne è assorbito e si ha come seguito un residuo che non è di certo nè fosforo nè ossigeno separatamente . Si vede dunque che il fosforo in presenza dell'ossigeno si combina ad esso ossidandosi, e la luce è il fenomeno che accompagna questa combinazione chimica , come varie altre .

In un modo diretto poi si dimostra facilmente che il fosforo ed il vapor di fosforo diano luce allora solo che vengano in contatto dell'ossigeno , e che per conseguenza la luce positivamente sia per ossidazione . Le tre esperienze che seguono sono più che sufficienti a questo scopo .

8. Coll'acido carbonico dell'esperienza N.º 2. ho ripieno sotto al mercurio un bicchiere da gas e poi portato al bujo vi ho fatto arrivare un pezzetto di fosforo . Non essendo apparsa veruna luce , ho aspettato due ore all'incirca , e dipoi vi ho fatto arrivare una piccolissima quantità d'aria , e propriamente quanta poteva esserne contenuta in un tubicino di circa due millimetri di diametro e due centimetri di lunghezza ; la luce si è fatta vedere bentosto , quantunque con pochissima durata : una quantità maggiore d'aria ha dato una luce più duratura .

9. In un altro bicchiere da gas, anche al di sotto del mercurio ho fatto arrivare lo stesso azoto dell'esperienza N.º 3. e vi ho similmente introdotto del fosforo legato ad un filo di platino ; dopo un giorno , non essendovi affatto luce ho estratto il pezzo di fosforo coll'ajuto del filino di platino accennato, di poi con dei tubolini di vetro vi ho fatta arrivare dell'aria ,

la luce tenue e fioca è comparsa restando ancora per un tempo ben' apprezzabile . Dopo ciò il bujo è tornato come prima .

10. Ho preso una coppia di due ampolline simili a quelle delle prime esperienze e comunicanti fra loro per un tubolino di vetro; di poi ho introdotto dei pezzettini di fosforo in una di queste soltanto, quindi avendo fuso il fosforo ho fatto passare una corrente di acido carbonico dall' ampollina vuota a quella col fosforo per eliminare qualunque sospetto che dei pezzettini di fosforo fossero trasportati anche nella ampollina vuota . Dopo un tempo più che sufficiente a scacciare tutti i residui d'aria dall'apparecchio, gli estremi della coppia sono stati chiusi alla lampada . Scorsi tre giorni ho fuso alla lampada anche il tubicino di comunicazione tra le due ampolline e le ho separate . Ho portato al bujo quella priva di fosforo , e non essendovi punto di luce ne ho rotto un estremo ; l' aria è rientrata, e la luce si è presentata .

La conseguenza ancora di queste tre esperienze come di ciò che antecèdentemente ho detto, sarebbe che avverandosi luce e nel fosforo e nei suoi vapori solo pel contatto dell'ossigeno , questa luce non debba esser altro che seguito di una chimica combinazione e che debba avverarsi soltanto quando questa combinazione ha luogo ; ed infatti il cloro che si combina direttamente al fosforo ed alla temperatura ordinaria, anche esso messo nelle ampolline e trattato come i gas azoto, acido carbonico ed idrogeno nelle prime esperienze ha dato una viva luce.

La conclusione dunque era logica ed evidente ; ma secondo i trattati di chimica e le memorie pubblicate sopra la quistione di cui è parola , la combustione del fosforo non avrebbe luogo nell'ossigeno puro alla pressione ed alla temperatura ordinaria . Quantunque questo fatto, anche ammesso senza nessuna restrizione, non sarebbe di natura a cambiare le mie conclusioni che risultano egualmente da esperienze eseguite colla maggiore cura possibile , era però tale da doversi prendere in considerazione . Su questa quistione feci le seguenti esperienze .

11. Riempii interamente tre ampolline di fosforo distillato e puro e poi le chiusi alla lampada nei loro due estremi effi-

lati ; le introdussi in altri tre fiaschetti aperti ai due estremi , ed effilati anch' essi , e posi questi ultimi successivamente in comunicazione con una stortina a clorato di potassa ben fuso e riscaldato convenientemente per ottenerne dell' ossigeno . Questo gas passava attraverso ciascun fiaschetto per un quarto di ora all' incirca , perchè tutta l' aria venisse eliminata . Chiusi alla lampada gli estremi di questi fiaschetti mentre ancor durava la corrente di gas e li serbai per l' esperienza . Agitai il primo di essi al bujo coll' intento di rompere l' interna ampollina del fosforo . Dopo qualche agitazione la luce apparve intensissima , cessata la quale , mentre l' ampollina del fosforo era rotta , il fiaschetto che la conteneva , anche esso si trovò screpolato verso il collo , senza poter decidere se ciò fosse avvenuto prima , o come seguito della combustione manifestata .

Coll' agitazione del secondo fiaschetto non apparve luce e fu perchè esso si ruppe avanti che l' ampollina avesse potuto infrangersi .

L' esito perciò dell' esperienza era affidato al terzo : agitato esso pure al bujo come gli altri la luce apparve vivissima ed intensa come la rapida combustione del fosforo nell' ossigeno , quando il primo è riscaldato . Lasciato questo fiaschetto a se stesso dopo un momento fece una fortissima esplosione riducendosi tutto in frantumi . Si vede dunque che il fosforo dell' ampollina rotta in contatto dell' ossigeno (a meno che la temperatura prodottasi dal rompersi dell' ampollina di fosforo non fosse stata essa stessa la causa del fenomeno) si accese , e , per la dilatazione dei vapori di fosforo e per la dilatazione del gas stesso che lo circondava alla temperatura della sua combustione avvenne la esplosione . Questa non sarebbe di certo avvenuta se al fiaschetto fosse seguito di rompersi prima dell' accensione del fosforo , come poteva sospettarsi pel primo ed era in fatti seguito al secondo .

12. Il risultato di questa prima esperienza mi sembrò troppo singolare per non ripeterlo più volte di seguito . A questo scopo intrapresi questa seconda esperienza nella quale hanno preso parte gli stessi apparecchi della precedente , colla sola differenza che il fiaschetto che doveva restar pieno di ossigeno puro è stato circondato di ghiaccio misto a sal marino da pre-

durare una temperatura di -20° all'incirca la quale è restata la stessa durante tutto il tempo che l'ossigeno che serviva a riempire il flaschetto è passato per esso. Dopo un tempo relativamente considerevole da non lasciar punto di dubbio sulla assenza totale di aria in tutto il piccolo e semplice apparecchio, ho chiuso il flaschetto, come per solito, alla lampada; così freddo lo ho portato al bujo, e con delle scosse ripetute ho fatto rompere la piccolissima ampollina di fosforo che internamente vi si conteneva. Immediatamente la luce è comparsa vivissima, e dopo un momento, elevandosi la temperatura da -20° a quella della combustione del fosforo, il flaschetto con una esplosione è andato in frantumi. Collo stesso apparecchio e col medesimo mescolglio di ghiaccio e sale, ho preparato un secondo flaschetto che chiuso dipoi alla lampada ho fatto riscaldare fino alla ordinaria temperatura: così portato al bujo ho rotta l'ampollina di fosforo, il risultato non è stato differente dal primo.

13. Per le due suddescritte esperienze mi sarei trovato in un campo affatto inatteso; e d'altronde questi risultati sarebbero stati talmente evidenti da non poterli supporre non osservati da sperimentatori antecedenti: m'indussi perciò a ripetere le esperienze comunemente addotte.

Riempii perciò un gazometro di ossigeno, ottenuto dal clorato di potassa mischiato a del biossido di manganese e per mezzo di questo una grossa boccia di vetro. Tuffai in questa boccia uno scodellino con fosforo mentre tutto trovavasi al bujo. Il fosforo che prima luccicava, in contatto di quell'ossigeno si spense all'istutto; estratto di là, poi immersovi di nuovo per varie e ripetute volte, diede alternativamente luce nell'aria e bujo completo in presenza dell'ossigeno.

Un pezzettino di fosforo in un bicchiere da gas dove fu introdotto l'ossigeno stesso fino alla metà della sua capacità sopra una vaschetta a mercurio, nel bujo ha presentato questi fenomeni. Quando il livello del mercurio interno era superiore a quello esterno disortachè la pressione alla quale si trovava sottoposto l'ossigeno era d'assai inferiore a quella atmosferica, il fosforo si vedeva luminoso, e quando il tubo veniva abbassato in modo che il livello del mercurio interno restava di po-

stessa neppure io le pubblico coll' intento di trarne una conseguenza che non può certo ricavarsi dai pochi fatti che ho qui riportati , ma soltanto perchè si osservi che non in tutte le condizioni avviene che il fosforo resti bujo in presenza dell' ossigeno , mentre in alcune , in quelle almeno nelle quali io mi sono trovato , succede diversamente .



**TEORICA DELLE FORZE CHE AGISCONO SECONDO LA LEGGE DI
NEWTON, E SUA APPLICAZIONE ALLA ELETTRICITA' STA-
TICA; DI ENRICO BETTI.**

(*Continuazione* . V. pag. 557 del Volume XIX).

XVII.

Determinazione della funzione di Green per due sfere.

Siano C e C' i centri di due sfere esterne una all'altra, le quali abbiano rispettivamente i raggi R ed R' , e sia δ la distanza CC' dei loro centri. Conduciamo un piano per la retta CC' , e l'asse radicale OO' delle due circonferenze secondo le quali questo piano interseca le due sfere. Dal punto O in cui l'asse radicale incontra la retta CC' , si conducano le due tangenti, che supporremo di lunghezza eguale ad a , alle due circonferenze, e si descriva col centro in O , e con un raggio eguale ad a una circonferenza che incontrerà la retta CC' in due punti A ed A' . Prendiamo questi due punti per poli di un sistema di coordinate *dipolari* e conserviamo tutte le notazioni del numero precedente.

È chiaro che l'equazioni delle due sfere date saranno :

$$u = \alpha, \quad u = \alpha',$$

essendo α ed α' di segno contrario, perchè le due sfere sono dalle parti opposte dell'asse radicale.

Per determinare le quantità α, α' e la distanza $2a$ dei

due poli, in funzione dei raggi R ed R' delle due sfere e della distanza δ dei loro centri, osserviamo che si hanno le relazioni:

$$R \sinh \alpha = a, \quad R' \sinh \alpha' = -a,$$

$$R \cosh \alpha + R' \cosh \alpha' = \delta;$$

dalle quali si deduce:

$$(1) \quad \begin{cases} a = \frac{\sqrt{(R^2 + R'^2 - \delta^2)^2 - 4R^2 R'^2}}{2\delta}, \\ \sinh \alpha = \frac{a}{R}, \quad \sinh \alpha' = -\frac{a}{R'}. \end{cases}$$

Per determinare la funzione di *Green*: $G(e, x)$ per le due sfere, relativa a un punto e esterno ad ambedue, basterà costruirne una che ne abbia tutte le caratteristiche.

È noto, che indicando con $r_{\beta x}$ la distanza di due punti β ed x ; se il punto β è interno alla sfera (α), e con $r_{\beta' x}$ la distanza di due punti β' ed x , se β' è interno alla sfera (α'), la funzione:

$$\frac{A_{\beta}}{r_{\beta x}} + \frac{A_{\beta'}}{r_{\beta' x}}$$

sodisfa alla equazione di *Laplace* in tutto lo spazio esterno alle due sfere. In questo spazio il punto x non potendo mai coincidere con β e con β' , la funzione vi si manterrà sempre finita e continua. Coll' allontanarsi all' infinito del punto x , essa moltiplicata per $r_{\gamma x}$, e le sue derivate prime moltiplicate per $r^2_{\gamma x}$ convergeranno verso quantità finite. Una somma di un numero qualunque di queste funzioni godrà delle medesime proprietà, ma se il loro numero è infinito, la serie che avremo dovrà anche essere convergente.

Prendiamo dunque :

$$(2) \quad G(e \ x) = \sum_0^{\infty} \left(\frac{A_s}{r_{sx}} + \frac{A_{s'}}{r_{s'x}} \right),$$

i primi termini riferendosi a punti e_s interni alla sfera (α) , i secondi a punti $e_{s'}$ interni alla sfera (α') , e determiniamo questi punti e i coefficienti A_s ed $A_{s'}$ in modo che sia soddisfatta l'altra caratteristica della funzione di *Green*.

Quando il punto x è sopra la sfera (α) dovrà aversi:

$$(3) \quad G(e \ \alpha) = \frac{1}{r_{e\alpha}},$$

denotando con $r_{e\alpha}$ la distanza del punto e da un punto della sfera (α) , e quando il punto x è sopra la sfera (α') dovrà aversi:

$$(4) \quad G(e \ \alpha') = \frac{1}{r_{e\alpha'}}.$$

Le due equazioni (3) e (4) saranno verificate, quando si abbia:

$$\frac{A_0}{r_{e\alpha}} = \frac{1}{r_{e\alpha}}, \quad \frac{A_{s'}}{r_{s'\alpha}} + \frac{A_{s+1}}{r_{(s+1)\alpha}} = 0,$$

$$\frac{A_0'}{r_{e'\alpha'}} = \frac{1}{r_{e'\alpha'}}, \quad \frac{A_s}{r_{s\alpha'}} + \frac{A_{(s+1)'}}{r_{(s+1)'\alpha'}} = 0.$$

Dal teorema 3.^o del numero precedente si deduce che queste equazioni sono soddisfatte se prendiamo:

$$(5) \quad A_s = (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi}, \quad A_{s'} = (-1)^s \frac{\xi_{s'}}{\xi},$$

denotando ξ , ξ_s e $\xi_{s'}$ rispettivamente i parametri dei punti

e, e_s, e_s' ed essendo il punto e_s' reciproco ad e_{s+1} rispetto alla sfera (α) , il punto e_s reciproco ad $e_{(s+1)'}'$ rispetto alla sfera (α') , il punto e reciproco ad e_0 rispetto alla sfera (α) e ad e_0' rispetto alla sfera (α') .

I punti e_s ed e_s' si ottengono nel modo seguente: conduciamo le due rette C_0 e C'_0 ; il punto in cui C_0 incontra la superficie (v) che passa per e sarà e_0 , il punto in cui C'_0 incontra la medesima superficie sarà e_0' ; conduciamo $C_{e'_0}$ e C'_{e_0} ; il punto in cui $C_{e'_0}$ incontra (v) sarà e_1 , quello in cui C'_{e_0} incontra (v) sarà e_1' ; conduciamo $C_{e'_1}$ e C'_{e_1} ; il punto in cui $C_{e'_1}$ incontra (v) sarà e_2 , quello in cui C'_{e_1} incontra (v) sarà e_2' , e così seguitando indefinitamente. È chiaro che i punti e_s ed e_s' vanno indefinitamente avvicinandosi all'asse polare, e quindi i loro parametri ξ_s e ξ_s' vanno decrescendo indefinitamente. Dunque se poniamo nel secondo membro della formula (2) i valori (5) avremo una serie con i termini alternativamente positivi e negativi indefinitamente decrescenti, e quindi convergente.

Pertanto la funzione :

$$(6) \quad G(e, x) = \frac{1}{\xi} \sum_0^{\infty} (-1)^s \left(\frac{\xi_s}{r_{sx}} + \frac{\xi_s'}{r_{s'x}} \right)$$

avrà tutte le caratteristiche della funzione di *Green* per le due sfere (α) ed (α') relativa a un punto esterno e , e sarà questa funzione stessa.

La densità ρ_0 della elettricità indotta sopra la sfera (α) dalla elettricità eguale ad uno contenuta nel punto e , sarà data dalla equazione:

$$\rho_0 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{dG(e, x)}{dr} - \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{dr} \right)_{r=R}$$

dove r è il raggio vettore del punto x , condotto da C . Sostituendo il valore (6) abbiamo:

$$\rho_0 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\xi} \sum_0^{\infty} (-1)^s \left(\xi_s \frac{d \frac{1}{r_{sx}}}{dr} + \xi_s' \frac{d \frac{1}{r_{s'x}}}{dr} \right) - \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{dr} \right)_{r=R}.$$

Se denotiamo con Q la quantità della elettricità sopra la sfera (α) , avremo:

$$Q = \int \rho_0 d\sigma,$$

dove l'integrale deve estendersi a tutta la sfera. Ma per il teorema 3.º del §. IV, essendo i punti e ed e_s' esterni ed i punti e_s interni alla sfera (α) , abbiamo:

$$\int \frac{d \frac{1}{r_{ex}}}{dr} d\sigma = 0, \quad \int \frac{d \frac{1}{r_{s'x}}}{dr} d\sigma = 0, \quad \int \frac{d \frac{1}{r_{sx}}}{dr} d\sigma = 4\pi,$$

onde:

$$(7) \quad Q = \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi}.$$

Analogamente, denotando con Q' la quantità di elettricità sopra la sfera (α') , avremo:

$$(8) \quad Q' = \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi_s'}{\xi}.$$

Restano ora a determinarsi i parametri ξ_s, ξ_s' in funzione delle coordinate u e v del punto e e delle costanti α, α' ed α .

Per questo basta osservare che essendo i punti e_s' ed e_{s+1} reciproci rispetto alla sfera (α) ed e_s e e'_{s+1} reciproci rispetto ad (α') , abbiamo per il teorema 1.º del numero precedente, se denotiamo con u_s, v_s le coordinate di e_s , e con u_s', v_s' le coordinate di e_s' :

$$v_s = v_s' = v$$

$$u + u_0 = 2\alpha, \quad u + u_0' = 2\alpha'$$

$$u_s' + u_{s+1} = 2\alpha, \quad u_s + u_{s+1}' = 2\alpha',$$

onde, ponendo:

$$(9) \quad \alpha - \alpha' = \varpi,$$

avremo:

$$(10) \quad \begin{cases} u_{2s} = 2s\varpi + 2\alpha - u, & u_{2s-1} = 2s\varpi + u \\ u_{2s}' = -2s\varpi + 2\alpha' - u, & u_{2s-1}' = -2s\varpi + u \end{cases}$$

e quindi:

$$(11) \quad \begin{cases} \xi_{2s} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{\cosh(2s\varpi + 2\alpha - u) - \cos v}}, \\ \xi_{2s-1} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{\cosh(2s\varpi + u) - \cos v}}, \\ \xi_{2s}' = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{\cosh(2s\varpi - 2\alpha' + u) - \cos v}}, \\ \xi_{2s-1}' = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{\cosh(2s\varpi - u) - \cos v}}. \end{cases}$$

XVIII.

Distribuzione della elettricità sopra due conduttori di forma sferica in presenza uno dell' altro.

Supponiamo che sopra la elettricità libera e allo stato naturale di due conduttori di forma sferica agiscano forze elettriche qualunque, e sia P la funzione potenziale delle medesime. Denotiamo con V_0 la funzione potenziale dello stato elettrico indotto da queste forze sopra i due conduttori, relativa ad un punto qualunque e esterno ad ambedue, con V_i e con V_i' le funzioni potenziali di questo medesimo stato elettrico relative rispettivamente ai punti i interni alla prima e ai punti i' interni alla seconda sfera.

Sia: $u = \alpha$ l'equazione della prima, ed $u = \alpha'$ la equazione della seconda sfera. Sopra la superficie (α) dovrà aversi:

$$V_e = V_i = c - P,$$

e sopra la superficie (α') :

$$V_e = V_{i'} = c' - P,$$

dove c e c' indicano due costanti:

Se nell'interno dei due conduttori non si trova alcuno dei punti d'onde emanano le forze elettriche che hanno la funzione potenziale P , sarà in tutto lo spazio racchiuso dalla superficie (α) :

$$(1) \quad V_i = c - P,$$

e in tutto lo spazio racchiuso dalla superficie (α') :

$$(2) \quad V_{i'} = c' - P.$$

Per la funzione potenziale V_e relativa ai punti esterni, avremo sempre per ciò che abbiamo dimostrato nel §. 13:

$$(3) \quad V_e = \int (c - P) \rho_0 d\sigma + \int (c' - P) \rho_0' d\sigma',$$

dove il primo integrale deve estendersi a tutta la superficie (α) , il secondo a tutta la superficie (α') .

Ora dal numero precedente abbiamo:

$$\int \rho_0 d\sigma = Q = \sum_{\xi} (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi},$$

$$\int \rho_0' d\sigma' = Q' = \sum_{\xi'} (-1)^s \frac{\xi_s'}{\xi},$$

onde:

$$(4) \quad V_0 = c Q + c' Q' - \int P \rho_0 d\sigma - \int P \rho'_0 d\sigma'.$$

Consideriamo il caso in cui non esistano forze elettriche esterne, cioè supponiamo:

$$P = 0,$$

e che soltanto siano state comunicate ai due conduttori prima di porli in presenza, al primo la quantità E , al secondo la quantità E' di elettricità. In questo caso avremo:

$$(5) \quad V_0 = c Q + c' Q' = c \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi} + c' \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi'_s}{\xi}$$

$$V_1 = c, \quad V_1' = c'.$$

Denotiamo con ρ la densità della elettricità sopra la superficie (α) e con ρ' quella della superficie (α') , osservando la relazione:

$$\frac{d}{dp} = h \frac{d}{du} \quad (1)$$

avremo:

$$(6) \quad \begin{cases} \rho = -\frac{1}{4\pi} \frac{dV_0}{dp} = -\frac{1}{4\pi} \left(c \frac{dQ}{dp} + c' \frac{dQ'}{dp} \right) = -\frac{1}{4\pi a} (\cosh \alpha - \cos v) \left(c \frac{dQ}{du} + c' \frac{dQ'}{du} \right) \\ \rho' = -\frac{1}{4\pi} \frac{dV_0}{dp'} = -\frac{1}{4\pi} \left(c \frac{dQ}{dp'} + c' \frac{dQ'}{dp'} \right) = -\frac{1}{4\pi a} (\cosh \alpha' - \cos v) \left(c \frac{dQ}{du} + c' \frac{dQ'}{du} \right) \end{cases}$$

(1) Vedi Lamé. *Leçons sur les coordonnées curvilignes*. L. I.

Per determinare le costanti c e c' osserviamo che le quantità E ed E' di elettricità libera sopra le due sfere sono date dalle due equazioni:

$$E = \int \rho \, d\sigma = -\frac{c}{4\pi} \int \frac{dQ}{dp} \, d\sigma - \frac{c'}{4\pi} \int \frac{dQ'}{dp'} \, d\sigma,$$

$$E' = \int \rho' \, d\sigma' = -\frac{c}{4\pi} \int \frac{dQ}{dp'} \, d\sigma' - \frac{c'}{4\pi} \int \frac{dQ'}{dp'} \, d\sigma',$$

e si ha:

$$Q = \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi} = \sqrt{(\cosh u - \cos v)} \left(\sum_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\cosh(2s\varpi + 2\alpha - u) - \cos v}} \right. \\ \left. - \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\cosh(2s\varpi + u) - \cos v}} \right)$$

$$Q' = \sum_0^{\infty} (-1)^s \frac{\xi'_s}{\xi} = \sqrt{(\cosh u - \cos v)} \left(\sum_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\cosh(2s\varpi - 2\alpha' + u) - \cos v}} \right. \\ \left. - \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\cosh(2s\varpi - u) - \cos v}} \right)$$

Quindi per il teorema 4.° del §. 16, sarà:

$$\Delta^2 Q = 0,$$

e Q si conserverà finita e continua in tutto lo spazio interno alla sfera (α) fuori che nei punti di coordinate:

$$v = 0, \quad u = 2s\varpi + 2\alpha$$

nei quali diverrà infinita come:

$$\frac{\alpha}{r \sinh(s\varpi + \alpha)}.$$

Dunque per il teorema 2.^o del §. IV. avremo :

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dQ}{dp} d\sigma = -a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi + \alpha)}.$$

Analogamente, si trova :

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dQ}{dp'} d\sigma' = a \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s\varpi},$$

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dQ'}{dp} d\sigma = a \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s\varpi},$$

$$\frac{1}{4\pi} \int \frac{dQ'}{dp'} d\sigma' = -a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi - \alpha')}$$

e quindi per determinare c e c' si hanno le due equazioni:

$$(7) \quad \begin{cases} E = ca \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi + \alpha)} - c'a \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s\varpi}, \\ E' = -ca \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s\varpi} + c'a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi - \alpha')}; \end{cases}$$

e ponendo:

$$(8) \quad a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi + \alpha)} = \gamma_{11}, \quad a \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s\varpi} = -\gamma_{12}$$

$$a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh(s\varpi - \alpha')} = \gamma_{22}, \quad D = \gamma_{11} \gamma_{22} - \gamma_{12}^2$$

si ottiene:

$$(9) \quad c = \frac{\gamma_{22} E - \gamma_{12} E'}{D}, \quad c' = \frac{\gamma_{11} E' - \gamma_{12} E}{D}.$$

Se i due conduttori sferici in presenza uno dell'altro sono riuniti per mezzo di un filo conduttore sottilissimo, la funzione potenziale sulle due superficie avrà lo stesso valore e quindi:

$$c = c' ,$$

e la differenza Δ delle elettricità libere dei due conduttori sarà:

$$\Delta = E - E' .$$

Quindi avremo:

$$\Delta = ca \left(\sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh (s \varpi + \alpha)} - \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh (s \varpi - \alpha')} \right) ,$$

ed essendo:

$$\varpi = \alpha - \alpha' ,$$

$$\Delta = ca \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sinh \left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} + (2s + 1) \frac{\varpi}{2} \right)} .$$

Poniamo :

$$F(z, \varpi) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sinh \left[x + (2s + 1) \frac{\varpi}{2} \right]} .$$

Questa funzione monodroma ha evidentemente per radici tutte le quantità della forma:

$$m \varpi + n \pi i ,$$

e per infiniti tutte e sole le quantità della forma:

$$(2m + 1) \frac{\varpi}{2} + n \pi i .$$

Dunque ha i soli infiniti e tutte le radici della funzione ellittica:

$$\frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)},$$

dove:

$$k = 4\sqrt{q} \prod_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1 - q^{2i}}{1 + q^{2i+1}} \right),$$

(10)

$$q = e^{\frac{-\pi^2}{\omega}}.$$

Avremo dunque:

$$F(z, \omega) = \phi(z) \frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)},$$

dove $\phi(z)$ è una funzione intera:

Ora abbiamo:

$$F(z + \omega, \omega) = F(z, \omega) = \phi(z + \omega) \frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)},$$

$$F(z + \pi i, \omega) = -F(z, \omega) = -\phi(z + \pi i) \frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)};$$

onde:

$$\phi(z + \omega) = \phi(z),$$

$$\phi(z + \pi i) = \phi(z),$$

e quindi:

$$\phi(z) = C,$$

$$F(z, \omega) = C \frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)}.$$

Moltiplicando da ambedue le parti per $\sinh\left(z - \frac{\varpi}{2}\right)$ e passando al limite per $z = \frac{\varpi}{2}$ si ottiene:

$$1 = \lim_{z = \frac{\varpi}{2}} \frac{C \sinh\left(z - \frac{\varpi}{2}\right)}{\operatorname{cn}(z, k)} \operatorname{sn}(z, k) = - \frac{C}{\operatorname{dn}\left(\frac{\varpi}{2}, k\right)} = - \frac{C}{k'}$$

$$C = -k',$$

$$F(z, \varpi) = -k' \frac{\operatorname{sn}(z, k)}{\operatorname{cn}(z, k)}.$$

Onde:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} + (2s + 1) \frac{\varpi}{2}\right)} = -k' \frac{\operatorname{sn}\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2}, k\right)}{\operatorname{cn}\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2}, k\right)},$$

e quindi:

$$(11) \quad \Delta = - \frac{c a k' \operatorname{sn}\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2}, k\right)}{\operatorname{cn}\left(\frac{\alpha + \alpha'}{2}, k\right)}.$$

Consideriamo ora i valori della funzione potenziale V , data dalla equazione (5) per i punti che si trovano sulla linea che unisce i centri delle due sfere.

Per i punti di questa linea che si trovano tra le due sfere, abbiamo:

$$v = \pi;$$

onde l'equazioni (11) del numero precedente daranno:

$$\xi_{2s} = \frac{a\sqrt{2}}{\cosh\left(s\varpi + \alpha - \frac{u}{2}\right)}$$

$$\xi_{2s-1} = \frac{a\sqrt{2}}{\cosh\left(s\varpi + \frac{u}{2}\right)}$$

$$\xi_{2s}' = \frac{a\sqrt{2}}{\cosh\left(s\varpi - \alpha' + \frac{u}{2}\right)}$$

$$\xi_{2s-1}' = \frac{a\sqrt{2}}{\cosh\left(s\varpi - \frac{u}{2}\right)}$$

e quindi:

$$(12) \quad V_0 = \cosh \frac{u}{2} \left[c \left(\sum_0^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(s\varpi + \alpha - \frac{u}{2}\right)} - \sum_1^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(s\varpi + \frac{u}{2}\right)} \right) \right. \\ \left. + c' \left(\sum_0^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(s\varpi - \alpha' + \frac{u}{2}\right)} - \sum_1^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(\frac{u}{2} - s\varpi\right)} \right) \right]$$

Se $c = c'$, cioè se i due conduttori sono in comunicazione mediante un filo sottilissimo, avremo:

$$(13) \quad V_0 = c \left[1 + \cosh \frac{u}{2} \left(\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(\frac{u - \alpha - \alpha'}{2} + (2s+1)\frac{\varpi}{2}\right)} \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh\left(\frac{u}{2} + s\varpi\right)} \right) \right].$$

Ora abbiamo:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh \left(z + (2s+1) \frac{\varpi}{2} \right)} = i \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sinh \left(z + \frac{\pi i}{2} + (2s+1) \frac{\varpi}{2} \right)}$$

$$= k' i \frac{\operatorname{sn} \left(z + \frac{\pi i}{2}, k \right)}{\operatorname{cn} \left(z + \frac{\pi i}{2}, k \right)} = \frac{k'}{\operatorname{dn} (z, k)},$$

e quindi:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh \left(\frac{u - \alpha - \alpha'}{2} + (2s+1) \frac{\varpi}{2} \right)} = \frac{k'}{\operatorname{dn} \left(\frac{u - \alpha - \alpha'}{2}, k \right)}$$

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh \left(\frac{u}{2} + s \varpi \right)} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cosh \left(\frac{u + \varpi}{2} + (2s+1) \frac{\varpi}{2} \right)}$$

$$= \frac{k'}{\operatorname{dn} \left(\frac{u}{2} + \frac{\varpi}{2}, k \right)} = \operatorname{dn} \left(\frac{u}{2}, k \right),$$

e sostituendo nell' equazione (11):

$$(14) \quad V_{e'} = c \left[1 + \cosh \frac{u}{2} \left(\frac{k'}{\operatorname{dn} \left(\frac{u - \alpha - \alpha'}{2}, k \right)} - \operatorname{dn} \left(\frac{u}{2}, k \right) \right) \right].$$

Per i punti che si trovano sopra la retta che unisce i centri, e che hanno ambedue le sfere da una stessa parte, abbiamo:

$$v = 0.$$

Quindi:

$$(15) \quad V_e = \sinh \frac{u}{2} \left[c \left(\sum_0^\infty \frac{1}{\sinh \left(s\varpi + \alpha - \frac{u}{2} \right)} - \sum_1^\infty \frac{1}{\sinh \left(s\varpi + \frac{u}{2} \right)} \right) \right. \\ \left. + c' \left(\sum_0^\infty \frac{1}{\sinh \left(s\varpi + \alpha' - \frac{u}{2} \right)} - \sum_1^\infty \frac{1}{\sinh \left(\frac{u}{2} - s\varpi \right)} \right) \right],$$

e se $c = c'$:

$$V_e'' = c \left[1 + \sinh \frac{u}{2} \left(\sum_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sinh \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2} + (2s+1)\frac{\varpi}{2} \right)} \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sinh \left(\frac{u}{2} + s\varpi \right)} \right) \right].$$

e in modo analogo si trova:

$$(16) \quad V_e'' = c \left[1 - \sinh \frac{u}{2} \left(\frac{k' \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)}{\operatorname{cn} \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)} + \frac{\operatorname{cn} \left(\frac{u}{2}, k \right)}{\operatorname{sn} \left(\frac{u}{2}, k \right)} \right) \right].$$

Denotiamo ora con ρ_1 e con ρ_1' le densità degli strati elettrici nei due punti m ed m' nei quali le sfere (α) ed (α') incontrano la linea dei centri e che si trovano tra questi medesimi centri, e con ρ_2 e ρ_2' le densità negli altri due punti n ed n' dove le sfere (α) ed (α') incontrano la medesima linea. Avremo dalle equazioni (6):

$$\rho_1 = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_e'}{dp} \right)_{u=\alpha} = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_e'}{du} \right)_{u=\alpha} \frac{2 \cosh^2 \frac{1}{2} \alpha}{a}$$

$$\rho_1' = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_e'}{dp} \right)_{u=\alpha} = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_e'}{du} \right)_{u=\alpha} \frac{2 \cosh^2 \frac{1}{2} \alpha'}{a}.$$

Ora la equazione (14) dà:

$$\frac{dV_e'}{du} = \frac{c}{2} \sinh \frac{u}{2} \left(\frac{k'}{\operatorname{dn} \left(\frac{u-\alpha-\alpha'}{2}, k \right)} - \operatorname{dn} \left(\frac{u}{2}, k \right) \right)$$

$$\frac{c}{2} \cosh \frac{u}{2} \left(\frac{k' \operatorname{cn} \left(\frac{u-\alpha-\alpha'}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{u-\alpha-\alpha'}{2}, k \right)}{\operatorname{dn}^2 \left(\frac{u-\alpha-\alpha'}{2}, k \right)} + \operatorname{cn} \left(\frac{u}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{u}{2}, k \right) \right)$$

e quindi:

$$\left(\frac{dV_e'}{du} \right)_{u=\alpha} = k^2 c \cosh \frac{\alpha}{2} \operatorname{cn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)$$

$$\left(\frac{dV_e'}{du} \right)_{u=\alpha'} = k^2 c \cosh \frac{\alpha'}{2} \operatorname{cn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right)$$

e quindi:

$$\rho_1 = - \frac{ck^2}{2\pi a} \cosh^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{cn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)$$

$$\rho_1' = - \frac{ck^2}{2\pi a} \cosh^3 \frac{\alpha'}{2} \operatorname{cn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right) \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right).$$

Le due densità ρ_1 e ρ_1' nei punti m ed m' essendo α ed α' di segno contrario saranno una positiva e l'altra negativa.

Avremo inoltre:

$$\rho_2 = - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{dV_e''}{du} \right)_{u=\alpha} \frac{\sinh^3 \frac{\alpha}{2}}{a}$$

$$\rho_2' = - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{dV_e''}{du} \right)_{u=\alpha'} \frac{\sinh^3 \frac{\alpha'}{2}}{a}$$

Ma dall'equazione (16) si ricava:

$$\frac{dV_e''}{du} = -\frac{c}{2} \cosh \frac{u}{2} \left(\frac{k' \operatorname{sn} \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)}{\operatorname{cn} \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)} + \frac{\operatorname{cn} \left(\frac{u}{2}, k \right)}{\operatorname{sn} \left(\frac{u}{2}, k \right)} \right) \\ + \frac{c}{2} \sinh \frac{u}{2} \left(k' \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)}{\operatorname{cn}^2 \left(\frac{\alpha + \alpha' - u}{2}, k \right)} + \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)}{\operatorname{sn}^2 \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)} \right),$$

onde:

$$\left(\frac{dV_e''}{du} \right)_{u=\alpha} = c \sinh \frac{\alpha}{2} \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)}{\operatorname{sn}^2 \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)},$$

$$\left(\frac{dV_e''}{du} \right)_{u=\alpha'} = c \sinh \frac{\alpha'}{2} \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right)}{\operatorname{sn}^2 \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right)},$$

e quindi:

$$\rho_s = -\frac{c}{2\pi a} \sinh^2 \frac{\alpha}{2} \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)}{\operatorname{sn}^2 \left(\frac{\alpha}{2}, k \right)},$$

$$\rho_{s'} = -\frac{c}{2\pi a} \sinh^2 \frac{\alpha'}{2} \frac{\operatorname{dn} \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right)}{\operatorname{sn}^2 \left(\frac{\alpha'}{2}, k \right)}$$

ed anche nei punti α ed α' si hanno elettricità di segno contrario.

Per trattare il caso in cui i due conduttori sono in contatto, converrà sostituire alle coordinate u e v le altre μ e ν determinate dalle equazioni:

$$\mu a = \sinh \frac{u}{2}, \quad \nu a = \sen \frac{v}{2},$$

e quindi porre $a = 0$.

Supponiamo la funzione potenziale P delle forze elettriche esterne eguale a zero; allora sopra le superficie di ambedue i conduttori la funzione potenziale V_0 relativa ai punti esterni, prende lo stesso valore c . Onde:

$$V_0 = c (Q + Q')$$

essendo :

$$Q = \sum_{\circ}^{\infty} (-1)^s \frac{\xi_s}{\xi}, \quad Q' = \sum_{\circ}^{\infty} (-1)^s \frac{\xi'_s}{\xi},$$

$$\frac{\xi_s}{\xi} = \sqrt{\frac{\sinh^2 \frac{u}{2} + \sen^2 \frac{v}{2}}{\sinh^2 \left(\frac{2s\varpi + 2\alpha - u}{2} \right) + \sen^2 \frac{v}{2}}}$$

$$\frac{\xi_{s-1}}{\xi} = \sqrt{\frac{\sinh^2 \frac{u}{2} + \sen^2 \frac{v}{2}}{\sinh^2 \left(\frac{2s\varpi + u}{2} \right) + \sen^2 \frac{v}{2}}}$$

Denotando con β e β' i valori algebrici inversi dei diametri delle due sfere avremo:

$$\frac{\xi_s}{\xi} = \sqrt{\frac{\mu^2 + \nu^2}{(2s\varpi + 2\beta - \mu)^2 + \nu^2}}$$

$$\frac{\xi_{s-1}}{\xi} = \sqrt{\frac{\mu^2 + \nu^2}{(2s\varpi + \mu)^2 + \nu^2}}$$

essendo :

$$\beta - \beta' = \varpi .$$

Analogamente :

$$\frac{\xi'_{2s}}{\xi} = \sqrt{\frac{\mu^2 + \nu^2}{(2s\varpi - 2\beta' + \mu)^2 + \nu^2}}$$

$$\frac{\xi'_{2s-1}}{\xi} = \sqrt{\frac{\mu^2 + \nu^2}{(\mu - 2s\varpi)^2 + \nu^2}},$$

onde:

$$V_0 = c \left[1 + \sqrt{\mu^2 + \nu^2} \left(\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{[\beta + \beta' - \mu + (2s+1)\varpi]^2 + \nu^2}} - \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(\mu - 2s\varpi)^2 + \nu^2}} \right) \right].$$

Nei punti esterni alle due sfere che si trovano sopra la linea dei centri sarà: $\nu = 0$, e quindi:

$$V_0'' = c \left[1 + \mu \left(\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta + \beta' - \mu + (2s+1)\varpi} - \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mu + 2s\varpi} \right) \right].$$

Ora è noto che si ha :

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{z + (2s+1)\varpi} = -\frac{\pi}{2\varpi} \operatorname{tang} \frac{\pi z}{2\varpi}$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{z + 2s\varpi} = \frac{\pi}{2\varpi} \cot \frac{\pi z}{2\varpi} .$$

Quindi :

$$V_0'' = c \left[1 - \frac{\pi \mu}{2(\beta - \beta')} \left(\operatorname{tang} \frac{\pi(\beta + \beta' - \mu)}{2(\beta - \beta')} + \cot \frac{\pi \mu}{2(\beta - \beta')} \right) \right]$$

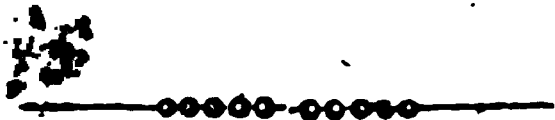
$$= c \left(1 - \frac{\pi \mu}{2(\beta - \beta')} \frac{\cos \frac{(\beta + \beta' - 2\mu)\pi}{2(\beta - \beta')}}{\operatorname{sen} \frac{\pi \mu}{2(\beta - \beta')} \cos \frac{\pi(\beta + \beta' - \mu)}{2(\beta - \beta')}} \right).$$

Denotando con ρ_2 e ρ_2' le densità dello strato elettrico nei punti n ed n' dove le due sfere incontrano la linea dei centri, avremo:

$$\rho_2 = - \frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_0''}{d\mu} \right)_{\mu=\beta} = - \frac{\beta c \pi}{8(\beta - \beta')^2 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi \beta}{2(\beta - \beta')}}.$$

$$\rho_2' = - \frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV_0''}{d\mu} \right)_{\mu=\beta'} = - \frac{\beta' c \pi}{8(\beta - \beta')^2 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi \beta'}{2(\beta - \beta')}}.$$

(continua)



**PROPOSTA DI UN NUOVO METODO D' OSSERVAZIONE
DELLE STELLE CADENTI; DEL PROF. LUVINI.**

Molto si scrisse, e molte sono le ipotesi che s'immaginarono intorno alle stelle cadenti, ma ben poche in confronto sono le osservazioni logicamente condotte, che possano servire di base a qualunque teoria. Le stelle cadenti costituiscono pei dotti un problema, che non si risolve col notare soltanto la frequenza o la periodicità delle apparizioni, la grandezza apparente o la direzione del corso di ciascuna stella, ma richiede la cognizione di elementi ben più importanti, quali sono le coordinate angolari di vari punti della traiettoria della stella, ed i tempi che questa impiega per passare successivamente dagli uni agli altri. Con questi dati, tenendo conto del movimento della terra, riuscirà facile di determinare la reale posizione della stella nello spazio, la velocità sua assoluta e la forma del tratto di orbita osservato, elementi tutti della massima importanza, ed i quali, senza tema di venire smentiti, possiamo assicurare non essere mai stati prima d' ora da nessuno fatti conoscere.

Si fecero, è vero, in differenti paesi da vari dotti dei tentativi per determinare alcuno di questi elementi con osservazioni simultanee in due o più stazioni; ma alcuni non riuscirono a risultato di sorta per la troppa vicinanza delle stazioni, altri ottennero risultati che non si possono riguardare che come di grossolana approssimazione. Fra tutti il Prof. Secchi è quello che, vuoi per l'importanza delle osservazioni, vuoi per le conseguenze che ne dedusse, maggiormente fece progredire

questa parte della scienza. Ma non saprei se il metodo da esso adoperato potrà mai condurre a risultati maggiori dei già ottenuti.

In tutti i metodi finora adoperati vi ha una gravissima causa d'errore consistente in ciò, che, eccettuato qualche raro caso, le posizioni dell'astro prese nelle due stazioni possono corrispondere a punti differenti dell'orbita. Invero, chi assicura gli osservatori che i punti estremi della traiettoria apparente da essi osservata siano gli stessi nelle due stazioni? La diversità di distanza delle due stazioni dalla stella, l'ineguale trasparenza delle varie regioni del cielo, la maggiore o minore attenzione dell'osservatore in quel momento, sono altrettante cause per cui in alcuni casi gli archi di traiettoria, osservati nelle due stazioni, non solo non hanno i medesimi estremi, ma ancora potrebbero essere affatto differenti, od ~~addirittura~~ avere una porzione ben minima comune. Inoltre tutti sappiamo con quanta incertezza, anche subito dopo l'osservazione, si tracci sopra una carta o sopra un globo celeste la via tenuta dalla stella cadente.

Per ovviare a tutti questi inconvenienti, e a molti altri, che per brevità tralascio di enumerare, io ho ideato un mezzo di osservazione, che mi faccio ardito di raccomandare ai dotti, e che credo possa condurre a nuovi risultati di molto maggiore precisione di quelli finora posseduti. Ecco senza tanti preamboli il mio metodo.

Suppongo gli osservatori stabiliti in due stazioni alla distanza di 100 a 120 chilometri (la quale dietro i risultati del P. Secchi, deve riputarsi come la migliore per questo genere d'osservazioni). Immaginiamo un piano qualunque, verticale od obliquo, passante per la retta d'unione delle due stazioni. La traccia di questo piano sul cielo stellato potrà in ciascuna stazione rendersi sensibile ad un occhio situato in un punto fisso colla proiezione di un filo convenientemente teso. Dovendo, in ciò che segue, nominare più volte il suddetto piano, e la retta d'unione delle due stazioni, o per meglio dire, degli occhi dei due osservatori, chiamerò questa retta *asse d'osservazione*, o semplicemente *asse* e quel piano, *piano d'osservazione*.

Se il piano d'osservazione è verticale, la sua traccia in

cielo verrà segnata dalla proiezione di un filo verticale avente un capo fisso all'asse; se il piano d'osservazione è obliquo, e fa col piano verticale un angolo dato, la sua traccia in cielo (sempre per l'occhio situato sull'asse) verrà segnata dalla proiezione di un filo fisso all'asse, teso normalmente a questo, ed inclinato sulla verticale di un angolo eguale al dato.

In ciascuna stazione l'asse dev'essere ben determinato e reso sensibile con una serie di alcune anella portate da appositi sostegni. Ciascun anello consta di un foro circolare del diametro di 10 a 15 millimetri, scolpito in lastra sottile. Il suo centro deve stare sull'asse, ed il suo piano essere normale a questo. Ogni anello è destinato a fissare la posizione dell'occhio di un osservatore, il quale guarda il cielo a traverso al foro circolare dell'anello, stando in piedi, od assiso, come troverà più comodo per la sua persona.

A fronte dell'osservatore, alla distanza di alcuni metri (più o meno, secondo il beneplacito di chi dirige le osservazioni) si attacca fissamente all'asse il filo, che si tende in alto nel piano d'osservazione, e che colla sua proiezione segna all'osservatore la traccia celeste di questo piano. La lunghezza del filo dovrà essere tale, che sottenda in cielo, per l'occhio dell'osservatore, un arco di almeno 65 a 70° cominciando dall'orizzonte.

Fissato così nelle due stazioni un medesimo piano d'osservazione, ciascuno de' due osservatori coll'occhio al proprio anello attende il passaggio della stella dietro al filo rispettivo per notare su questo il punto di intersezione colla traiettoria apparente della stella. L'osservatore non deve avere altra cura che quella di determinare con esattezza sul filo questo punto d'intersezione, la qual cosa verrà resa più agevole adoperando non un filo, ma una lunga, diritta e sottile asta appiattita, giacente nel piano d'osservazione, e divisa in metri, decimetri e centimetri con piuoli trasversali di tali dimensioni, che rendano pronta e facile la lettura della divisione corrisponente al punto sopra nominato. La spessezza dell'asta e la grossezza de' piuoli di divisione dovranno proporzionarsi alla distanza dell'osservatore ed al grado della luce notturna che deve permettere di vederne abbastanza bene la proiezione del cielo.

Evidentemente, a questo modo, se accadrà che una mede-

sima stella venga osservata dalle due stazioni, gli osservatori saranno certi d'aver fissato un medesimo punto della sua traiettoria; ed appena occorre di aggiungere, che conoscendo: 1.° la distanza tra l'anello dell'osservatore ed il punto d'unione tra l'asta e l'asse, 2.° l'inclinazione dell'asta sull'asse, che può essere di 90° o meno ad arbitrio, 3.° la lunghezza della porzione d'asta compresa tra l'asse ed il punto di passaggio della stella, si calcolerà l'angolo che fa coll'asse la visuale condotta al punto osservato. La posizione poi di questo punto nello spazio si dedurrà dalla lunghezza nota dell'asse, e dagli angoli che le visuali condotte a detto punto fanno coll'asse stesso.

Ora se sopra un medesimo asse fissiamo più piani d'osservazione, uno verticale, e gli altri di 10 in 10 gradi, per esempio, a destra e a sinistra del verticale, e a ciascun piano in ciascuna stazione destiniamo un osservatore, avremo il mezzo di determinare, al modo che ho testè spiegato, la posizione di altrettanti punti dell'orbita, quanti sono i piani che una medesima stella cadente verrà ad attraversare.

Credo di dover far notare che io suppongo un osservatore per piano in ciascuna stazione, perchè reputo difficile e quasi impossibile che un solo individuo possa notare con sufficiente esattezza e sicurezza in più piani il passaggio della stella dietro l'asta graduata.

Resta a segnare il tempo de' passaggi osservati. Per questo si richiede un osservatore apposito, anzi l'osservatore più pratico di osservazioni astronomiche, che supplirà lo stesso direttore della stazione, il quale coll'occhio sull'asse contro un anello, tiene sotto la mano un tasto, ed ha di fronte le aste graduate di tutti i piani d'osservazione. Il tasto comunica con un cronoscopio grafico, elettrico o no, il quale segna il punto preciso di tempo in cui il tasto viene premuto. Oltre a ciò la stazione dev'essere munita di un buon orologio a secondi, che faccia conoscere il tempo assoluto dell'apparizione della stella, con un osservatore destinato a registrare questo tempo.

Con tale apparecchio di macchine animate e non animate, ecco come si può procedere all'osservazione. Ogni osservatore è al suo posto coll'occhio fisso alla porzione di cielo che gli spetta. Appareisce una stella cadente: il primo a scoprirla dà

l'allarme gridando *attenti!* e ciascuno ne aspetta il passaggio nel proprio piano, leggendo la divisione corrispondente dell'asta graduata; ed il direttore ad ogni passaggio della stella per un'asta qualunque tocca il tasto gridando *top! top!...* affinché l'osservatore che sta all'orologio possa segnare il tempo assoluto almeno del primo e dell'ultimo passaggio.

Terminata l'apparizione, ciascuno registra il risultato di ciò che osservò, o meglio, per non affaticare la vista con lumi estranei, dettano tutti gli uni dopo gli altri i risultati ad un apposito segretario, il quale non avrà da scrivere che pochi numeri sopra quadri già preparati. Il direttore, od un altro osservatore apposito, potrà tener conto delle fisiche apparenze della stella osservata.

La registrazione dovrà farsi subito dopo ciascuna apparizione di stella cadente, e con prontezza, affinché ciascuno sia libero di attendere tosto a nuove osservazioni; e se durante la scritturazione una nuova stella apparisse, non converrebbe badarle, per non mettersi nel rischio di registrare male un'osservazione per farne un'altra imperfetta. Tutto al più potrà essere utile di notare ne' quadri l'avvenimento della nuova apparizione.

In questo modo di osservare le stelle cadenti, l'uso del telegrafo elettrico per constatare l'identità delle singole apparizioni diviene meno importante; esso è però di grande utilità per far conoscere la differenza di ora degli orologi delle due stazioni; e sarebbe utile che ogni ora, ed anche ogni mezz'ora si facessero alcuni segnali telegrafici per conoscere l'andamento degli orologi.

Quello che ho detto credo possa bastare per l'intelligenza del metodo, senza che maggiormente io mi dilunghi a spiegare le varie particolarità dell'osservazione ed il modo di preparare e collocare a posto le anella e le aste graduate. Venendo poi a ciò che riguarda le stazioni, mi limiterò ad accennare come, per l'esatta fissazione dell'asse, è bene che le medesime siano visibili l'una all'altra. È importante che sia ben determinata la posizione geografica d'ambedue, e l'altezza loro sul livello del mare. Esse finalmente debbono essere unite con un filo telegrafico pel confronto degli orologi, a meno che non si preferisca di conseguire questo scopo con segnali di fuoco.

Qui taluno potrebbe aspettarsi di trovare le formole per l'interpretazione de' risultati delle osservazioni che si faranno; ma se trattasi delle formole trigonometriche per determinare la posizione de' singoli punti osservati, esse sono troppo semplici perchè non occorra di richiamarle qui; ove trattisi poi di formole destinate al calcolo della parabola o linea qualunque descritta nello spazio dall'astro osservato, parmi che il lavoro sarebbe per lo meno prematuro, a cagione dell'assoluta ignoranza in cui siamo della natura de' movimenti di questi astri. Percorrono essi una linea retta, od una linea curva? E se la traiettoria è curva, è dessa a semplice o a doppia curvatura? Da qual lato rivolge la sua concavità? Qual è il miglior sistema d'assi coordinati per riferirvi la traiettoria?

Le osservazioni soltanto potranno condurci alla soluzione di queste e di altre analoghe quistioni, e farci conoscere se il fenomeno sia puramente meteorologico ovvero cosmico; e nel caso che sia cosmico, se quei corpi si ravvolganó intorno al sole, o non piuttosto intorno alla terra, stando al nostro pianeta presso a poco come le comete al sole, il che, ove fosse, non sarebbe più impossibile il determinare col tempo il ritorno periodico di alcuno di quegli astri.



RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI SPETTRALI FATTE ALL'OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO; DEL P. A. SECCHI.

Le osservazioni spettrali sono divenute di una somma importanza tanto per la meteorologia che per l'astronomia. Non sarà quindi discaro ai lettori del *Nuovo Cimento* l'avere un sunto de' lavori di questo genere fatti in Italia in prosecuzione di ciò che hanno inaugurato tra noi il Donati a Firenze per le stelle, e lo Zantedeschi per la parte meteorologica. Cominciamo dall'atmosfera terrestre per passare a quella degli altri corpi celesti.

In una comunicazione fatta all'Accademia di Francia nel 1863 e inserita nei *Comptes rendus*, t. LVII. pag. 73, io indicava che la causa principale dell'assorbimento atmosferico terrestre era il vapore acqueo. Allora non potei appoggiare le mie prove che sulle indicazioni ayute da un piccolo spettroscopio tascabile, col quale avea veduto che le zone di assorbimento all'orizzonte e sul sole o contro le montagne erano più forti assai quando il cielo era biancastro, e che si avea da ciò indizio di una atmosfera carica di vapori. Questa prova fu stimata poco concludente; è perciò che ho ripetuto le mie ricerche con uno spettrometro a 5 prismi e a riflessione che in tutto fa l'effetto di 9 prismi avuto dal sig. Secretan di Parigi. Delle particolarità nella costruzione dell'apparato non mi hanno permesso di studiare con qualche precisione che lo spazio dello spettro tra le righe B ed E, ma questa porzione è sufficiente per questo mio scopo. Anzi ho dovuto limitarmi negli studi al piccolo tratto che circonda la riga D, e che ho trovato somministrare un campo di ricerche assai esteso. Que-

sta riga nell'istrumento quando il sole è presso l'orizzonte si vede quintupla, cioè oltre le righe D' e D'' del sodio se ne vedono 3 altre all'interno, delle quali una sola è nella figura di Kirchhoff. Ultimamente ho potuto veder doppia anche questa riga media. È noto che il sig. Gassiot vi ha veduto 13 righe operando con 9 prismi a solfuro di carbonio. Io indico il numero delle righe vedute, solo per far conoscere la forza del mio istrumento e non per altro. Credo però che di queste righe secondarie non sia impossibile che ve ne siano diverse nelle diverse regioni del globo, e singolarmente che ove si ha l'atmosfera carica di molte emanazioni chimiche, sia possibile che ve ne siano alcune che non trovinsi in luoghi ove non esistono tali emanazioni. L'uso di 9 prismi essendo molto incomodo ho limitato il loro numero a 7. La figura annessa dà le linee osservate il giorno 14 Febbraio 1865, ove si vede che oltre le interiori *a, b, c* due delle quali non sono in Kirchhoff, ve ne sono anche molte altre esteriori che mancano in quel classico lavoro. La loro mancanza mi fece credere che esse potessero esser effetto dell'assorbimento atmosferico, e perciò le presi a studiare con diligenza. Nell'inverno pertanto allorchè il sole è abbastanza alto presso al meridiano esse si vedono appena, e il gruppo *e* svanisce completamente. All'incontro presso l'orizzonte esse divengono assai oscure, ed eguagliano in larghezza la riga D'. Però esse sono sempre mal terminate ossia come dicesi nebulose, e rassomigliano a figure tondeggianti, o simili ad una prospettiva di colonne. Questa nebulosità è più notabile paragonandola a D' che si conserva sempre tagliente, mentre invece D'' acquista un poco di nebulosità: (*Tav. I. fig. 1.*)

Per riconoscere pertanto l'influenza del vapore acqueo su queste strie, ho fatto una serie comparativa di osservazioni presso del meridiano nei giorni di tramontana forte e pura a cielo oscuro cupo, e nei giorni di scirocco o di vento sud nei quali l'umidità era assai forte. Il risultato è stato che nei giorni secchi e freddi non si vedevano punto al meridiano queste linee secondarie *a c d' d e* mentre che negli altri giorni si vedevano bene e colla massima facilità. Farò osservare che per veder meglio questi oggetti delicati ho dato allo spettrometro intero un movimento diretto verso il sole, onde non impiegare

punto la riflessione dello specchio dell' eliostato. Questo credo bene fare osservare perchè certe linee più delicate sono difficili ad osservarsi dopo la riflessione. La stagione di inverno mi è sembrata più a proposito per decidere la questione, essendo quella in cui il vapor d' acqua è in minima copia, e nell' estate benchè il sole sia più alto e la spessezza dello strato atmosferico attraversato sia minore, pure per la quantità maggiore di vapor d' acqua che contiene l' atmosfera, le righe si vedono bene al meridiano anche in giorni non gran fatto biancastri. Questa conseguenza è stata confermata anche dal sig. Sansson il quale l' ha appoggiata sul punto di saturazione dell' atmosfera, criterio però che può avere l' obiezione di essere troppo locale, mentre il color del cielo è più generale.

Nel corso di queste ricerche ho anche notato l' altra particolarità che le zone nebulose del verde che sono presso la regione δ di Brewster, ossia tra 116 e 206 di Kirchhoff e l' altra presso C° di Brewster ossia 80,9 di Kirchhoff, e le altre presso C, B e D cominciano a comparire molto più presto quando il cielo è vaporoso, che quando è sereno e con tramontana secca. La differenza in tempo a cui compariscono queste zone è dieci minuti almeno più presto nei primi giorni che nei secondi. In un giorno limpido e asciutissimo le ho vedute ritardare più di 20 minuti oltre l' ora solita, e le altre righe erano singolarmente ristrette.

Questi studi sul raggio solare diretto finiscono quando il sole tramonta, perchè lo strumento esige luce superiore a quella del crepuscolo per vedere qualche cosa: ma se si abbia cura di fare le osservazioni comparative tra lo spettroscopio grande e quello piccolo tascabile di Hoffman fatto col prisma composto di Amici, si possono seguire questi fenomeni anche dopo il tramonto del sole, e le conclusioni sono le stesse. Soltanto allora a causa della poca forza dispersiva dello strumento non possono più risolversi le zone, che restano come larghe linee sfumate. Così pure può facilmente verificarsi, ciò che disse lo Zantedeschi, e che io ho veduto più volte, cioè che quando piove le zone di assorbimento sono intensissime e tanto forti che appena le ho vedute eguali stando il sole già sotto l' orizzonte in un crepuscolo vaporoso assai. E pure nelle circostanze

in cui io ho esaminato la pioggia il sole stava altissimo e presso al meridiano. Notai già fino dal 1863 che nelle luci a gas distanti 2 chilometri in giornate vaporose apparisce qualche traccia di righe oscure nel rosso. Spero di poter fare studi più estesi sotto questo rapporto.

Per riconoscere però fino a qual punto questi fenomeni sono locali e generali, sarebbe mestieri che il medesimo osservatore si trasportasse in varii paesi con uno stesso strumento di gran forza, e usasse una scala fissa per misurare l'intensità delle righe. Il sig. Chacornac mi scrive che vi ha già applicato il principio fotometrico della polarizzazione, e speriamo che produrrà buoni risultati.

Veniamo agli altri corpi celesti. Senza ripetere per esteso ciò che ho detto nel *Bullettino meteorologico*, qui mi limiterò a dire che in Giove e Saturno esistono righe nere nel rosso diverse da quelle che abbiamo nell'atmosfera terrestre. Ho fatto su questo punto controverso le più delicate ricerche che ho potuto usando un micrometro a fenditura strettissima illuminata e mobile con una delicata vite, e dopo aver fissata questa sulle citate righe del pianeta, ho rivolto lo strumento alla luna presso l'orizzonte, o il dì seguente all'orizzonte nostro illuminato dal sole, ma ho veduto sempre una diversità di posizione nella zona nera che sta nel rosso. Quella di Saturno cade vicinissima alla riga C⁶ di Brewster che è anche da noi atmosferica, ma non vi coincide e ne dista verso il rosso estremo di tutta la sua larghezza. La stessa cosa si verifica pure in Giove. Quindi questi due pianeti sono dotati di una atmosfera in cui sono sostanze diverse dall'atmosfera terrestre, sono inoltre in essi visibilissime le zone presso D e oltre D in δ di Brewster, nel primo verde. Merita attenzione il fatto che in Giove le righe diventano più forti quando i raggi che cadono sulla fenditura vengono dal lembo del pianeta il che è conseguenza della maggiore spessezza di strato attraversato. Lo stesso ha luogo per Saturno, se non che qui per la presenza dell'anello la cosa è più complicata. Mi pare però sicuro il fatto che le anse dell'anello danno le righe più forti che non il centro del pianeta. Ma se ciò sia effetto di diversa intensità del lume, o di diverso assorbimento nol saprei per ora decidere.

So che il sig. Huggins e altri credono queste righe tutto
atto di assorbimento. Che ciò sia vero nel sole e in molte
le lo credo: ma che sia in tutte lo stesso ne dubito as-
e mi pare difficile nel caso nostro trovare una atmosfera
assorba tutte affatto le tinte dal verde in giù; a me pare
semplice il credere che oltre la prima classe di stelle ve
è un'altra in cui noi vediamo non i raggi residui, ma i
gi diretti come nelle luci elettriche. La bella scoperta di
una stesso sulle nebulose sembra confermare questa opinione.

Ho verificato su molte nebulose la sua scoperta, cioè che
planetarie non danno spettro continuo né interrot-
to lo spettro si riduce a una o due o al più tre
fluide, per lo più verdi e azzurre. I risultati da
sulla nebulosa d'Orione contemporaneamente al
ono i più sorprendenti. Questa viva nebulosa non
tro che di tre righe una verde nel mezzo tra *b* e *F*
; che è bella viva e larga. Un'altra vicinissima e
iene appresso; e finalmente una terza assai fina
(a della media) che sta al posto della *F* oscura

rtante vedere se un oggetto che ha aspetto di
sate in circolo, eppure appartiene alle planetarie,
ro continuo ovvero le righe isolate. È stato eccel-
proposito la nebulosa dell'Idra ($R. = 10^{\text{or}}. 17^{\text{a}};$
 $1'$) la quale mi ha dato né più né meno che la
rde (*a*) viva che sta in quella d'Orione. Ecco un
il risolvibilità stellare appena posso dubitare, per-
da me 5 anni sono e veduto più volte decompo-
e, che pure non ha spettro continuo. Sarà egli
ovare delle stelle rigorosamente *oligocromatiche*
poste di soli gas incandescenti? Io non lo dispero
e non improbabilmente la stella α d'Orione è in
che le sue linee siano piuttosto di luce diretta
morbida. Cominciamo appena a raccogliere fatti ed
zzare, ma credo che non si deve esser troppo
r tutto all'assorbimento. Ulteriori osservazioni de-
l sole la cosa è certa perché sappiamo d'altronde
atmosfera.

Ho esaminato la stella nebulosa posta a $7^{\text{h}}.19$ di a R, e $+21^{\circ}.15'$ decl. ed è curioso vedere lo spettro prismatico diffuso combinato con lo spettro nebulare della semplice riga lucida. Questo oggetto è sì difficile che non isperava averne risultato, ma la vicinanza dell'altra stelletta quasi eguale priva di nebbia dà un gran peso a queste osservazioni.

Roma, 19 Aprile 1865.



**CLASSIFICAZIONE DEGLI ANIMALI BASATA SUL PRINCIPIO
DELLA CEFALIZZAZIONE; T. D. DANA.**

(*Amer. Journ. of science und arts.* Vol. XXXVI. Nov. 1863).

Estratto.

La terminazione anteriore dell' animale nella testa lo costituisce un organismo essenzialmente cefalizzato, con opposizione fra la parte relativamente anteriore, ch' è la sede dei sensi, della bocca e di tutti gli organi a quelli tributarii, e la posteriore, che comprende i visceri digestivi e tutto l' apparato della riproduzione.

In varii modi o sotto varii aspetti può essere espresso il differente grado di cefalizzazione.

A. Grandezza o forza del sistema vitale, in grado speciale ad ogni tipo, dall' uomo ai protozoi.

1. *Potenziale.* Con forza e grandezza del sistema vitale successivamente minori nel declinare del grado, o maggiori nel salir di esso; come nel passare dal tipo dei megasteni (quadrumani, carnivori, erbivori e mutilati) a quello dei microsteni (cheirotteri, insettivori, rodenti e sdentati), o dai decapodi ai tetradecapodi fra i crostacei, nel quale ultimo caso, a differenza del primo, v' è pure una decefalizzazione retroferente.

B. Funzionale, relativamente alla distribuzione delle funzioni alla parte anteriore od alla posteriore.

2. *Retroferente.* Translazione delle funzioni all' indietro, rispetto a ciò che ha luogo nel tipo affine immediatamente superiore.

a. Translazione di membri dalla serie cefalica alla locomotiva; come quella degli arti anteriori all'ufficio di locomozione, nel passare dall'uomo ai bruti; quella di un paio di mascellipiedi, od organi buccali posteriori, alla locomozione, nel passare dagli insetti ai ragni; quella di due paia di essi organi, dai crostacei decapodi ai tetradecapodi.

b. Translazione dell'attitudine e funzione locomotiva e prensile, più o meno completamente, dagli organi locomotivi anteriori ai posteriori.

c. Translazione della funzione locomotiva, più o meno completa, dagli arti, resi perciò spesso obsoleti, al corpo e principalmente all'estremità caudale.

Rispetto alle due ultime considerazioni, la condizione può dirsi: (a) Prostenica, se gli organi locomotivi anteriori abbiano la loro normale superiorità; (b) Metastenica, se il paio posteriore divenga il più importante, con indebolimento od obliterazione dell'anteriore; (c) Urostenica, se la parte posteriore del corpo, ossia la estremità caudale, sia l'organo principale di locomozione. Gli ordinari uccelli volatori sono prostenici, mentre i precoci (gallinacei, brevipenni ec.), poveri od incapaci al volo, sono metastenici e mostrano con ciò la inferiorità del grado. Imenotteri, ditteri, lepidotteri ec., fra gli insetti, sono prostenici, mentre coleotteri, ortotteri, strepsitteri ec., nei quali le ali anteriori (elittre) poco o punto coadiuvano al volo, sono metastenici. Le pulci, che sono esempi di degradazione rispetto ai ditteri, hanno il terzo o posterior paio di gambe molto più lunghe e forti. Fra i crostacei macruri, i tipi più elevati hanno più potenti le gambe anteriori, i meno elevati quelle del secondo paio, gli inferiori (peneidi) quelle del terzo. Il metodo così riguardato come retroferente, diviene preferente nella serie ascendente.

3. *Pervertivo*. L'assoggettamento di un organo ad una funzione anormale inferiore alla sua normale; come quello del naso dell'elefante alla prensione, delle antenne di alcuni crostacei inferiori alla prensione od alla locomozione, dei mascellipiedi dei macruri inferiori alla locomozione, dal precefalo di molti erbivori all'ufficio di difesa. Il perversimento del naso nei proboscidiani è indizio della loro inferiorità rispetto ai carni-

sempre d' inferiorità . È invece caso di vera degradazione moltiplicativa quando la estremità posteriore è per grandezza od importanza parte principale della struttura , come nelle serpi e nei pesci . La moltiplicazione dei segmenti può provenire da suddivisioni dei segmenti normali ingranditi , come le articolazioni delle antenne nei crostacei del gruppo de' ciclopi, e forse i segmenti de' fillopodi ; ma quelli de' miriapodi e dei vermi sembrano direttamente doversi a moltiplicazione del nùmero normale . In ordine ascendente, il processo può dirsi limitativo .

D. Strutturale , riguardo alle condizioni di accentrazione, di complessività, di perfezione e di animalità da una parte , e di risoluzione, semplicità, difettosità e somiglianza a pianta dall' altra .

7. *Analitico* , rappresentato dalla più o meno completa risoluzione della struttura del corpo o di un organo nei suoi eguali elementi normali . Ne sono esempi fra gli articolati, per la generale struttura , i miriapodi , i vermi e le larve degli insetti ; per la unione del cefalotorace, i ragni ed i crostacei; e per la mancanza della separazione anche dell' addome , gl' infimi dei ragni , cioè gli acaridi . Fra i vertebrati, sono i pesci che manifestano consimile tendenza . Ma, nè fra gli adulti nè fra le larve, ha giammai luogo una completa risoluzione della testa nei suoi segmenti normali . Il grado maggiore di avvicinamento a tale condizione , fra i crostacei, si trova nei *Gastrurani* del gruppo delle squille , ma il segmento mandibolare ed uno , due o più dei mascellari vi sono pur sempre uniti . Negli insetti , il torace formato di tre segmenti ha da tre a cinque volte il volume della testa che è formata di sei , con una condensazione cefalica comparativa quindi di sei a dieci volte . Essendo la concentrazione della struttura animale eminentemente cefalica , la testa è la parte meno soggetta alla risoluzione nei suoi elementi .

8. *Semplificativo*, riguardo al numero degli organi esterni ed interni e delle funzioni che ne dipendono (respirazione , digestione , generazione ec.), il cui termine estremo fra i raggiati è l' idra, fra gli animali tutti il protozoo ; e riguardo alla eguaglianza delle parti similari, come i somiti nella tenia, od anche la eguale altezza dei denti in alcuni dei più antichi mam-

miferi terziari. La differenziazione degli organi e quindi la specializzazione delle funzioni è il fondamento della superiorità di sviluppo. Per essa si moltiplicano e si perfezionano i mezzi della elaborazione organica, è raggiunto un grado più elevato di cambiamenti chimici, si fa più perfetta la nutrizione, più completa la decarbonizzazione del sangue, si consegue finalmente maggior perfezione in tutti i tessuti, maggiore sensibilità nel sistema nervoso e maggior potere ed attività cefalica.

9. *Ellittico*, cioè consistente nella difettosità od assenza di segmenti o di membra normalmente esistenti nel relativo tipo di ordine o di classe, e proveniente da enorme debolezza nel sistema generale od in un dato organo. Si verifica specialmente nei tipi inferiori e degradati, e ne sono esempi: la mancanza di alcuni o di tutti i denti negli sdentati, degli arti posteriori nelle balene, delle appendici abnormi e dei segmenti posteriori del torace in alcuni schizopodi o macrurani inferiori, delle antenne di una o di ambedue le paia in parecchi entomostracei inferiori, delle ali nella pulce ec. Questo modo di decefalizzazione, non solamente defunzionativo ma organico, è posto in evidenza dal contrasto delle deficienze provenienti da altre cause. Così per concentrazione cefalica l'addome è piccolo e veramente ellittico riguardo ai segmenti e riguardo alle membra nel granchio, ch'è il superiore dei crostacei, mentre negli schizopodi, nel *Limulus* ed altri crostacei inferiori la stessa deficienza proviene da indebolimento del sistema vitale, ossia decefalizzazione. Così lo sviluppo prevalente di una parte o di un organo si fa talvolta a spese dei vicini: un solo dito nel piede del cavallo, ed esso possiede la pienezza della forza normale consentita al piede di un erbivoro; esso rappresenta il massimo di disparità fra gli organi omologhi, ed è quindi esempio di un modo ellittico di cefalizzazione. Ma in paragone al carnivoro, nel quale il sistema vitale ha la forza di sviluppare tutte le dita nella completa pienezza del vigore, il piede del cavallo diviene esempio ellittico di diminuita cefalizzazione. Così nei ruminanti esiste la serie completa dei denti nello stato embrionale, ma alcuni non si sviluppano, mentre gli altri, cioè quelli che sono particolarmente caratteristici del tipo, progrediscono nell'ingrandimento e nella perfezione. L'ana-

ploterio, colla eguaglianza dei suoi denti, è inferiore all'attuale tipo dei ruminanti. Ma, rispetto al tipo dei megasteni rappresentato dai carnivori, la mancanza di alcuni denti costituisce i ruminanti in comparativa inferiorità. Nei carnivori, quanto sono più grandi i canini, tanto è maggiormente ridotto il numero dei molari: tre soli per lato nel *Machairodus*. Lo sviluppo straordinario delle difese dell'elefante è fatto a spese degli altri incisivi e dei canini, e quella incompleta dentatura può così essere compatibile con alta cefalizzazione comparativamente al tipo erbivoro, come il piede del cavallo lo è rispetto ai solidunguli. Così finalmente è pure ad avvertirsi che, mentre la massima decefalizzazione ellittica è necessariamente evidente negli infimi tipi, ove va a sparire ogni specializzazione di organi e di funzioni, pure esso modo di comparazione è specialmente applicabile nei limiti dei singoli tipi.

10. *Fitozoico*, nel quale la somiglianza colla pianta proviene dalla collocazione raggiata o dei soli organi esteriori, come nei briozoi e nei tunicati inferiori, o degli organi esteriori insieme e degli interni, come nei raggiati; o dalla simmetria più o meno perfetta, che sostituisce la radiazione alle forme irregolari ed eccentriche. La simmetria perfetta si verifica allorchè il tipo numerico ne sia il 4 ed il 6 (multipli essi stessi del 2 e del 3), come nelle meduse e nei polipi; ma col numero 5 si hanno, insieme alla perfetta simmetria del raggiato, anche esempi di forme assimetriche, che si elevano dal tipo fitozoico all'olozoico, come gli spatangoidi ec. Nel *limulus*, la posizione quasi centrale della bocca si associa alla decefalizzazione amplificativa. Nella moltiplicativa, abbiamo miriapodi e vermi, nei quali, per la debole preponderanza cefalica, la moltiplicazione dei segmenti è posteriore. Il primo segmento a comparire negli anellidi è l'ottavo, a partire dal cefalico, e la moltiplicazione si effettua posteriormente ed anteriormente, come da un nuovo centro moltiplicativo.

E. 11. *Posizionale*, valevole soltanto per i vertebrati, e relativa alla posizione del sistema nervoso, di cui sono estremi la verticalità nell'uomo, e la orizzontalità nel pesce.

F. *Embriologico*, comprendendovi lo sviluppo giovanile.

12. *Prematurativo*, quale è lo sviluppo precoce dei gio-

bordinati. (2) Inferiorità è pure il partaggio delle specie che vivono in acque impure e di condizioni abnormi, o nella deficienza di luce, in luoghi bui o nelle profondità dell'oceano. Ma le acque del mare albergano i tipi più elevati rispetto a quelli delle acque dolci e specialmente delle salmastre, che implicano inferiorità anche rispetto agli abitanti delle dolci. (3) In conformità al canone 15°, le specie ovipare dei paesi freddi sono relativamente inferiori a quelle del caldi; alla qual legge però punto non soggiacciono i mammiferi vivipari, che hanno la temperie necessaria allo sviluppo embrionale nell'alveo materno. Ed una qualche eccezione v'è anche fra i primi: i majoi-di, ossia granchi triangolari, conseguono il massimo sviluppo nella zona freddo-temperata. (4) Vastità di abitazione, rispetto a ciascuna delle condizioni fisiche: clima, altitudine, temperie e profondità oceanica, igrometria ec.; implica generalmente inferiorità organica. Ma l'uomo, che non è solamente della e nella natura, ma anche sopra ad essa, perchè ha la volontà ed il potere di assoggettarne le forze, non è soggetto a quella legge. Protofiti ed uomo sono i soli cosmopoliti, quelli perchè infimi, questo perchè sommo. Se il cane accompagna l'uomo ovunque, è perchè quello lo protegge. Ed anche le razze umane deteriorano nei climi estremi.

Recapitolazione dei metodi di cefalizzazione.

	<i>Discendente</i>	<i>Ascendente</i>
A. Grandezza o forza vitale	1. Potenziale	1. Potenziale
	2. Retroferente	2. Preferente
B. Funzionale	3. Pervertivo	3. } Prefunzionativo
	4. Defunzionativo	4. }
C. Incrementale	5. Amplificativo	5. Concentrativo
	6. Moltiplicativo	6. Limitativo
	7. Analitico	7. Sintetico
D. Strutturale	8. Semplificativo	8. Differenziativo
	9. Ellittico	9. Completivo
	10. Fitozoico	10. Olozoico
E. Posizionale	11. Posizionale	11. Posizionale
F. Embriologico	12. Prematurativo	12. Prematurativo

E parimente gli altri termini figurano in ambedue le colonne. Col grado ascendente i cambiamenti sono per la maggior parte concentrativi; col discendente diffusivi o discentrativi.

Osservazioni ulteriori.

1. La degradazione, indipendentemente dal modo di origine e semplicemente quale espressione della condizione organica comparativa, deve essere sempre riferita al tipo di un gruppo più o meno generale. Può quindi associarsi alla condizione tipica relativa di gruppo inferiore. I pesci rappresentano degradazione del tipo vertebrato, ma nei limiti della classe i teleostei rappresentano il tipo del pesce. I cetacei sono degradazione del tipo megastenico, le foche lo sono del carnivoro. In ciascun gruppo possono esservi più forme tipiche: mammiferi, uccelli e rettili sono tre forme del tipo vertebrato; uomo, megasteni e microsteni del tipo mammifero; i pesci sono forma ipotipica o degradata del primo, gli otocoidi del secondo. Ma, anche senza degradazione, può una forma allontanarsi dal tipo del suo gruppo, dirsi quindi emitipica, la quale anzi riesce relativamente ipertipica: così i ganoidi ed i selachiani rispetto ai teleostei; i quadrumani rispetto ai megasteni, pari tipi dei quali sono i carnivori e gli erbivori, mentre i cetacei ne costituiscono la forma ipotipica; i cheirotteri rispetto ai microsteni, de' quali insettivori e rosicanti sono i tipi, e gli sdentati l'ipotipo.

2. La classificazione somministra istruttivi esempi dell'applicazione dei termini che esprimono i vari metodi di cefalizzazione. I due ordini de' crostacei sono basati sul metodo retroferente ed insieme sull'analitico: nei tetradecapodi abbiamo membra trasferite dalla serie cefalica alla locomotiva, e più segmenti del corpo liberi, regolari e normali nella forma, in paragone ai decapodi. Le due tribù dei decapodi dipendono principalmente dal metodo amplificativo, ma insieme anche dall'analitico: i macruri presentano allungamento e lassezza di segmenti anteriori e posteriori, e numero normale degli addominali, in paragone dei brachiuri. Le suddivisioni dei macruri ci danno esempio del metodo retroferente nel trasferimento della forza dal primo paio di gambe al secondo e, fra i generi inferiori, anche al terzo; dell'amplificativo nella lunghezza del-

le antenne in alcune famiglie, ed in quella dell'addome in paragone al cefalotorace in altre; dell'ellittico nell'assenza dei membri posteriori cefalotoracici, ed anche degli addominali in alcuni schizopodi (macruri ipotipici); del perversivo nei mascello-piedi anteriori, che assumono forma e funzioni di piedi in alcuni macruri inferiori. Come fra le tribù dei decapodi, così fra i tetradeapodi isopodi e gli anfipodi, è differenza amplificativa nella maggior lunghezza del cefalotorace e dell'addome, ed analitica nel numero approssimativamente normale de' segmenti addominali e loro membra. La obsolescenza dell'addome nei caprellidi, e quella di due paia di gambe toraciche in altri anfipodi è ellittica, mentre altre differenze nella stessa tribù sono amplificative.

Insetti ed aracnidi costituiscono due ordini di una sola classe, distinti col metodo retroferente ed insieme coll'analitico. La funzione del volo prevalentemente od intieramente trasferita dalle ali anteriori alle posteriori è la caratteristica distintiva retroferente fra le due divisioni superiori degli insetti, i prostenici ed i metastenici. Amplificazione, analisi ed ellissi caratterizzano il terzo gruppo ipotipico degli apteri e degli anametaboli.

3. Le forme derivanti dall'applicazione della stessa legge di cefalizzazione nei differenti gruppi, risultano spesso simili e stabiliscono quindi delle analogie fra i gruppi stessi o le loro osculazioni: le ortottere mantidi colle nevrottere mantispidi; le dittere tipulidi coi nevrotteri; le ardee altrici colle gralle precoci, per decefalizzazione amplificativa espressa nella lunghezza del corpo e delle gambe.

4. Il zoologo deve prendere in considerazione tutto l'insieme dell'organizzazione, ed usare spesso molta cautela nel decidere se date forme risultino da elevata o deficiente cefalizzazione, potendo essi risultamenti essere consimili: brachiuri per cefalizzazione concentrativa, e schizopodi per generale debolezza di sviluppo organico, hanno addome analogamente obsoleto, e più ancora i caprellidi ed il limulo per decefalizzazione ellittica. Le larghe ali dei lepidotteri esprimono decefalizzazione amplificativa, senza che perciò si abbia espressione di elevazione concentrativa nei notturni ad ali rese anguste da relativa inferiorità.

piamente emifitoidi e per la struttura polipiforme e perchè affissi.

Dei raggiati, benchè tutti degrading, le due prime classi sono relativamente tipiche: echinodermi, con visceri approssimativamente normali; acalefi, il cui sistema digestivo si riduce ad una cavità gastrica dalla quale irraggiano vasi immersi nei tessuti. Degradi, ossia i più fitoidi fra gli animali fitoidi, sono i polipi, che sono affissi ed il cui stomaco è circondato da una cavità, più o meno divisa lateralmente da dissepimenti. Il prospetto mostra le correlazioni delle divisioni:

Sottoregni	Vertebrati	Articolati	Molluschi	Raggiati
Vertebrati	Mammiferi	—	—	—
Articolati	Uccelli	Insettiani	—	—
Molluschi	Rettili	Crostacei	Ordinari	—
—	Pesci	Vermi	Ascidiodi	—
Raggiati	—	—	—	Echinodermi
—	—	—	—	Acalefi
—	—	—	—	Polipi

La classe de' mammiferi si divide in uomo, megasteni, microsteni ed otocoidi, essendo la distinzione degli ordini successivi dal primo desunta dallo stesso carattere che distingue gli ordini in altre classi, il trasferimento delle membra anteriori dalla serie cefalica alla locomotiva. Owen ha dimostrato che le membra anteriori, quali appendici normali della divisione occipitale del capo, sono quindi nel tipo vertebrato vere appendici cefaliche. Oltrechè per la posizione e per le correlazioni strutturali (ancor più evidenti in alcuni vertebrati inferiori, fra i pesci), esse lo sono nell' uomo per l' uso. Il loro trasferimento alla serie locomotrice è manifesta degradazione del tipo di vertebrato, espresso nella sua perfezione nel solo uomo. Il degrade ordine degli otocoidi può dividersi in tre gruppi: megastenico che include i generi *Phalangista*, *Dasyurus*, *Macropus*, *Diprot-*

den, ec.; microstenico, cui spettano gli altri, *Perameles*, *Didelphys*, *Phascolomys*, *Echidna* ec.; il terzo o degrade, anche rispetto al tipo dell'ordine, è quello dell'ornitorinco.

Nella classe degli uccelli le due prime grandi divisioni: altrici o pterostenici e precoci o podostenici hanno tipo limitativo; la terza, o degli erpetoidi, lo ha moltiplicativo.

Tutti i rettili si possono ridurre a tre tipi: cheloniani, lacertoidi ed anfibi, paralleli alle tre classi inferiori dei vertebrati. I lacertoidi comprendono, fra i sauriani ed i lacertiani, i veri tipi della classe, ma insieme gli ofidiani, che, a quelli connessi con passaggi quasi insensibili, ne sono come la degradazione. Gli anfibi, col loro avvicinamento ai pesci, rappresentano nella classe de' rettili la degradazione stessa degli otocoidi in quella de' mammiferi. I cheloniani invece, per le correlazioni loro cogli uccelli, sono rettili ipertipici.

Lo stesso è a dirsi dei selachiani e dei ganoidi rispetto alla classe dei pesci, mentre l'ordine dei teleostei ne rappresenta il vero tipo, degrade esso stesso rispetto al tipo vertebrato. I dermotteri o mizonti (*Amphioxus*, *Myxine* ec.) sono degni rispetto al tipo di pesce, ossia ipotipici.

Mammiferi	Uccelli	Rettili	Pesci
Uomo	—	—	—
—	—	—	Selachiani
Megastenici	Pterostenici	Cheloniani	Ganoidi
Microstenici	Podostenici	Lacertoidi	Teleostei
Otocoidi	Erpetoidi	Anfibi	Dermotteri

Nel sottoregno degli articolati, ciascuna delle due prime classi, insettiani e crostacei, non ammette che tre grandi divisioni, una delle quali rispettivamente ipotipica. Nella classe invece dei vermi, tutta degrade rispetto al sottoregno, sono quattro differenti tipi di struttura. Gli annelidi o vermi tipici, includenti i branchiati, gli abramchi e, come gruppo degrade, i

nematoidi. Il secondo tipo è dei bdelloidi o vermi molluscoidi, includenti le irudinee, le planarie ed i trematodi, i quali ultimi sono forme degradi rispetto alle prime. Così il terzo gruppo, quello dei gefireani od oloturiodi (*Echiurus*, *Sipuncula* ec.), assume le forme dei raggiati. Ed il quarto, o dei cestoidi o protozoici, appartiene a degradazione ancora più avanzata, espressa dalla mancanza di sistema digerente normale, ciascun segmento avendo in essi nutrizione indipendente. Nessun tipo in questo sottoregno è paragonabile al primo del precedente, e due sole divisioni in ciascuna delle tre classi è tipica, le altre sono degradi o ipotipiche.

Insettiani	Crostacei	Vermi
Insetti	Decapodi	Annelidi
Ragni	Tetradecapodi	Bdelloidi
Miriapodi	Entomostraci	Gefireani
—	—	Cestidiani

L'idea tipica dell'insetto, ch'è quella di un articolato volante, implica la divisione in tre ordini: prostenici o ctenotteri, le cui ali anteriori servono al volo, quali sono gl'imenotteri, i ditteri, i nevrotteri, i lepidotteri e gli omotteri; metastenici od elitrotteri, le cui ali anteriori servono punto o poco al volo, e sono i coleotteri, gli strepsitteri, gli ortotteri e gli emitteri, i quali ultimi sono a torto uniti da alcuni entomologi agli omotteri; apteri, che comprendono solamente i lepismidi ed i podurellidi, essendo gli altri insetti mancanti di ali, per altri essenziali caratteri, ripartiti fra i precedenti gruppi. La degradazione del tipo è evidente nei lepismidi, per le forme larvali e per altre analogie coi miriapodi; ed ancor maggiormente nei podurellidi. Per i ragni, come per i crostacei, le suddivisioni dipendono dagli stessi metodi di cefalizzazione, l'amplificativo e l'analtico: mentre negli insetti sono distinti, capo, torace ed addome, nei due primi ordini de' ragni il corpo è diviso in due sole parti, il cefalotorace e l'addome, e nel terzo, ossia quello degli

acaroidi, il corpo è indiviso. La differenza fra polmonati e tracheati non è così essenziale come apparisce. Il primo ordine, araneoidi o brachiurali, comprende i polmonati, ma eccettuatine i pedipalpi, che, insieme ai tracheali cheliferi, appartengono al secondo ordine, scorpionidi o macrurali. I due soli ordini di miriapodi, chilopodi e diplopodi, danno esempio dei due modi di decefalizzazione moltiplicativa. I più elevati miriapodi corrispondono agli isopodi. I crostacei decapodi si suddividono in tre soli gruppi: i brachiuri, la cui degradazione è espressa negli anomuri; i macruri, cui parimente spettano quali degradi gli schizopodi; ed i gastrurani, nei quali la degradazione del tipo è espressa dalla estensione dei visceri nell'addome. Essi corrispondono agli stomatopodi di Latreille, ma nell'ultima edizione della sua opera egli li coordinava, del pari che gli schizopodi, ai decapodi, mentre invece si coordinano coi brachiuri e macruri, quali suddivisioni dei decapodi. Anche nei tetrade-capodi abbiamo le stesse due prime suddivisioni come nei decapodi: brachiuri e macruri. Gli anisopodi sono degradazione degli isopodi, appunto come gli anomuri lo sono dei brachiuri decapodi. Così i lemodipodi (caprellidi ec.) lo sono degli anfipodi, e nè gli uni nè gli altri possono riguardarsi come terzo gruppo indipendente. Una terza suddivisione è invece probabilmente costituita dei trilobiti, nella supposizione che non potessero mancare di appendici foliacee i segmenti addominali, il cui numero eccessivo esprime solamente una degradazione del tipo di tetradecapode. Gli entomostraci o celopodi comprendono quattro ordini. Il primo è dei carcinoidi (Latreille), costituito dal gruppo dei ciclopi (copepodi Edw.), che hanno abito decisamente macrurale, ed ai quali devono essere aggiunti, come essenzialmente identici nel tipo di struttura, i caligoidi (cormostomi dell'A., sifonostomi degli altri). Secondo, gli ostracoidi (gruppi: *Daphnia*, *Cypris* e *Limnadia*), che, oltre al più o meno completo guscio bivalve, hanno addome corto, incurvato e senza articolo od appendice terminale e quindi più ellittico dei carcinoidi. Terzo, limuloidi, il cui addome, per ancor maggiore ellissi, è ridotto ad una spina o quasi obsoleto (la giuntura trasversale corrisponde alla sutura dei caligi ec.), e le cui appendici buccali sono tutte pediformi e sono i soli organi di loco-

mozione. Quarto, i rotiferi, profonda degradazione protozoica, riferita da alcuni, come a tipo moltiplicativo, a quello dei vermi, cui si oppone il limitato numero dei segmenti, quando sono distinti, le mandibole dentate (che mancano nelle suddivisioni inferiori dei vermi) e la somiglianza di forma alle dafnie e ad altri entomostraci. I fillopodi vanno distribuiti fra le due prime suddivisioni. I cirripedi non sono che ostracoidi affissi ed amplificati. Le suddivisioni dunque degli insettiani e dei crostacei possono disporsi così:

Insetti	Aracnidi	Miriapodi	Decapodi	Tetradecap.	Entomostraci
Prostenici	Araneoidi	Chilopodi	Brachiuri	Isopodi	Carcinoidi
Metastenici	Scorpionidi	Diplopodi	Macruri	Amfipodi	Ostracoidi
Atteri	Acaroidi	—	Gastrurani	Trilobiti	Limuloidi
—	—	—	—	—	Rotiferi

Nelle divisioni e suddivisioni di qualsiasi rango predominano i numeri 4 e 3; ed in ognuna di esse, 3 nel primo caso e 2 nel secondo, al massimo, sono tipiche, essendo le altre, talvolta anche tutte meno una sola, ipotipiche od ipertipiche.

Sono nelle varie serie di gruppi delle convergenze ed approssimazioni più o meno decise, non assolute unioni; ed esse si verificano sempre fra i tipi degradi delle varie serie, ossia fra i loro limiti inferiori, a cominciare dai due regni, la cui approssimazione ha luogo fra protozoi e protofiti. In ciascuna serie l'approssimazione ha luogo fra i tipi degradi e taluno dei normali, od anche due di essi, ma non direttamente fra i normali stessi. Così fra gli otocoidi ed i megasteni, e fra quelli ed i microsteni, ma non fra questi; fra i miriapodi e gl'insetti e fra quelli ed i ragni, ma non direttamente fra questi; fra gli entomostraci ed i decapodi od i tetradecapodi, ma non fra questi. Anzi è talvolta approssimazione maggiore dell'ipotipo col primo dei tipi normali relativi (miriapodi ed insetti), di quelle che col secondo (miriapodi ed aracnidi), benchè nella serie appaia più vicino.

La classificazione basata sul principio della cefalizzazione presenta una coordinazione logica di divisioni e suddivisioni. Classi, ordini e tribù vi sono desunte dalla stessa fonte e da importanza comparativa di caratteri, risultano quindi sempre paragonabili in valore. Con ciò per altro d'importante ad avvertirsi e non avvertito generalmente, che le suddivisioni risultano tanto più distinte e marcate quanto più inferiori o degni ed ipotipici sono i gruppi. Così gli ordini dei pesci sono distinti da caratteri che avrebbero quasi valore di classe per i vertebrati superiori. Così le divisioni dei crostacei sono più distinte che quelle degli insetti; e le suddivisioni degli entomotracci presentano forme differentissime. I tipi quindi superiori di ogni serie possono essere rappresentati da semplici suddivisioni dei gruppi inferiori: le suddivisioni dei pesci rappresentano in parte tutte le classi de' vertebrati, quelle degli otocoidi rappresentano in parte quelle dei macrosteni e dei microsteni. E salendo invece la serie, vediamo acquistare valore superiore le differenze organiche materialmente poco appariscenti ma fisiologicamente importantissime, come avviene negli ordini della classe de' mammiferi, primo de' quali quello unico del suo tipo: l'uomo.

Nella pianta è una sola polarità, nell'animale due: antero-posteriore e dorso-ventrale. È questa seconda che corrisponde alla vegetale, ed ad essa pure si riferisce quella che rimane unica nel raggiato adulto, la cui posizione centrale della bocca risulta perciò carattere eminentemente ipotipico fitozoico per degradazione anche di tipi relativamente elevati, come il limulo fra i crostacei. Nel tipo normale animale è d'ordinario verticale l'asse dorso-ventrale, l'antero-posteriore è verticale nel solo uomo.



**SULLA CONDIZIONE DELLE MOLECOLE DEI SOLIDI;
DEL SIG. GIRDLESTONE DI OXFORD.**

(*Phil. Mag.* Feb. 1865).

Pubblichiamo un cenno delle ipotesi che si fanno in questo scritto, non perchè le crediamo esenti di gravi obiezioni, ma perchè esse richiamano la mente a un punto importante di fisica molecolare e aiutano in qualche modo ad interpretare la teoria meccanica del calore.

Che i gas sieno corpi di cui le particelle si muovano costantemente in linee rette, è oramai un fatto che risulta dai fenomeni, della diffusione, del calore, ec. Nello stesso modo dobbiamo considerare le particelle dei liquidi. L'Autore si studia d'immaginare un'ipotesi sul moto molecolare dei solidi. Egli adotta l'idea che le molecole dei solidi ruotano intorno ai loro assi come fa una trottola o meglio un giroscopio. Questa ipotesi spiega secondo lui la loro coesione, la mancanza di azione chimica, la disuguale trasmissione della pressione in diverse direzioni, l'energia dei solidi ec. Quando una trottola o un giroscopio sono animati da un moto rapido di rotazione, essi resistono fortemente ad ogni cambiamento del loro piano di rotazione. Immaginiamo ora una massa composta di queste trottole rotanti e di cui gli assi di rotazione sieno in tutti i piani che si possono concepire. La coesione sarà allora una conseguenza della resistenza che s'incontrerà nel dividere la massa in due parti, per la dislocazione delle trottole o dei loro piani di rotazione; la mancanza di chimica azione procede dal non urtarsi e mescolarsi fra loro le molecole che ruo-

tano intorno ai propri assi. Egualmente s'intende perchè le pressioni si comunicano nei solidi disugualmente nelle diverse direzioni. Se ora immaginiamo che i moti attribuiti alle molecole dei corpi solidi sono infinitamente più rapidi di quelli attribuiti al giroscopio, i risultati cresceranno d'intensità, giacchè più che dal peso delle molecole essi dipendono dalla velocità di rotazione. Un sistema di trottole rotanti come l'abbiamo immaginato dovrà dunque resistere al moto in tutte le direzioni, e così s'intende la coesione diversa secondo le varie velocità molecolari nei diversi corpi.

Due ipotesi sono state messe innanzi concernenti la costituzione della materia cioè che consista in molecole sferiche o sferoidali, le quali nei solidi, ruoterebbero intorno ai loro assi.

Gli assi di rotazione delle molecole essendo in tutti i piani, la massa di un corpo non può resistere alle forze esterne come fanno le sue molecole. Per venire in appoggio a queste ipotesi dobbiamo cercare quei casi in cui possiamo supporre un paralellismo negli assi delle molecole. Questi casi si verificano forse nei corpi sottoposti all'azione del magnetismo o dell'elettricità. L'Autore cita l'esperienza della sfera di rame che cessa di muoversi, o che quando si vuol muovere incontra una forte resistenza come se fosse immersa in un liquido viscoso, quando quella sfera è fra i poli di un'elettro-calamita. L'analogia non è scelta bene, giacchè quella resistenza è chiaramente spiegata dalle correnti indotte e dalle attrazioni elettro-magnetiche. L'Autore pare che si accorga di questa imperfezione, e si contenta di citare i fenomeni di attrazione e di repulsione magnetica, come quelli della calamita e della sua àncora per ricavarne che i corpi polarizzati resistono alle forze esterne in ragione della loro polarizzazione. E anche qui ricorre ad un'ipotesi che consisterebbe a dire che i corpi magnetici hanno le loro molecole cogli assi paralleli.

Partendo dall'idea che i fenomeni del calore non s'intendono senza supporre che le molecole sono in movimento; tenendo conto della loro disuguale trasmissione delle pressioni, della loro coesione e della loro inattività chimica, ciò che proverebbe che quelle molecole non hanno movimenti laterali, resta a supporre nelle molecole dei solidi la rotazione intorno ai

loro assi; quindi il cambiamento dal solido a liquido, e da liquido a gaz potrebbe essere *admirably*, dice l'Autore, rappresentato da una trottola nei tre diversi stati di moto; cioè, rotazione intorno al proprio asse; rotazione *idem*, con più rotazione intorno ad un'orbita, e finalmente quella prima rotazione, e più un faggire lungo la tangente: queste varietà di movimenti nel caso delle molecole sarebbero rappresentate dall'aggiunta del calore.

Nel dar termine a questo cenno raccomandiamo ai lettori la dichiarazione già fatta fin da principio sul valore che hanno secondo noi queste ipotesi.

M.



Fig. 1.

.

.

.

.

Hesse
Gielle
Voyte



Stelle
Russe

$$AB = 6, 37'' D. + 38', 38''$$

Fig. 2.

a b

c

Nebulosa di Orione



CENNI DI ALCUNE ESPERIENZE DI ELETTRICITÀ; R. FELICI.

(continuazione. Vedi tomo XIX. pag. 346).

§. 5. Se l'ago della bilancia è fermo nella sua posizione di riposo, cioè nella linea orizzontale che passi per il centro del circolo descritto dal cilindro ruotante elettrizzato, e che è perciò normale al disco ruotante, ruotando il disco l'ago devierà sempre in senso opposto al moto della parte del coibente che gli è di faccia. E se il cilindro è spostato di *alcun poco* dalla anzidetta linea l'ago devia sempre come lo abbiamo detto; solo quando quello spostamento è molto sensibile, avviene che l'ago devia sempre come lo abbiamo detto nel paragrafo terzo.

Tali esperienze furon fatte agevolmente sostituendo il piccolo apparato di Leida, che già descrissi, al cilindro coibente. Ma conviene non adoperar forti cariche, perchè esse possono originare molti errori; ed è meglio usare il disco di vetro, perchè esso si elettrizza più difficilmente di una resina; nulladimeno adoperai anche dischi di gutta-perca, di zolfo, e di vetro verniciato con gomma lacca, e con cera lacca comune.

Desiderai di conoscere qualche cosa sulla quantità e sul genere dell'elettricità, di cui in tali esperienze si carica

per influenza la sferetta mobile della bilancia; e perciò sostituii alla bilancia un elettroscopio munito di pile a secco, ma non di condensatore. Presi, come al solito, una sferetta dorata, simile a quella della bilancia, ed isolata con un'asta di gomma lacca; che era essa pure sostenuta da un'asta verticale isolante, di vetro, verniciata e fissata sopra un piede di legno. Quella sferetta, ossia quella pallina conduttrice, comunicava per mezzo di un filo sottilissimo di argento con l'elettroscopio che era lontano e difeso con diaframmi metallici. Il resto dell'apparecchio non fa bisogno di ridirlo, perchè era simile al già descritto; solamente in questa esperienza era fissa la pallina su cui si esercitano le azioni del corpo elettrizzato, o del coibente ruotante; ed in luogo dello specchietto della bilancia si osservava la foglia di oro fra le due pile a secco. Abbandonai presto simile apparecchio, perchè non mi parve atto a dare in generale alcun risultato ben chiaro e sicuro, ma mi assicurai che la pallina anzidetta si caricava di elettricità di nome contrario a quella del cilindro elettrizzato, quando quest'ultimo ruotava e il disco stava fermo.

Sempre adoperando l'elettroscopio, volli imitare per le mie esperienze un apparecchio, che si è usato per lo studio della così detta *induzione specifica* dei coibenti; ma non arrivai a far nulla di buono: l'elettroscopio ed i fili conduttori che vi comunicano potendo solo imperfettamente isolarsi dal suolo, si caricano durante la esperienza, e generano così delle cause assai forti di errore. Riescii però a far qualche cosa di meglio nel modo seguente.

Presi un'asticella di ottone isolata, lunga circa otto centimetri, che terminava con una delle solite palline in ciascuna sua estremità, e la misi orizzontalmente nella linea normale al disco e che passava per il centro del circolo, il quale, come dicemmo altre volte, può esser descritto dalla estremità del cilindro ruotante. Così una delle palline dell'asta stava vicino al disco, e del resto la esperienza era disposta come al solito. Feci ruotare il cilindro, oppure l'anzidetto apparato di Leida, mentre mettevo quell'asta in comunicazione col suolo, toccando la sua estremi-

tà più lontana dal disco; poi toglievo tal comunicazione col suolo, e fermavo il cilindro in una posizione normale alla direzione di quell' asta, e così assai lontano per non avere più su essa influenza sensibile. Levavo l'asta per mezzo del suo manico isolante e la portavo ad un elettroscopio. Il risultato dell'esperienza fu chiaro e costante: la pallina si caricava sempre di elettricità di nome contrario a quella del corpo influenzante.

Tenni poi quest' ultimo corpo immobile, nella posizione della linea parallela all' asta conduttrice e normale al disco, e, stando tutto fermo, vidi che poco o *nulla* si elettrizzava per influenza l' asta conduttrice. Ripetei questa esperienza, facendo ruotare il disco coibente, e ricomparvero forti segni di elettricità sull' asta, allorchè essa era, dopo l' esperienza, portata all' elettroscopio.

Volli ancora ripetere l' esperienza del paragrafo 4.^o adoperando, come nella esperienza precedente, quell' asta conduttrice in luogo dell' ago mobile della bilancia; perchè poteva forse sospettarsi che la interposizione del coibente fra il corpo direttamente elettrizzato, e il conduttore influenzato, potesse dar luogo ad un vero fenomeno di repulsione fra quei due ultimi corpi. Posi dunque la asticella di ottone davanti al disco coibente nel modo già descritto, ma in un piano verticale, poco discosto dal piano verticale che passava per la normale nel centro del disco e per la pallina del piccolo apparecchio di Leida, che era dal lato opposto del coibente. Ma girando il disco, in qualunque senso, la carica che rimaneva a quell' asta era sempre di nome contrario a quella del corpo elettrizzato.

§. 6. Nelle esperienze dei paragrafi 2, 3, 4, la tela cerata accuratamente tesa, sostituisce il vetro ordinario nella faccia della bilancia che rimane davanti alla pallina mobile ed influenzata; ma io desiderai di eliminare la influenza della tela, sperimentando col solo disco coibente, fra la pallina della bilancia ed il corpo elettrizzato,

Per far ciò non vi era alcuna difficoltà relativamente alla esperienza del paragrafo 2.^o perchè potevo garantire,

col disco coibente immobile, l'interno della bilancia dalla agitazione dell'aria esterna cagionata dalla ruotazione del corpo elettrizzato. Ed in fatti potei eseguire quella esperienza, ma con un effetto sulla pallina mobile ben piccolo relativamente a quello che avevo ottenuto quando contemporaneamente al corpo elettrizzato giravo il disco coibente, quando vi era sempre la tela cerata. Ciò era d'accordo con le altre esperienze. Quanto alle esperienze dei paragrafi 3, 4, ove si deve girare il disco di vetro, io cercai di garantire la bilancia dall'agitazione dell'aria, aprendo anche la faccia della bilancia opposta a quella che stava di contro al corpo elettrizzato, e ponendovi davanti simmetricamente al primo, un secondo disco coibente che ruotava esso pure, ma in modo da agitar l'aria in guisa che l'ago della bilancia potesse fra due agitazioni opposte, promosse dai due dischi, star possibilmente fermo. Quest'ultima disposizione della esperienza era, come ognuno vede, molto difficile a riescire perfettamente, e non mi riuscì mai di tener l'ago veramente immobile ruotando quei dischi contemporaneamente. Ma nulladimeno mi assicurai che tutti i narrati fenomeni erano indipendenti dalla presenza della tela cerata, cioè dal secondo coibente oltre il disco, indipendenti però in quanto alla direzione del moto impresso alla pallina della bilancia, non in quanto alla intensità delle forze.

Delle varie esperienze che feci in questo proposito narrerò la seguente :

Avevo tutto preparato come nelle prime esperienze, cioè la bilancia era chiusa dappertutto e aveva i suoi cristalli fuori che davanti al corpo elettrizzato; lì era stata levata anche la tela. Così fra il corpo elettrizzato e la pallina della bilancia non vi era che il disco coibente, e quando tutto era in riposo vi era anche il descritto diaframma metallico, che stava fra il disco e il corpo elettrizzato. L'aria esterna poteva allora far oscillare un poco l'ago, ma vi si rimediava in gran parte accostando il disco alla bilancia, e procurando di star fermi nella stanza che era bene chiusa. Ciò disposto mettevo l'asse del cilindro od apparato di Leida elettrizzato nella

linea centrale, cioè nel prolungamento della linea di riposo dell' ago, normale al disco. Poi facevo ruotare il disco, e mentre egli girava alzavo, ossia levavo il diaframma metallico; immantinente l' ago deviava e in senso opposto al moto delle parti del disco che gli stavano di faccia. La deviazione era forte; e la sua direzione era opposta a quella che la sola agitazione dell' aria avrebbe impressa all' ago.

Così parrebbe che, in generale, l' azione del disco coibente fosse sempre di segno opposto a quella della tela, ossia di un secondo coibente immobile frapposto fra il primo e l' ago della bilancia.

Quando l' asse del cilindro di Leida era sufficientemente spostato dalla linea centrale, od anche molto, e che era abbassato il diaframma metallico, l' ago non si muoveva, e ciò era naturale, in virtù dell' *ombra* elettrica del diaframma. Lasciando il disco fermo ed alzando il diaframma, l' ago parimente stava immobile; eppure non vi era la solita tela.

Questo dimostra quanto rapidamente un coibente assuma quello stato elettrico, che lo fa, in gran parte almeno, funzionare come conduttore in certi fenomeni di elettro-statica.

Girando poi, in quella stessa esperienza il disco, l' ago veniva con grande intensità attirato dal corpo elettrizzato; cioè con intensità molto maggiore di quando vi era la tela.

§. 7.° Ecco alcune altre esperienze.

Rimisi la tela incerata alla bilancia per difendere bene l' ago dalla agitazione dell' aria. Poi feci un piccolo foro in quella tela e per quel foro feci passare una bacchetta di vetro non molto sottile, e da termometri, ben pulita, ma senza essere stata disseccata alla superficie con alcun mezzo particolare: questa bacchetta era orizzontale e con una sua estremità stava vicino all' ago della bilancia, e con l' altra era a poca distanza da una delle estremità dell' apparato di Leida elettrizzato. Fra essa e quell' apparato stava a

difesa il diaframma metallico . Ciò preparato , alzai rapidamente il diaframma , e subito l' ago fu attratto dalla bacchetta di vetro .

Misi in luogo della bacchetta da termometri , un' altra bacchetta di vetro massiccio ; ed allora quel fenomeno di attrazione diminuì moltissimo . La copersi poi di uno strato di vernice di gomma lacca , oppure di cera lacca comune , ed allora il fenomeno sparì totalmente . Forse con un filo di torsione più sottile nella bilancia , sarebbe ricomparso . Avverto però che quelle bacchette erano lunghe più di 20 centimetri ; se fossero state sufficientemente corte , credo che avrei osservato un' attrazione . Cilindri di gomma lacca , o di altro coibente darebbero gli stessi risultati . Presi un tubo di gomma elastica non vulcanizzata , ma prima ebbi cura che fosse ben dissecato nell' interno , ed i risultati non cangiarono .

Queste esperienze fanno conoscere che si può , senza molta pena , sperimentare con coibenti sui quali non sia depositato uno strato di vapore di acqua , atto a rendere semi-conduttore alla superficie un coibente . E nelle ultime esperienze , con le bacchette coibenti , non mi limitai all' osservazione dei primi secondi di tempo , dopo alzato il diaframma ; per modo che sono inclinato a credere che l' azione del coibente sia azione di massa , e non della sola superficie .

Un disco di vetro coperto di uno strato di cera lacca , stata sciolta nell' alcool assoluto a caldo , e poi data a pennello in più riprese , e quindi lasciato seccare in un ambiente sufficientemente caldo , e con calce viva , un disco simile è il più atto per le esperienze anzidette .

Anzi con tal disco si può ripetere agevolmente la esperienza del secondo paragrafo . Montato che sia il disco nel modo solito si tenga fermo , e se ne elettrizzi il punto che rimane sotto l' asse di rotazione nel piano verticale che passa per la linea centrale dell' apparecchio , e si scelga quel punto in modo che ruotando passi davanti alla pallina della bilancia tagliando la linea centrale ; e basterà toccare quel punto con una estremità della pallina di Leida poco elettrizzata . L' ago non si muoverà , se la bilancia

lateralmente è difesa come si disse nei paragrafi passati. Ruotando poi il disco l'ago sarà spinto in direzione opposta al moto del disco. Questa esperienza non si potrebbe fare col solo vetro, perchè esso non isolerebbe sufficientemente la carica in un sol punto.



**MEMORIA SOPRA LA TEORIA DEI CONDENSATORI ELETTRICI ALLO
STATO DI TENSIONE PERMANENTE O VARIABILE; PER T. M.
GAUGAIN.**

(*Ann. de chimie et de phys.* Février 1865)

Questo lavoro è molto esteso e dettagliato; e per darne una completa notizia bisognerebbe anche parlare a lungo di altri lavori dello stesso Autore. Il Sig. Gaugain, abile sperimentatore, si è accorto che alcune definizioni nella elettro-statica, ed alcune interpretazioni di fenomeni, che si trovano nei comuni trattati non sono esatte, e le modifica accennando così che egli tende verso buone teorie.

È qui in corso di stampa una Rivista di lavori sulla elettrodinamica pubblicato in questi ultimi tempi in Germania, e che non è stata ancor terminata per lasciar posto al bel lavoro del Betti sul Potenziale. La teoria, o, se si vuole, le teorie che si vedono nascere da quei lavori, hanno il distintivo di stabilire i legami fra le teorie parziali già da lungo tempo conosciute nella elettricità; e la parte che forma l'oggetto delle molte esperienze e dei lunghi studi del sig. Gaugain, vi è stata ormai da Helmholtz e Kirchhoff modellata in guisa che è sparita quasi intieramente, o forse affatto, la antica discontinuità fra la elettro-statica e la così detta teoria di Ohm.

Nel venturo numero di questo Giornale sarà ripresa la pubblicazione di quella Rivista, e il giovane fisico che avrà bene studiato quel lavoro del Prof. Betti e quei sunti che compongono la Rivista, potrà con molto frutto leggere le

nuove esperienze del sig. Gaugain ed esercitarsi a discuterne la interpretazione.

Noi dunque non facciamo qui un sunto del lavoro di quel fisico, ma per ora ci limitiamo ad alcune cose relative appunto a quelle anzidette definizioni.

L'Autore definisce la *tensione* nel modo seguente.

Supponiamo che un punto determinato di un conduttore sia messo in comunicazione col suolo per mezzo di un filo dell'unità di resistenza, senza che nulla sia cangiato nello stato elettrico del conduttore; ciò posto, la intensità della corrente in quel filo darà la misura della *tensione* in quel luogo. Ora, dice sempre l'Autore, noi abbiamo un altro mezzo per la misura della *tensione*, ed è quello del *piano di prova*, prendendo le forze misurate colla bilancia di Coulomb, proporzionali alle tensioni scandagliate: ma i due metodi di misura non danno gli stessi risultati, dunque coi due metodi si misurano cose diverse fra di loro. Qui l'Autore fa una bella esperienza, che sarà molto utile a riportarsi nei trattati; egli fa vedere col piano di prova che la *tensione* in un disco metallico isolato, è molto maggiore al bordo che al centro, ma che ponendo un filo sottile conduttore con un capo alla pallina dell'elettroscopio e l'altro sul disco, dal primo istante in poi i segni non variano nell'elettroscopio cambiando il luogo del disco toccato dal filo.

Perciò l'Autore distingue fra di loro molto giustamente le quantità misurate nei due casi; chiama *tensione* quella che corrisponde alla seconda esperienza sul disco, e che già definì, e *groschezza di strato elettrico* quella misurata dal piano di prova.

Ma qui noi, per non cadere in errore per colpa solo di una diversità di nomi, cerchiamo di orizzontarci un poco. Domandiamo scusa se rammentiamo alcune cose molto elementari, ma lo facciamo per rendere le idee in tutta la loro chiarezza, e in questo genere di discussioni ciò è il più importante.

Prendiamo un conduttore elettrizzato di forma qualunque, e in presenza o no di altri conduttori elettrizzati pu-

re, e in comunicazione comunque sia fra loro o col suolo. Mettiamoci dunque in un caso qualunque della elettro-statica, prendiamo pure un apparecchio qualunque immaginato anche da moderni autori di teorie nuove qualunque, sempre sarà zero la risultante delle azioni elettriche nell'interno del conduttore, si o no in comunicazione col suolo. La nota legge di Coulomb è una delle conseguenze di questo fatto, e partendo da quella legge, quell'altro stesso fatto ne risulta come inevitabile conseguenza. Quel fatto fu scoperto, mi pare, da Beccaria. La legge di Coulomb è dunque, come si sa bene,

$$\frac{m m'}{r^2} d\omega d\omega'.$$

Nella teoria m ed m' sono numeri proporzionali ai poteri elettrici dei due elementi di volume o di superficie, elettrizzati. Nella teoria matematica non c'entrano ipotesi, nè di uno nè di due fluidi; essa non adopera alcuna equazione che rappresenti una sola delle proprietà dei fluidi.

Ciò posto non si ha che a rimarcare che con la derivata della *funzione potenziale*.

$$P = \int \frac{m' d\omega'}{r}$$

derivata presa secondo una data direzione qualunque si esprime appunto la componente delle azioni elettriche secondo quella direzione, in quel dato luogo dello spazio o del conduttore. Tutto il resto è affar di calcolo; fino a che non si parla che di corpi conduttori è impossibile trovar una esperienza che contraddica quella teoria, perchè è impossibile trovar la natura in contradizione con le sue proprie leggi. Alcune esperienze ingegnose del Faraday, e la così detta *induzione in linea curva* non possono servire che di conferma alla teoria, se di conferme avesse bisogno. Su ciò avemmo occasione di scrivere poche righe nel tomo IV. anno 1856 di questo giornale; però a quell'epoca non era-

no ancora bene conosciute le idee del Kirchhoff, che rannodando la elettro-statica alla dinamica rischiararono anche molto le idee sulla prima di quelle teorie per le sue applicazioni.

Dalla stessa teoria, semplice e chiara, ed unicamente fondata su fatti, che ognuno subito anche coi più rozzi mezzi può verificare, deriva ancora che vi sarà movimento quando quel *potenziale* non sarà costante; e così, seguendo poi il Kirchhoff, si forma l'anello di congiunzione con la teoria di Ohm, e via dicendo, con altre teorie ancora che sono lungi, è ben vero, dal grado assoluto di certezza della prima, ma che servono già molto per la spiegazione dei fatti conosciuti, e che nacquero da una naturale successione di idee, nello sviluppo naturale della parte analitica della teoria, e nell'esame della naturale successione dei fenomeni.

Del resto l'Ohm adoperò inesattamente la parola *tensione* nella sua teoria; col progredire della scienza si vidde che bisognava sostituirgli la parola *funzione potenziale*, come l'avvertì il Kirchhoff; il sig. Gaugain non volle cangiare nulla nella denominazione adottata da Ohm, ma quelle sue idee però sono giustissime, astrazione fatta da una question di nomi, e sono d'accordo con le buone teorie. Ma però la parola *tensione* significa una specie di forza elastica, che non ha che far nulla con i fatti conosciuti, e sta in luogo anche della così detta *pressione*.

La *densità*, o se si vuole la *groschezza dello strato elettrico*, o forse dicendo meglio, il *potere elettrico* in un dato luogo di piccolissima estensione, è, come è noto, proporzionale alla *risultante delle forze elettriche* sopra un punto di quel luogo. Questa risultante è proporzionale *alla derivata della funzione potenziale* normale alla superficie di livello, o di equilibrio. La *funzione potenziale* non è una cosa, non è una forza, non è una *tensione*, non è uno strato, è una somma è un numero variabile. La *pressione* o la *tensione* propriamente detta, è nell'ipotesi della materialità della elettricità *proporzionale al quadrato della densità*.

Il sig. Gaugain in quel suo dotto lavoro, ha dunque be-

nissimo dimostrato sperimentalmente che la *funzione potenziale* è costante anche alla superficie di un conduttore quando non vi è moto. Ed ancora egli ha completamente ragione di dire che la *funzione potenziale* è zero in un conduttore influenzato posto in comunicazione col suolo, e in ciò egli è d'accordo con l'anzidetta teoria. E il sig. Gaugain stesso fa osservare che quelle sue idee, quelle sue esperienze non sono d'accordo coi fisici che asseriscono che nella influenza elettrica, una elettricità sia priva di tensione e di mobilità. Certamente quei fisici intendono per *tensione* tutt'altra cosa che quella indicata dal sig. Gaugain, con la stessa parola; essi non sono ben d'accordo su quello che vogliono significare con quella parola; alcuni di essi talvolta pare credano che possa esistere elettricità senza *azione a distanza*, e per molti pare che la parola *tensione* non significhi altro che quell'azione stessa.

R. FELICI.



**SOPRA LE COMBINAZIONI DELLA MANNITE COLLE TERRE ALCALINE;
PER G. HIRZEL.**

(*Ann. d. chem. u. pharm.* CXXI. p. 50)

Riassunto.

Le combinazioni della mannite colle terre alcaline sono state esaminate da *Brendecke* e più tardi, apparentemente con maggior esattezza, da *Uboldini* (1). Quest' ultimo ottenne i composti:



Coll' evaporazione lenta della soluzione del mannitato calcico, *Uboldini* dice aver ottenuti prima dei cristalli di mannite, quindi una combinazione calcica $Ca\ O, 2\ C^6H^{14}O^6$, mentrechè il residuo contiene molta calce. Coll' ebollizione della soluzione calcica si precipita la combinazione $C^6H^{14}O^6, 3\ Ca\ O$.

Le notizie di *Uboldini* sono state riprodotte da altri giornali, benchè i suoi dati analitici non possano servire d'appoggio ai suoi risultati; in parte vi si trovano degli errori

(1) *N. Cimento*, VII, p. 115. — *Ann. de chim. et phys.*, LVII, p. 215.

(2) $H = 1, C = 12, O = 16, Ca = 40, Ba = 137, Sr = 88$.

gravi. *Ubaladini* trovò nel composto baritico secondo il suo calcolo.

37,6 p. c. *Ba O* e 63,0 p. c. mannite

37,9 » » e 62,7 » »

Secondo i suoi dati analitici:

37,7 p. c. *Ba O* e 47, p. c. mannite

17,95 » » e 61,93 » »

mentrechè la sua formula esige:

62,73 p. c. *Ba O* e 37,27 p. c. mannite .

Un dubbio nell'esattezza delle notizie di *Ubaladini* ed un nuovo esame delle rispettive combinazioni fu perciò giustificato. La preparazione delle combinazioni fu eseguita secondo le prescrizioni di *Ubaladini* con

gr. 660 di acqua

» 200 di mannite e

» 66 di idrato calcico.

o la quantità equivalente di idrato baritico e stronzico. Dopo due giorni si filtrò e si precipitò coll'alcool.

Il *mannitato calcico* si precipita sotto forma di fiocchi bianchi, che si riuniscono ad una massa resinosa al fondo del vaso. Desiccata a 100° la massa diviene giallastra vitrea e trasparente. La sua composizione è

$3 \text{ Ca O}, 4 \text{ C}^6\text{H}^{14}\text{O}^6$ (1) .

Coll'ebollizione della soluzione originale non si ottiene la combinazione di *Ubaladini*, ma dell'idrato calcico.

Il *mannitato baritico* rassomiglia al composto calcico. De-

(1) Per i dati analitici si confronti l'originale.

siccato sopra l'acido solforico, la massa non gonfia più neppure a 120°. L'acido carbonico secco decompone la combinazione secca soltanto incompletamente.

Composizione = $Ba O, 2 C^6H^{14}O^4$.

Anche per il *mannitato stronzico* le notizie di *Ubal dini* si confermarono soltanto in quanto alle proprietà fisiche; la composizione invece è

$Sr O, 4 C^6H^{14}O^4$.

Il composto imbrunisce a 150-160° senza subire una perdita di peso.

I nitrati di mercurio e di argento ed i cloruri di oro e di mercurio non vengono ridotti da una soluzione calda di mannite. L'ossido e l'acetato di argento si riducono a caldo e dopo qualche tempo anco a temperatura ordinaria. L'azione del biossido d'idrogeno sulla mannite fa nascere una sostanza che riduce la soluzione cupropotassico.

UGO SCHIFF.

NOTA SULLE PILE A SABBIA. DEL R. P. A. SECCHI:

(Atti dell' Accad. dei Nuovi Lincei, t. XVII).

Costretto dalla necessità di registrare le osservazioni meteorologiche per mezzo dell'elettricità, ho cercato sempre di ridurre al modo più pratico che fosse possibile il grande strumento che a tal'opera è destinato, cioè la pila di Volta. Il pretendere una pila che produca corrente senza consumare un prodotto chimico è cercare il moto perpetuo, quindi non è senza alterazione di materiali che ciò può aversi. Ma oltre il consumo del materiale utile che dà la corrente, una immensa copia ne va in quelle che diconsi azioni locali, il prevenire le quali è l'opera che veramente deve ancora eseguirsi.

Fin dal 1858 trovai una modificazione alla pila di Daniell che scioglieva realmente il problema, perchè impediva completamente tali azioni locali e me ne sono servito per tre anni a registrare le osservazioni. Delle critiche poco benevole ne sono state fatte, ma non per questo la combinazione è meno buona. Non eravi veruna azione locale e il solfato di rame vi era precipitato sul rame in equivalente rigoroso esatto della sua decomposizione, e riusciva rame compatto e perciò utile. Però la spesa dell'acido solforico, la diligenza dell'amalgamazione, e la durata di un elemento, limitata a 30 o 40 giorni di azione energica quasi come al principio e il rapido suo decrescere dopo quest'epoca, mi fece desiderare un miglior mezzo, e non il preteso ingombro, che per tre o quattro coppie era ben poco.

Però io persisto ancora a raccomandare quella specie di

pila a chi vuole grande copia di elettrico con pochi elementi, e potrà averla per tanto tempo quanto si disse, pari a $\frac{1}{2}$ di quelle di Bunsen con eguali dimensioni.

L'annunzio della pila a sabbia di Minotto mi suggerì varie esperienze, e dopo aver trovato che questa pure ha i suoi pregi, come non manca di inconvenienti, e specialmente di dare poca quantità, cercai di migliorarla.

Anche il sig. Iacobini, ispettore de' nostri telegrafi, mi propose un altro miglioramento di costruzione di cotesta pila che quantunque stimato da alcuni insignificante, pure lo lo tengo di gran valore. Il sig. Iacobini arma la pila così: mette al fondo del bicchiere solfato di rame, poi vi introduce un cilindro di lastra di rame verticale senza fondi, anzi cogli orli frastagliati e rivoltati in fuori, poi mette una carta sul solfato, e sopra questo mette uno strato di sabbia, per uno o due centimetri, poi mette lo zinco anulare ordinario, e riempie quindi quasi completamente il cilindro di rame di solfato, e il resto del vaso e l'intervallo tra zinco e rame colla sabbia e si inaffia tutto a saturazione con acqua semplice.

Questa modificazione alla pila di Minotto è piccola è vero, ma utile ad evitare uno de' grandi inconvenienti che può accadere a quella, cioè che la sabbia non iscenda a mano a mano che si scioglie il solfato, il che accade se la sabbia abbia un pochissimo di calcareo. Di più fa che anche dopo consumato il solfato si possa aggiungerne dell' altro senza bisogno di smontare la pila stessa.

Però tanto quella di Iacobini che di Minotto hanno l'inconveniente che smontando la pila si ha al fondo dei vasi un misto di sabbia, solfato di rame, rame granulare, e frammenti di ossido di zinco, che ingombrano l'arena talmente che è meglio gettar questa, che occuparsi a lavarla e purgarla.

Questo inconveniente può evitarsi chiudendo il fondo del cilindro di rame con vescica, ma la vescica invece di essere attigua all'orlo del rame deve restare molto discosta da esso, il che si ottiene formando un largo sacco che si lega presso al fondo del tubo di rame, e che si empie, di solfato, col che si distrugge affatto l'inconveniente dell'otturarsi il rame. Alla vescica può sostituirsi semplice tela.

Facendo tali esperimenti riflettei che il grande vantaggio che si aveva in queste pile per la costanza ed economia, alcune delle quali durano da un anno, non poteva esser dovuto alla forza dell'arena operante come diaframma, perchè la sabbia per certo meno opportuna a ciò che la porcellana porosa, eppure con questa si ha così grande perdita: ma che la causa principale fosse un'altra, cioè l'annientamento del moto intestino del liquido che è impedito dalla sabbia, onde anche le azioni locali sono diminuite.

Infatti quando accade un'azione locale coi liquidi Hberi, questa genera un movimento nel fluido per cui va al fondo il liquido più pesante, e in suo luogo sottentra un'altra particella e via di seguito, talchè una particella scomposta farà la strada all'altra, finchè tutto sia decomposto.

Credetti adunque che bastava togliere questa causa di distruzione coll'annientare i movimenti interni, e col rendere fisso il liquido. Perciò bastava nell'ordinaria pila di Daniell, all'acqua semplice in cui pesca lo zinco sostituire sabbia; che poi si umetta con acqua al solito. Il diaframma poroso allora si empie di solfato di rame in pezzetti al modo solito, e la pila è fatta.

Finora da tre mesi che 16 di questi elementi stanno in azione, operando a circuito chiuso 12 ore il giorno, non han dato segno di precipitazione di rame nel vasetto, nè vi è maggior dispendio di solfato che nelle altre costruzioni a sabbia, e pare che così sia realmente fatto un qualche altro passo verso la soluzione pel problema dell'annientamento delle azioni locali.

Potrà poi armarsi la pila anche con altre materie diverse dalla sabbia bagnate con acqua, come indicò il Minotto. Ho fatta una prova collo zolfo pesto finamente, ed è riuscita molto meglio che colla sabbia. Assai minore è stato il logoro dello zinco e la forza costante anche più che colla sabbia. Solo collo zolfo si esige l'avvertenza di impastarlo coll'acqua prima di metterlo dentro il vaso, perchè questa sostanza ha poca capillarità e schiva di bagnarsi, ma inzuppata che sia una volta serve a meraviglia bene. Lo zolfo può servire ove non è facile trovare sabbie prive di materia calcarea.

Solo devo avvertire che mettendo il diaframma poroso e

inoltre la sabbia, la pila non arriva che tardi alla sua forza massima, e impiega tre o quattro giorni almeno, secondo la resistenza de' diaframmi.

L'uso de' diaframmi in terra unito alla sabbia permette di usare terre cotte molto ordinarie, e io ho armate alcune pile con quelli fatti di terre delle stoviglie ordinarie e han servito bene, salvo che talora questi hanno il difetto di resister troppo. Così pure ho trovato ottimi de' pezzi di tubo di tela da pompieri, e anche di semplice tela da vele intonacata con luto di calce e farina. Se anche avesse a succedere in questi diaframmi col tempo un qualche incrostamento, onde si dovesse gettare il diaframma, sarebbe poco danno, essendo essi di pochissimo valore e potendosi procacciare ovunque, perchè ogni vasaio li può fare, e la loro permeabilità non è più ostacolo a servirsene, perchè sarà sempre minore che quella dell'arena sciolta, e la forza qui la fa non il diaframma, ma l'arena o altro corpo che sequestra i movimenti del liquido, il che impedisce indirettamente anche l'incrostazione metallica stessa.

La comodità che si trova nell'uso de' diaframmi porosi colla sabbia è somma, perchè può all'occorrenza smontarsi e rimutarsi la pila in pochi minuti, ove dopo molti mesi avesse qualche incrostamento, ma se sia il diaframma di buona qualità, come certi di porcellana, non si incrosterebbero che pochissimo.

La prova della poca azione locale di queste pile la tengo nel fatto che avendo tenuto in azione un elemento con lamina di zinco del commercio spessa meno di un millimetro, questa dopo due mesi era ancora in buono stato da poter servire altrettanto tempo, benchè la pila operasse continuamente al meteorografo, nel quale può contarsi che il circuito rimanga chiuso 12 ore del giorno. Una poi che entra in azione solo un minuto ad ogni quarto d'ora, ha servito con quello zinco 6 mesi senza mostrar logoro notabile, e durerà spero un anno. Se si riflette che la lamina di zinco del commercio colle antiche pile di Daniell era fuor di servizio dopo una settimana, si vedrà che non è piccolo il vantaggio ottenuto, e per servizio dei campanelli dispensa da zinco fuso.



**SULLA ENERGIA MECCANICA DELLE AZIONI CHIMICHE;
DEL D.^r H.-W. SCHROEDER VAN DER KOLK.**

Secondo l'opinione di Sainte Claire Deville pubblicata nella sua *Memoria sulla dissecazione*, tutti i corpi composti verrebbero scomposti nei loro elementi ad una temperatura sufficientemente elevata (1). Le molecole disaggregate avrebbero la facoltà o di combinarsi di nuovo ad una temperatura meno elevata, cioè raffreddandosi, o di restar separate. Da questo punto di vista, tutte le combinazioni si dividono in due gruppi: l'uno abbraccia quelle che dopo essere state decomposte dal calore si combinan di nuovo pel raffreddamento, e l'altre quelle nelle quali ciò non avviene.

Questa proprietà mi sembra che si rannodi alla seguente. Si sa, per le esperienze di Favre e Silbermann, che in molte combinazioni chimiche si sviluppa calore, in altre se ne assorbe, ed in questo modo le combinazioni si lasciano divider di nuovo in due gruppi. Il rapporto tra queste due proprietà può dimostrarsi col seguente ragionamento.

Se si sarà riscaldato un corpo, che era in prima a 0°, ad una temperatura determinata esso avrà assorbito una quantità determinata di calore, che in generale avrà prodotto tre effetti: una elevazione di temperatura, dei cangiamenti molecolari (lavoro interno) e del lavoro esterno. Per elevare la temperatura, come pure per far passare il corpo dallo stato solido allo stato

(1) Fortschritte der Physik. Berlin. 1860, p. 579. — Ann. de Chim. et de Phys. 4. Série, t. IV. Février 1865.

liquido e gassoso, vi è sempre assorbimento di calorico, e conseguentemente tutta questa quantità di calorico cresce colla temperatura. Frattanto per ottenere la quantità di calorico che si contiene nel corpo dopo l'operazione, bisogna sottrarre da quella quantità, il calorico convertito in lavoro esterno. Questa quantità è stata chiamata da Thomson (1), l'*energia meccanica* del corpo in questo stato. Nella nostra supposizione essa non rappresenta la quantità assoluta d'*energia* contenuta nel corpo, ma solo quanto esso ne contiene di più che in uno stato determinato, per es. a 0°. Kirchhoff (2) chiamava l'influenza che questo corpo esercita durante questa operazione, sulla sfera che lo circonda, la funzione dell'azione (*wirkungsfunktion*) di questo corpo durante il cangiamento in parola. Essa è uguale per conseguenza all'energia di Thomson presa col segno contrario.

Ciascun corpo dunque, in uno stato determinato, ha una quantità determinata di energia. Frattanto immaginiamo due corpi p. e. l'ossigeno e l'idrogeno, che si combinino per mezzo della scintilla elettrica. Prima della combinazione ciascuno dei due elementi ha una certa quantità di energia; colla combinazione si svolge del calorico, e dipoi il vapor d'acqua formatosi è raffreddato alla temperatura che ha preceduto la combinazione. La quantità di energia che esso conterrà di meno de' primi elementi, sarà precisamente eguale al calorico sviluppato. Noi supponiamo che la combinazione abbia luogo in un recinto chiuso, e per conseguenza senza lavoro esterno, dal quale altrimenti si dovrebbe tener conto.

Se il vapor d'acqua vien decomposto alla medesima temperatura, deve esser somministrata una quantità d'energia eguale a quella che fu sviluppata.

Consequentemente due casi possono presentarsi: il corpo contiene più energia dei suoi componenti; o l'opposto.

Durante la decomposizione vi è svolgimento di calorico nel primo caso, ed assorbimento nel secondo.

Allorchè dunque si riscalda un corpo della prima specie fino alla temperatura alla quale si decompone, si sviluppa del

(1) Philosophical Magazine, 4. série t. ix. p. 523.

(2) Poggendorff's Annalen, t. ciii. p. 177.

calorico. In questo caso i corpi componenti non si combineranno più per raffreddamento; perchè la quantità di energia che essi contengono separatamente non basta per la formazione del corpo risultante alla medesima temperatura. Ciò non sarebbe possibile che in due casi: o il corpo dovrà appropriarsi il calorico della sfera che lo circonda, la temperatura della quale non sarà mai più elevata, ma tutt'al più uguale a quella del corpo, o il corpo formato dovrà bruscamente raffreddarsi. Questi due casi, per quanto io mi sappia, non si son presentati finora. Si ha dunque la legge seguente:

I corpi che svolgono del calorico decomponendosi per riscaldamento, non si formano più per raffreddamento.

Se ne deduce immediatamente il rapporto tra le due proprietà accennate.

Applichiamo questa legge alle esperienze di Favre e Silbermann (1).

1. Il protossido d'azoto sviluppa calorico decomponendosi. Per conseguenza vi ha minore energia nell'ossigeno e nell'azoto divisi, che in combinazione. Esso si decompone col calore, ma non si riforma per raffreddamento.

La conclusione resta la stessa ammettendo con Favre e Silbermann che l'ozono vi prenda parte.

2. L'acqua ossigenata svolge calorico decomponendosi; vi ha dunque più energia in HO^2 che in HO ed O presi separatamente. Il corpo non si riforma per raffreddamento.

3. L'ossido d'argento sembra che egualmente sviluppi calorico decomponendosi, e non si riforma più per raffreddamento.

4. Lo stesso avviene, secondo Favre, decomponendo ClO^1 e ClO^2 (2).

Si possono ancora citare, secondo la Memoria accennata poc' anzi, i cloruri di azoto d'iodio e di solfo che per riscal-

(1) Annales de Chimie et Physique, 3. série, t. xxxvi. p. 1.

(2) Favre, Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris; Mallet Bachellier, 1863. Favre rimarcava già, p. 52 che le combinazioni indicate non si formano da sé stesse raffreddandosi, dopo essere state decomposte. Ma questo teorema è qui dedotto solamente da fatti osservati, e non è sviluppato come conseguenza necessaria di una teoria generale.

damento si decompongono bruscamente con isviluppo di calorico e non si forman più per raffreddamento.

La legge enunciata si applica egualmente ai cangiamenti di stato dei corpi dimorfi o polimorfi.

1. L'arragonite si trasforma, col riscaldamento, in ispatto d'Islanda. Nell'arragonite dunque si trova maggiore energia e la trasformazione inversa non avviene per raffreddamento.

2. I cristalli di solfo in prismi (sistema V.) si trasformano raffreddandosi in solfo ottaedrico (sist. IV) con isviluppo di calore. Vi è dunque maggiore energia nel primo stato ed il fenomeno inverso non ha luogo.

3. Il solfo molle svolge egualmente calore, trasformandosi in solfo ordinario ed ha dunque maggior energia. Il solfo ordinario per conseguenza non si trasforma da se stesso in solfo molle, ma succede l'inverso.

4. Deville (1) cita una terza modificazione di solfo insolubile nel solfuro di carbonio. Riscaldandolo si trasforma in solfo ordinario, e risulta dalle esperienze di Fordos e Gélis (p. 108) che vi è assorbimento di calorico. Sotto questo rapporto, questa modificazione è giustamente l'opposto del solfo molle, avendo minore energia del solfo ordinario; così sembra che non vi si trasformi da se. Deville (p. 100) ne ha conservati alcuni pezzetti alla temperatura ordinaria per lo spazio di sei anni, senza cangiamento di stato. Ciò dà la spiegazione di una osservazione di Favre (*Thèses* p. 43). Egli ha osservato che nella formazione dell'acido solforico per ossidazione del solfo ordinario coll'intermezzo del cloro si sviluppano 67212 calorie per equivalente (l'equivalente dell' $H = 1$), nel mentre che questa quantità si eleva solamente a 64110 ossidando lo zolfo direttamente con ClO . Nell'ultimo caso egli faceva uso di solfo insolubile che contiene minore energia; e siccome i corpi componenti avevano allora minore energia mentre che l'acido solforico era lo stesso nei due casi, la differenza in energia, cioè il calore sviluppato doveva essere minore nell'ultimo caso.

5. Nella stessa Memoria (p. 25) si trova citato che l'aci-

(1) *Annales de Chimie et Physique*, 3. Série, t. XLVII, p. 94.

do arsenioso opaco si trasforma nella modificazione nitrosa assorbendo 1331 calorie per equivalente; l'ultima dunque contiene maggiore energia. Anche l'acido vetroso si trasforma da se stesso in acido opaco, ma la trasformazione inversa non avviene che per riscaldamento.

6. Il fosforo rosso ha maggiore energia che il fosforo ordinario; frattanto la modificazione non avviene da se stessa. Ciò non è in contraddizione colla legge enunciata, perchè essa non dice che questa trasformazione debba necessariamente avvenire, ma che, quando essa avviene, il corpo si trasforma in uno stato d'energia minore.

7. Si può ancora allegare l'ozono che ha maggiore energia dell'ossigeno e vi si trasforma per riscaldamento; non si può dubitare che allora vi sia sviluppo di calorico. Raffreddando allora l'ossigeno, l'ozono non più si forma.

Si può dunque dir generalmente: Quando un corpo cangia di stato con sviluppo di calorico, allorchè si riscalda, il fenomeno inverso non avviene per raffreddamento.

Forse si presenteranno delle eccezioni a questa legge, ma queste dovranno essere necessariamente riduttibili ai due casi accennati poc' anzi: È inutile il dire che l'affinità chimica tra le molecole debba esser presa in considerazione, e che si possa immaginarla assai forte per attrarre dalla sfera circostante l'energia necessaria alla combinazione. I mesugli refrigeranti ci mostrano qualche cosa di analogo, dove le potenti forze molecolari sono la causa del raffreddamento; ma nelle semplici combinazioni prodotte durante il raffreddamento, ciò sembra non essersi peranco presentato.

La legge inversa è la seguente:

I corpi che assorbono calorico nel decomporsi per riscaldamento, si formano di nuovo per raffreddamento.

Questa proposizione non si lascia dedurre dalla teoria e non può perciò esser considerata come dimostrata. Intanto gli esempi seguenti mostrano che essa si applica a molti casi.

Secondo Favre e Silbermann, il carbonato di calce assorbe calorico decomponendosi per riscaldamento, e non ha per conseguenza tanta energia che i corpi componenti. In effetto CaO e CO^2 si combinano durante il raffreddamento. Non è sen-

za interesse l'osservare che l'arragonite, che ha maggiore energia non assorba quasi affatto calorico in questa decomposizione.

Si osserva lo stesso quando si estingue la calce. Molto calore si sviluppa, e CaOHO ha per conseguenza minore energia che i suoi componenti. Si decompone col calore e si riforma durante il raffreddamento.

Si sviluppa del calorico nella formazione di CO^2 e di HO e le combinazioni non hanno perciò tanta energia quanta i componenti.

Per semplice riscaldamento queste combinazioni non avvengono che ad una elevatissima temperatura; e se frattanto, secondo Deville si lasciano decomporre per riscaldamento, bisogna che ciò sia ad una temperatura ancor più elevata. Allora raffreddandosi i corpi si formerebbero di nuovo secondo la enunciata proposizione. Però, ad una temperatura più bassa la combinazione non avviene, quantunque i componenti abbiano assai più energia che il corpo risultante. Ciò è in rapporto coll'affinità chimica, la quale non basta per la formazione del corpo risultante ad una temperatura meno elevata, quantunque contenga assai meno di energia. In generale, perchè una combinazione avvenga, bisogna soddisfare a due condizioni: 1. che l'affinità abbia una intensità sufficiente; 2. che vi sia l'energia necessaria. Ciò ha una analogia colla corrente galvanica, nella quale una differenza di tensione ed una quantità d'energia sufficiente per la formazione della corrente, sono egualmente necessarie. L'energia è prodotta qui dalle combinazioni chimiche della pila. Nei due casi una causa sola è insufficiente. Qui dunque si possono distinguere due operazioni convertibili e non convertibili. Se un corpo riscaldato cambia di stato sviluppando calorico, passa ad uno stato di minore energia, e non è possibile che riprenda da sé il suo stato primitivo, nel quale esso aveva maggiore energia. È questa una operazione non convertibile. Al contrario se vi è assorbimento di calorico, il corpo conterrà più di energia ed allora può avvenire che ritorni da sé al suo stato primitivo durante il raffreddamento. Il primo caso si presenterà più spesso poichè allora la seconda condizione è sempre da se stessa soddisfatta. Ecco perchè lo svolgimento di calore nelle

combinazioni sembrava la regola, e l'assorbimento l'eccezione.

Si possono ancora addurre come esempi di operazioni convertibili i fenomeni del calorico latente nella fusione ed ebullizione. I corpi in questo caso hanno sempre maggiore energia nel nuovo stato, e perciò essi ritornano da se stessi nel loro stato primitivo raffreddandosi.

Tuttociò ha dell'analogia col conosciuto teorema della teoria meccanica del calore che cioè, è impossibile trasformare il calore di una certa temperatura in calore di una temperatura più elevata senza dispendio di lavoro.

Molti teoremi conosciuti da lungo tempo sono conseguenza immediata di queste considerazioni, p. e.: 1.° il calore di combinazione resta lo stesso sia che la combinazione avvenga direttamente o per istati intermedi; 2.° il calore di combinazione di un corpo composto è generalmente minore di quello dei suoi componenti, determinato isolatamente.

Per mostrare l'applicazione della teoria dell'energia meccanica alle azioni chimiche, si possono addurre gli esempi seguenti:

1.° Si sa che la combinazione chimica dei gas può esser prodotta dalla scintilla elettrica in due maniere completamente differenti.

Alcuni mescoli come H ed O, Cl ed H, CO ed O si combinano bruscamente in quantità illimitata, per una sola scintilla con sviluppo di calore.

Alcuni altri p. e. Az ed O non si combinano che lentamente nel passaggio della scintilla. Non si sviluppa calore, ed i gas cessano di combinarsi quando la scintilla non passa più.

L'ozono si forma anche in questa maniera. Nel primo caso vi è maggiore energia nei componenti che nella combinazione. Quantunque la quantità di energia sia sufficiente, non v'è combinazione, perchè la prima condizione di una affinità chimica assai intensa non è soddisfatta. In questo caso la scintilla accresce l'affinità; alcuni atomi di H ed O si combinano, ed il calore sviluppato in questa combinazione la fa continuare, perchè l'affinità chimica, almeno entro certi limiti, cresce colla temperatura.

In altri corpi p. e. l'acido nitrico, i componenti hanno minore energia dei risultanti. In questo caso la scintilla deve produrre, oltre all'aumento possibile di affinità, l'energia necessaria alla combinazione; ciascuna scintilla non produce che una quantità determinata di energia, e giammai la combinazione di tutta la massa avviene per una sola scintilla.

Secondo Favre e Silbermann (1), un grammo d' H sviluppa nella formazione dell'ammoniaca 7576 calorie, e per conseguenza v'ha maggiore energia nei componenti. Però l'ammoniaca si comporta in un modo particolare colla scintilla elettrica. Secondo Buff (2), l'ammoniaca vien decomposta da forti scintille elettriche: ma mi dice anche che l'azoto e l'idrogeno si combinano colla scintilla. Or siccome la medesima scintilla non può produrre due operazioni tutt'affatto opposte, è necessario che vi sia qualche differenza specifica tra i due casi. Ciò ricorda la conosciuta decomposizione dell'acqua per mezzo della tornitura di rame, e la formazione dell'acqua facendo passare l'idrogeno per un tubo ripieno d'ossido di rame.

2. La teoria dà similmente qualche spiegazione delle azioni dette catalittiche. Il platino determina la combinazione di H ed O in HO , ma non quella di Az ed O in AzO , nè la formazione del biossido d'idrogeno. Ciò è in rapporto colla esposizione precedente. Il platino non può influire che sopra l'affinità, ma siccome esso rimane completamente invariabile durante l'operazione, non può sviluppare dell'energia. Esso può solamente occasionare la combinazione di due corpi nel caso che l'energia necessaria si sia digià, e giammai nel caso che il corpo ha più energia dei suoi componenti, come nella formazione di AzO . Similmente il platino cambia l'ozono in ossigeno, che contiene minore energia senza poter produrre l'operazione inversa.

In questo modo si spiega come la scintilla ed il platino possano produrre il medesimo effetto nella formazione dell'acqua ed effetti opposti sopra l'ozono e l'ossigeno, la scintilla cambiando l'ossigeno in ozono ed il platino facendo il contrario.

Si dice che l'olio di terebentina agitato fortemente coll'os-

(1) Annales de Chimie et Physique, 5. Série t. xxvii, p. 406.

(2) Fortschritte der Physik; Berlin 1860, p. 501.

sigeno, induce la formazione dell'ozono senza che l'olio provi alcun cangiamento. Ciò sembra essere dunque un'azione catalitica, e sarebbe contrario alla teoria dell'energia. Agitando, l'olio si riscalda, perchè il lavoro esterno esercitato si trasforma in calore; esso dunque non ha che a riscaldarsi un poco meno dell'ordinario per produrre l'energia necessaria alla piccola quantità di ozono.

3. Nella Memoria già citata di Deville, egli parla di uno stato intermedio tra la combinazione e la decomposizione completa, alla quale egli dà il nome di dissociazione. Questo stato avrebbe luogo allorchè le distanze tra le molecole avrebbero un valore determinato. Egli ne ha concepito l'idea osservando che il platino fuso gettato nell'acqua, ne produce la decomposizione. Il platino, in questo caso, non può agire che sopra l'acqua in istato di vapore. Regnault ha dimostrato che il vapor d'acqua è decomposto dall'argento fuso che ne assorbe l'ossigeno alla temperatura di 1000 gradi. Dall'altra parte il calore sviluppato dalla combinazione dell'idrogeno e dell'ossigeno basta per fondere il platino, producendo una temperatura che, secondo l'Autore, si eleva almeno a 2500 gradi. Però egli mette la quistione: come sarebbe possibile che la combinazione di H e di O produca una temperatura molto più elevata di quella alla quale l'acqua si decompone. Egli ne cerca la causa nello stato di dissociazione nel quale il vapor d'acqua si troverebbe a 1000 gradi. Le molecole di cloro e d'idrogeno sarebbero similmente in questo stato alla temperatura ordinaria.

L'Autore cita ancora Cl^sAz , I^sAz ed S^sAz come dei casi nei quali la decomposizione avviene bruscamente sviluppando calore. Infine egli paragona i tre stati di combinazione completa di dissociazione e di decomposizione collo stato solido, liquido e gassoso.

Quest'ultimo paragone mi sembra difettosissimo. Infatti, non è difficile di vedere che la dissociazione dell'Autore coincide collo stato nel quale non si soddisfa che ad una sola delle condizioni antecedentemente menzionate. Nel cloro e nell'idrogeno vi è una quantità sufficiente di energia; basta, per determinare la combinazione, un aumento di affinità, di cui la luce ordinaria, per esempio, è già capace. La stessa osservazione

si applica a Cl^sAz , e non vi ha neppure alcuna difficoltà nel caso dell'acqua.

L'acqua non ha tanta energia quanta i suoi componenti. Dunque quando non vi è combinazione ciò è perchè la prima condizione di una affinità assai intensa non è soddisfatta. Mettiamo l'affinità uguale a 0° allorchè non vi ha combinazione, essendo sempre la quantità di energia sufficiente: allora essa sarà nell'acqua eguale a zero alla temperatura ordinaria, prenderà origine ad una temperatura più elevata, per disparire di nuovo elevandola di più. Ciò suppone che il vapor d'acqua si decomponga alla fine per semplice riscaldamento. A 1000 gradi essa non si decompone da se stessa; ma in contatto dell'argento fuso, questo può fornirle dapprima la quantità di energia necessaria ed in seguito agire differentemente sopra gli elementi dell'acqua, ed indebolire la loro mutua affinità. L'argento dunque agisce in questo caso in due maniere.

Se l'acqua si decompone a 1000 gradi per semplice riscaldamento, il caso sarebbe difficile a spiegarsi; ma ciò non è al proposito quando la decomposizione avviene in presenza dell'argento fuso.

Il prodursi di una temperatura più elevata nella combustione è una cosa tutt'affatto differente. Si produce in questo caso un corpo di minore energia; si sviluppa dell'energia sotto forma di calorico e riscalda il vapore formato. Per mezzo dei valori conosciuti del calorico di combinazione dell'acqua e dei calorici specifici dell'acqua, dell'idrogeno e dell'ossigeno, si trova per questa temperatura 6800 gradi (1). Si suppone qui che il calore non si comunichi ai corpi vicini. Ora, una temperatura così elevata discenderà quasi istantaneamente; essa si è già molto abbassata quando la osserviamo coi nostri strumenti. Intanto, secondo le esperienze di Deville essa può elevarsi a 2500 gradi.

Il platino fuso, gettato nell'acqua potrà dunque esser dapprincipio la sorgente dell'energia necessaria, e poscia agire differentemente sugli elementi dell'acqua a questa temperatura. Non è per conseguenza che un problema di forze molecolari.

(1) *Leçons de la Société de Chimie*; Paris 1861, p. 66.

Ei mi sembra dunque che i fenomeni della dissociazione si lascino tutti spiegare dalla teoria dell'energia senza alcuna necessità di ricorrere ad una ipotesi qualunque sopra la distanza mutua delle molecole.

4. Kirchhoff nella sua Memoria sopra la funzione dell'azione (*Wirkungsfunktion*) (1) dimostra che il calorico di combinazione deve in generale variare colla temperatura. È questa una conseguenza necessaria della teoria dell'energia. Se facciamo la combinazione di H ed O in un recinto chiuso, per conseguenza, senza sviluppo di travaglio esterno, e da temperature differenti, per esempio a 50 e 100 gradi, il calorico sviluppato non potrà essere lo stesso nei due casi che se la differenza in energia dell'acqua e dei gaz separati resta anche la stessa. Ciò implica che il calorico specifico a volume costante è lo stesso pel vapor d'acqua e pel miscuglio dei gaz costituenti, il che in generale non è ammissibile. Kirchhoff trova per questa differenza di calorici specifici 0,0417 e 0,212 calorie, partendo da due ipotesi differenti. Nella formazione dell'acido carbonico per la combinazione dell'ossido di carbonio e dell'ossigeno, si trova similmente, 0,0049 calorie. Nella maggior parte dei casi questa differenza non si lascia determinare, perchè le variazioni del calorico specifico colla temperatura non sono determinate che per pochissimi corpi.

5. Si riguarda ordinariamente il calorico di combinazione come una misura dell'affinità chimica; or, quantunque le esperienze diano in generale un calorico più grande per le combinazioni più energiche, si presenterebbero molte strane eccezioni, che hanno sempre impedito di considerare questa proposizione come una legge dimostrata. L'acido fosforico sviluppa maggior calore che l'acido solforico il quale frattanto scaccia il primo acido dalle sue combinazioni. La potassa è una base più energica della calce, ma intanto non isviluppa tanto calorico combinandosi coll'acido nitrico. L'ossido d'argento neutralizza le proprietà dell'acido meglio dell'ossido di rame e può scacciare quest'ultimo dalle sue combinazioni, ciò che è in rapporto coll'affinità; il suo calore di combinazione è frattanto minore che

(1) Poggendorff's *Anzeigen*, t. cxi, p. 205.

nell'ossido di rame. Ciò avviene perchè l'affinità ed il calorico di combinazione sono delle grandezze tutt'affatto eterogenee; non vi è alcun rapporto diretto tra loro, e voler misurare l'una dall'altro mi sembra un tentativo tanto vizioso, quanto il riguardare la forza motrice nella corrente chiusa come equivalente alla tensione degli elettrodi nello stato aperto. Del resto egli è affatto impossibile misurare l'affinità col calorico di combinazione nel caso che vi sia assorbimento di calorico; o l'affinità avrebbe conseguentemente un valore negativo.

Il ragionamento seguente forse potrà servire a dimostrare che il calorico di combinazione non è una misura per l'affinità.

Allorchè il movimento di un corpo che cade liberamente, viene bruscamente arrestato, bisogna ammettere che la sua forza viva $\frac{1}{2}mv^2$ si trasformi in calore, nel caso che un altro effetto non sia prodotto. Supponiamo che questa quantità di calore si possa misurare così esattamente come la velocità finale: allora ciascuna osservazione costituirebbe una prova a favore del principio della conservazione di energia, e questo risultato resterebbe lo stesso in qualunque parte della terra si facesse l'esperienza. Le variazioni del peso come le altre sue proprietà resterebbero ciò nonostante perfettamente sconosciute. Questo caso presenta analogia col nostro. Noi misuriamo il calorico di combinazione, che si può considerare come la misura dell'energia o forza viva perduta nella combinazione, e per conseguenza di un prodotto di cui uno dei fattori è l'affinità o l'attrazione chimica, e l'altro il cangiamento nelle posizioni mutue delle molecole prodotto dalla forza in questione. Questo caso è molto più complicato del precedente; perchè non si saprebbe ammettere che la forza è indipendente dalla mutua posizione delle molecole. Ora, siccome queste posizioni ci sono completamente sconosciute, le forze lo sono egualmente, e, come nel primo caso le proprietà della gravità, in questo le forze chimiche non possono esser dedotte dalle esperienze indicate. Nelle combinazioni prodotte dall'affinità chimica solamente noi osserviamo l'effetto di queste forze. Nel caso dell'acqua poco fa indicato, abbiamo veduto che l'affinità o la tendenza alla combinazione varia colla temperatura, restando soddisfatta la con-

dizione dell'energia. Similmente essa varia da un corpo ad un altro. Quando un acido ne scaccia un altro dalla sua combinazione, il primo ha un'affinità per la base maggiore del secondo. Nella maggior parte dei casi intanto, come nella precipitazione, vi sono variazioni di energia che complicano la questione. L'effetto dell'affinità si mostra puramente solo quando la quantità di energia resta la stessa durante l'operazione. È sempre questo il caso, secondo Favre e Silbermann, quando due sali in soluzione si decompongono scambievolmente senza precipitarsi. Ma in questi casi riesce sommamente difficile sapere in che modo avvenga la decomposizione.

E vero che, in generale, le combinazioni energiche, secondo Favre e Silbermann sviluppano più di calorico; ma delle eccezioni non mancano. Ciò non ha niente di sorprendente poichè le due quantità non hanno in realtà alcun rapporto tra loro; bisogna piuttosto meravigliarsi più dell'accordo che generalmente si presenta tra l'affinità ed il calore, che delle eccezioni che si son trovate.

Del resto egli non è difficile dare una definizione esatta dell'affinità. Quella che si dà ordinariamente che essa sia la forza che *spinge* i corpi a venire in combinazioni e che mantiene la stabilità del composto una volta formato, ha la colpa di essere una definizione equivoca; è più che dubbioso che queste due definizioni siano sempre coincidenti.

Il calorico di combinazione che indica la differenza in energia può esser riguardato come una certa misura della stabilità. L'acqua con 29413 calorie di calorico di combinazione ha più stabilità che l'acido carbonico nel quale questa quantità si eleva a 23783 calorie. La decomposizione non può avvenire che aggiungendo questa quantità di energia, e per conseguenza la decomposizione dell'acido idroclorico sarebbe possibile in certi casi nei quali essa non potrebbe avvenire per l'acqua; bisogna anche prendere in considerazione l'affinità chimica, come lo mostrano i gas costituenti dell'acqua dove l'energia si trova in abbondanza, senza che la combinazione abbia luogo alla temperatura ordinaria.

Non è senza interesse rimarcare che la funzione del flogistico di Stahl coincide in generale con quella dell'energia nelle

combinazioni. Si supponeva nel carbonio assai flogistico che si trasformava durante la combustione in acido carbonico e la quantità del quale era in rapporto col calorico sviluppato; similmente il carbonio e l'ossigeno hanno separatamente energia maggiore dell'acido carbonico, ed è questa differenza che è ancora misurata dal calore svolto. Sotto questo rapporto la teoria del flogistico era conforme alla natura.

È inutile il dire che l'applicazione dell'energia alle azioni chimiche non poteva essere sviluppata in queste pagine che in alcuni tratti principali. Intanto essi forse basteranno per dimostrare l'importanza di questo principio nella chimica.

Zutphen, Novembre 1864.



**SULLA BARITINA DI CALAFURIA; NOTA DEL DOTT.
ALCESTE DELLA VALLE.**

Alla distanza di cinque miglia circa da Livorno, tenendo la strada regia Maremmana, trovasi lungo la costa, battuta dal mare, una torre chiamata di Calafuria. Essa è costruita sopra il macigno, che, insieme al calcare nummulitico e all'alberese, costituisce i poggi che si estendono fin presso il Romito, quasi sempre scendendo con scabroso declivio insino al mare, ed è in vicinanza della torre che il solfato di barite trovasi tanto sulla destra che sulla sinistra della strada regia, la quale taglia essi poggi, colà esclusivamente formati di macigno. Il minerale è in vene e filoncelli incassati nella roccia e associato ad altre sostanze.

Caratteri.

Il suo peso specifico è assai variabile, ch' ora vi riscontriamo il 4,3, ora il 4,4, ora il 4,6, ed il 3,6 perfino. La differenza è in relazione colla maggiore o minore purezza dei cristalli ed in special modo colla diversa natura delle sostanze incluse. Non così incerta però ne è la durezza, giacchè sperimentandola sopra varj campioni vidi che costantemente mi rappresentava il 3,5, numero in generale assegnato dagli autori alla baritina, e che credo abbastanza esatto per attribuirlo anche a questa di Calafuria, atteso che segna energicamente la calcite ed è con eguale intensità graffiata dalla fluorina.

Circa alla cristallizzazione la forma ordinaria è quella più o meno tabulare (*Tav. II. fig. 1*) e riferibile al prisma romboidale dritto con angolo di $101^{\circ}.42'$. Oltre a questa, non modificata da alcuna faccia ho avuto occasione di studiare più cristalli, che sull'angolo A presentavano una serie di faccette appartenenti a macrodomi ottusissimi ed in tal numero da rendere curvi gli spigoli laterali che al suddetto angolo concorrono (*fig. 2*). E osservando certi uni di questi cristalli traverso alla base P si scorre una linea parallela a ciascuno spigolo B; la quale a prima vista potrebbe prendersi come faccetta di modificazione, se non che attentamente esaminata si riconosce non provenire che da uno strato esterno più o meno sottile o più o meno trasparente, ed alle volte anche opaco, forse determinato da un piano di clivaggio (*fig. 3*). Un caso analogo è presentato da molte baritine di altre località, ad esempio quella di Kapnick, come lo accenna il Levy, ma mentre in queste ultime distinguonsi bene esse linee esclusivamente derivanti da piani di clivaggio, in quella di Calafuria invece spesso limitano sostanze incluse, nè mi è punto occorso di riscontrarle in cristalli diafani e limpidi, ma sempre in quelli di un color bruno e alquanto opachi. Dimandando a me stesso come siasi formati i piani limitati dalle linee in discorso, non ho potuto che supporre essersi completati i cristalli in tempi distinti, concorrendo dapprima, a modo d'esempio alla formazione loro un solfato diverso per le sostanze estranee, che meccanicamente teneva, da quello che in seguito venne ad accrescerli e che formò all'esterno un nuovo strato dissimile dalle rimanenti parti interne. E questi cristalli, nei quali trovansi inclusi corpi stranieri, sono in generale semplicissimi ed anche se portano qualche modificazione risultano meno complicati di quello non sieno i più limpidi.

Oltre alla serie dei macrodomi, che modificano l'angolo A, ho ritrovato molti cristalli troncati sullo stesso angolo da una o due sole faccette ben distinte e piane, vale a dire da un solo o due macrodomi, quali sono indicati dalla (*fig. 4.*) Altri cristalli, e sono appunto i più limpidi, oltre alla suddetta modificazione ne presentano altra sugli spigoli laterali B, costituita da faccette di troncatura (*fig. 5*) faccette molto diversamente svilup-

pate e tali anche da scomparire alle volte, onde avviene di vedere, per esempio, troncato uno degli spigoli laterali inferiori B, mentre manca ugual modificazione sul corrispondente superiore (*fig. 6*).

Il brachidomo pure non è affatto escluso da questa baritina e ne fa fede qualche raro esemplare (*fig. 7*).

Ben limitate, come ognun vede, sono le forme della baritina di Calafuria, ed ho ragione di credere non trovarsene altre diverse dalle descritte, poichè molti e molti esemplari ho avuto fra mano e per quanto accuratamente gli abbia studiati non ho potuto trovare che la ripetizione delle menzionate forme.

Circa alla grossezza dei cristalli di baritina nulla v'è di fisso, che da quelli minutissimi, da occorrere la lente a distinguerli, si passa gradatamente a quelli di tre a quattro centimetri.

Volendo ora parlare del modo di presentarsi di questi cristalli mi convien dire esser sempre associati, spesso compenetrati e ammassati fra loro. Ma se ben si osservano in generale riscontransi impiantati sulla roccia per le facce laterali (com'è ordinario a questa specie minerale) ed alle volte in serie fra loro allineate, come lo mostra la (*fig. 8*). Spesso anche si compenetrano conservando paralleli i loro spigoli, così che esaminando l'insieme ci si offrono dei belli e netti angoli rientranti. Se avviene poi che si disgiungano due cristalli, che si compenetravano, nel punto dell'antico loro attacco ci si offrono delle strie parallele alle linee di congiungimento a guisa di tramoggia, la quale in certi casi (*fig. 9*) sembra si manifesti, specialmente quando riscontrasi sulla base P, che potrebbesi prendere per particolare cristallizzazione, se l'obliquità delle strie, rispetto agli spigoli laterali, e gli angoli rientranti che determinano non stessero a palesare l'origine delle strie e della supposta tramoggia, come determinata da due cristalli che si compenetravano e che stavano ~~adagiati~~ sulla base del cristallo simulante la tremia. Le strie sarebbe inutile dire che stanno ad accennare il successivo accrescersi dei varj cristalli.

Associazioni.

Come dicevo in principio la baritina, che ho preso a descrivere, stà spesso associata ad altre sostanze minerali, tali sono il quarzo il sesquiossido di ferro, la dolomite ferruginosa ec. In generale i suoi cristalli si presentano opachi e più o meno colorati a causa del ferro che frequentemente li sporca. Non per questo però non esistono dei cristalli limpidissimi, e benchè rari assai pur ne posseggo, ed è qui ad accennare averli sempre ritrovati associati e frammisti a piccoli e bei cristallini di dolomite ferruginosa, la quale darebbe a supporre di essersi assorbito tutto il ferro, lasciandone così perfettamente libero il solfato di barite. E già che cade in acconcio non posso passare innanzi senza spendere una parola anche per questa dolomite, la quale, se non fosse che per il solo suo vago aspetto, presenta tanto di interessante da meritare di parlarne.

Trovasi in sottili venuzze incluse nel macigno, tanto associata ai filoncelli di baritina, che affatto sola. I suoi cristalli stanno a rappresentare dei piccoli romboedri a facce curve, ed anche analoghi a quelli offertici dalla così detta dolomite linguiforme, ma anzichè presentare lo splendore madreperlaceo di quest'ultima, essa trovasi quasi sempre rivestita di sesquiossido di ferro, non sempre però di eguale aspetto, che ora è scura e opaca, ora lucente e più rossigna, ora quasi chiara ed iridescente, ed è specialmente al contatto della scura ed opaca che la baritina si mostra diafana e limpida.

Il quarzo è altro minerale che si associa alla baritina, frammischiandosi i loro cristalli. Esso, al pari della dolomite, costituisce per se solo dei filoncelli nel macigno; quando però è associato al solfato dalla disposizione dei suoi cristalli facilmente si riconosce anteriore alla formazione di quelli di barite, giacchè questi ultimi non di rado trovansi impiantati sulle facce di quelli di quarzo, ma oltre a ciò spesso le pareti dei filoncelli sono tappezzate di quarzo cristallizzato, mentre la baritina ne riempie la parte mediana. Lo stesso non si può dire della dolomite, la quale tutte le volte che trovasi asso-

ciata al solfato di barite si addossa a questo con i suoi cristallini, attestando invece posteriorità di origine.

Quel sesquiossido di ferro, che ricuopre la dolomite, in certi esemplari riveste totalmente anche il solfato di barite e ciò riscontrasi particolarmente in alcuni filoncelli, nei quali è caso trovare cristalli limpidi e liberi della suindicata veste. Nè ciò fa maraviglia, perchè il macigno di Calafuria è talmente compenetrato dal ferro da appalesarci alla sua superficie, ove questo è maggiormente concentrato, come una rete di venuzze rilevate, le quali al certo ci si mostrano tali per aver resistito più lungamente all'azione degli agenti esterni di quello non lo abbia l'arenaria includente. Ora può forse supponersi che le acque pluviali, che lavano essa roccia, sciolgano porzione di quel ferro, e, trasportandolo seco, lo depositino entro i filoncelli e sui cristalli dei diversi minerali.

Ho sopra accennato che i cristalli di baritina ordinariamente tengono incluse sostanze straniere. Il sesquiossido di ferro, se non li riveste li colora, che rarissimi, come ho per notato, sono quelli del tutto limpidi. Ma altro minerale cristallizzato, che non era stato avvertito a Calafuria, e che l'analisi mi ha fatto riconoscere di antimonio (stibina) con varia disposizione si appalesa entro ai cristalli di baritina, cosicchè ora vi si vedono dei filamenti isolati e di splendore metallico, ora confusi e frammisti, terminando spesso nell'insieme a linee alquanto discoste e parallele agli spigoli dei cristalli stessi, (*fig. 10*). Altra volta essi filamenti si dipartono in fascio irraggiante da una delle linee suddette (*fig. 11*) altre invece da un punto interno, costituendo allora raggi distinti (*fig. 12 e 13*). I cristalli di stibina, oltre al trovarsi inclusi in quelli di baritina, spesso con le loro estremità sporgono al di fuori delle facce. La disposizione fibrosa raggiata di essa stibina non solamente si riscontra nei cristalli, ma anche nella massa compatta che costituisce il filoncello di barite.

Questo minerale di antimonio si riconosce spesso che ha subito un'alterazione e si è decomposto; infatti molti cristalli di baritina son tutti perforati da canaletti di forma romboidale, alcuni dei quali vuoti, altri pieni di una sostanza giallo-rossastra, analoga a quella che nello spessor dei filoncelli er-

dinariamente stà associata alle concentrazioni di stibina, appalesando la successione di questa al kermes e forse poi alla cervantite. E che questi ultimi minerali vi esistano me ne sono accertato analizzando la sostanza giallo-rossastra, la quale mi ha con chiarezza mostrato risultare prevalentemente di antimonio. Qui giova notare come i cristalli di barite, che includono la stibina, sieno quelli appunto che somministrano un peso specifico minore, circa 3,6, fatto abbastanza strano sapendo che la stibina ha un peso specifico maggiore della baritina, ma facilmente spiegabile se si riflette che possibilmente alcuni dei cristalli di stibina si saran decomposti e avranno lasciato nell'interno dei canaletti vuoti.

Giacitura.

L'arenaria macigno di Calafuria alla superficie è fratturata, mostrando crepe in tutti i sensi quasi che fosser piani di ritiro, ed è in molte di esse che stanno le concentrazioni di sesquiossido di ferro, di quarzo, di solfato di barite ec. Riguardo alla direzione delle vene di baritina potrebbesi dire non averne alcuna, a causa delle tante che ci presentano. Forse le venuzze, che si appalesano alla superficie, concorrono almeno nell'interno, ad una certa profondità ad un filone unico, ma la mancanza di profondi scavi mi ha tolta la possibilità di formare un giudizio, però, dalle ripetute osservazioni intorno alla direzione delle vene, nell'insieme ho potuto riscontrarne molte parallele e dirette circa da E. ad O. ed altre pur parallele, ma normali alle precedenti, cioè volte da N. e S. In generale la direzione è oscillante fra il N. e l'O. al S. e l'E.

Sembra quindi aversi in questa giacitura indizio di una di quelle dighe quarzoso metallifere generalmente dirette N. S. ed accompagnate da filoni e vene normali a quella direzione, che sono tanto frequenti nella Maremma. E per la presenza dell'antimonio potrebbesi questa nostra paragonare a quella di Prata nel Massetano, di Pereta e di Monteauto, ma da esse tutte è diversa per la presenza della baritina.



**SUGLI SPETTRI DEI CORPI CELESTI ; RICERCHE DEI SIGG.
HUGGINS E MILLER**

I sigg. Huggins e Miller hanno da varii mesi pubblicato una Memoria sugli spettri dei pianeti e di alcune stelle, ed una sugli spettri di varie nebulose. Essi hanno impiegato più di due anni in questo lavoro contrastando con le difficoltà offerte loro da un clima sfavorevole.

Il loro apparecchio consiste in un obiettivo acromatico di 8 pollici d'apertura e di 10 piedi di distanza focale, montato parallatticamente e munito d'un movimento di orologeria; poco innanzi del foco dell'obiettivo si trova una lente cilindrica che raccoglie il pennello luminoso proveniente dalla stella sulla fenditura di uno spettroscopio non molto diverso dagli ordinarii, e che è collegato stabilmente col cannocchiale. Nella costruzione di tale spettroscopio sono state usate alcune precauzioni per evitar le perdite di luce, ed impiegati due prismi di flint; di modo che la dispersione e la nettezza son tali da veder distintamente la linea del nichel, racchiusa fra le due componenti della stria D del sodio. Di fianco al cannocchiale è congiunto ad esso un apparecchio da luce elettrica, e le scariche di un rocchetto d'induzione, scoccando fra elettrodi spesso metallici, offrono la luce artificiale che introdotta nello spettroscopio dal solito prismettino a riflessione totale, da modo di paragonare direttamente lo spettro della stella con quelli dei vari elementi chimici. Le precauzioni prese, e l'accordo fra

le varie osservazioni, danno agli Autori gran confidenza nella accuratezza dei loro risultati.

Nello spettro solare allorchè il sole è presso l'orizzonte compariscono vari gruppi di strie oscure che non vi si osservano quando il sole è alto; esse son prodotte dagli assorbimenti che i raggi solari subiscono nell'attraversare per lungo tratto gli strati più densi della nostra atmosfera. La luce solare riflessa dalla superficie di un pianeta, deve attraversare due volte la di lui atmosfera; è per questo che gli Autori si son proposti di studiare se delle linee di assorbimento, oltre quelle dell'ordinario spettro solare si riuniscono negli spettri dei pianeti. Una ricerca di questo genere è importante ancora per la Luna, la quale quando rivolge a noi pressochè tutta la sua parte illuminata se fosse munita di una atmosfera, ci invierebbe dai lembi della luce che avrebbe dovuto subire gli assorbimenti in proporzioni molto maggiori, che quella della quale splende la parte centrale. Ma tanto adoperando la luce proveniente dal centro, quanto dai lembi del disco lunare gli Autori hanno veduto non alterato lo spettro solare; e quindi aggiunto un nuovo criterio a tutti gli altri pei quali era stata conclusa l'assenza di una apprezzabile atmosfera intorno alla Luna. Anche gli spettri di Venere, Marte, Giove, e Saturno ripetono esattamente quello del Sole. In Giove ed anche in Saturno si trova un poco rinforzata l'oscurità di un fascio di linee atmosferiche nel rosso dello spettro, pel qual criterio gli Autori inclinano a supporre nelle atmosfere di questi pianeti l'esistenza di uno degli elementi della nostra atmosfera. L'intensità della parte refrangibile dello spettro di Marte è diminuita da parecchie linee oscure, che cagionano il rosso colore di questo pianeta.

Gli Autori suppongono che la poca evidenza con la quale si rivelano gli assorbimenti delle atmosfere dei pianeti, sia cagionata dall'esser la luce che essi ci inviano riflessa per la maggior parte dagli ammassi di nubi sospese negli strati superiori delle atmosfere stesse.

Il numero delle stelle fisse esaminate con più o meno cura ammonta circa a 50. Ma gli Autori hanno concentrati i loro sforzi sopra tre o quattro delle più luminose, e tracciate

con assai dettaglio il disegno dello spettro di sole due, l' α Tauri e l' α Orionis.

Questi spettri son ricchi di strie oscure quanto quelle del sole. Istituyendo un confronto diretto fra lo spettro della stella e quelli di 16 corpi elementari nell' α Tauri (Aldebaran) hanno trovato delle strie oscure coincidenti con le più belle linee luminose degli spettri del sodio, magnesio, idrogeno, calcio, ferro, bismuto, tellurio, antimonio e mercurio. Nello stesso modo gli spettri ottenuti da sedici corpi elementari sono stati osservati simultaneamente con lo spettro dell' α Orionis (Beteigenga), ed in cinque di questi, cioè col sodio, magnesio, calcio, ferro e bismuto, sono state trovate delle linee corrispondenti a certe strie stellari. Non per tutte le linee degli spettri di questi metalli, è stata accertata la stria corrispondente nello spettro stellare, ma solo per le più appariscenti; pure questo solo basta per fare arguire con discreta probabilità l'esistenza di tali corpi nell'atmosfera della stella. Infatti l'idrogeno offre due linee, che corrispondono una alla stria C ed una alla F dello spettro solare; in molte stelle si trovano ambedue queste strie, ma in quelle nelle quali manca una di esse manca sempre anche l'altra. In quest'ultimo caso si trova l' α Orionis.

Anche tralasciando per amor di brevità le notizie sugli spettri di altre stelle, e varie considerazioni che gli Autori hanno registrato nella loro memoria, convien riportare i paragrafi seguenti.

« Da che l'analisi spettrale ha mostrato che varie delle leggi della fisica terrestre prevalgono nel sole e nelle stelle, può dubitarsi poco che la sorgente immediata della luce solare e stellare diversifichi da una massa di materia solida o liquida in uno stato di grande incandescenza, proveniente da una temperatura eccessivamente elevata. Solo per tal guisa ci è dato di produrre una luce che sebbene in debil grado possa esser comparabile con quella del sole.

« La luce proveniente da un corpo solido o liquido incandescente, somministra uno spettro continuo contenente raggi di ogni refrangibilità nella porzione visibile. E come questa condizione di luce è connessa con lo stato liquido o solido, e non con la natura *chimica* del corpo, è grandemente probabile che

la luce quando da prima viene emessa dalla fotosfera, cioè dalla superficie luminosa del sole o delle stelle, sia identica in tutti i casi.

• La causa della differenza di colore, deve esser quindi cercata nella differenza di costituzione delle atmosfere circostanti.

L'atmosfera di ogni stella deve variar di natura a seconda degli elementi costituenti la stella; e l'osservazione ha mostrato che le stelle differiscono dal sole, e l'una dall'altra, rispetto agli elementi dei quali son costituite. Quindi la luce di ogni stella sarà diminuita per la perdita di quei raggi che corrispondono in refrangibilità alle linee luminose, che gli elementi costituenti di ogni atmosfera emetterebbero quando si trovassero allo stato incandescente. A seconda che queste linee oscure preponderano in certe parti dello spettro, il colore ad esse spettante divien più debole, e quindi preponderano i colori delle altre refrangibilità nella tinta della stella.

Le Nebulose che adoprando cannocchiali sufficientemente potenti mostrano di risolversi in ammassi di stelle, come quella d'Ercole, ed una dell'Eridano offrono spettri simili a quelli stellari, per la loro estensione, e per la presenza di strie oscure.

Spettri di tal genere danno anche le Nebulose di Andromeda, le quali hanno al centro una forte condensazione di luce.

Vi è peraltro una classe di Nebulose, alle quali l'Herschell ha attribuito l'epiteto di planetarie, pel loro aspetto circolare ed ellittico, e perchè non danno indizio di risolvibilità. Di queste, otto ne sono state studiate, ed in tutte lo spettro si riduce a tre linee lucide assai sottili; la prima e più splendida delle quali coincide con la più bella delle strie atmosferiche, quella cioè dovuta all'azoto, e che si trova quasi equidistante fra la *b* e la *F* dello spettro solare; la terza, e più debole, coincide con la *F* del Fraunhofer; la seconda, ed intermedia fra queste due tanto nello splendore che nella posizione, è distante dalla terza quasi del doppio che dalla prima.

Solo con una di tali Nebulose oltre le solite tre linee, nè è stata vista una quarta eccessivamente debole, e maggiormente rifratta. Talvolta oltre queste linee lucide è stata avvertita la presenza di uno spettro molto languido munito di strie d'assorbimento, e quando la nebulosa conteneva un nucleo gli Au-

tori si sono accertati che da esso proveniva questo languido spettro stellare.

« È ovvio che tali nebulose non possono più a lungo riguardarsi come aggregati di soli del genere al quale appartengono e il nostro sole e le stelle fisse. In questi oggetti non dobbiamo studiare una speciale modificazione nel nostro tipo di soli, ma trovarsi in presenza di un genere di struttura distinto e peculiare:

« In luogo di un corpo solido o liquido incandescente, che trasmetta luce di ogni refrangibilità attraverso una atmosfera la quale intercetti per assorbimento un certo numero di esse, come sembra che sia il nostro sole, dobbiamo riguardare tali oggetti, o per lo meno le loro superfici lucenti, come enormi masse di gas o di vapori luminosi ».

Dopo aver convalidato tale opinione con altre considerazioni il testo così prosegue:

« È forse importante osservare che, eccetto l'azoto, niuno dei trenta elementi chimici dei quali ho misurato lo spettro presenta una forte linea in prossimità della linea splendente delle nebulose. Se tuttavia questa linea fosse dovuta all'azoto, avremmo del pari dovuto vedere altre linee; vi sono specialmente nello spettro dell'azoto due forti linee doppie, delle quali una per lo meno avrebbe dovuto esser facilmente visibile, se esse esistessero nella luce delle nebulose, » Si presenta da se stessa la ricerca, se la presenza di questa sola linea nelle nebulose possa indicare una forma di materia più elementare dell'azoto, e che l'analisi non ci avrebbe fino ad ora messo in grado di scoprire.

« Le osservazioni che spero di fare su altre nebulose, possono sparger luce su queste ed altre considerazioni sopra a quegli oggetti maravigliosi ».

A. PACINOTTI.



**SULLA PRODUZIONE DEL DIABETE ARTIFICIALE NEGLI ANIMALI
PER L'USO ESTERNO DEL FREDDO; DEL D. BENEE JONES.**

(Proceedings of the R. Society. 15 Dec. 1864).

Queste esperienze muovono dall'idea che il diabete proceda dalla combustione imperfetta dei materiali di nutrizione nel seno dell'animale. Questa imperfezione può accadere per insufficienza d'ossigeno, per eccesso di cibo e per la temperatura troppo bassa del corpo in cui si deve fare la combustione. Quest'ultimo modo di produrre artificialmente il diabete fu dimostrato analizzando l'urina del coniglio prima allo stato sano, poi dello stesso animale tenuto tanto tempo circondato dal ghiaccio da ucciderlo. In tre esperienze fu trovato col solito reattivo ed anche colla fermentazione, lo zucchero nell'urina del coniglio dopo il raffreddamento, mentre prima questo corpo non vi esisteva. Il celebre fisiologo Brucke di Vienna ha confermato questo risultato.

M.



SULLA FLUORESCENZA NEGATIVA; NOTA DEL PROF. TYNDALL.

(*Phil. Mag.* Gennaio 1866)

I fisici ricordano le belle esperienze con cui Herschell e soprattutto Stokes mostravano che vi erano alcuni corpi, come sarebbero una soluzione di solfati di chinina, dei sali d'urano e dei vetri contenenti questo metallo, i quali esposti ai raggi ultra violetti dello spettro acquistavano sotto quella luce delle tinte bluastre più o meno vive, le quali cessavano immediatamente al cessare dell'azione della luce. Siccome la luce così prodotta appartiene a vibrazioni più ampie di quelle della luce che ha prodotto il fenomeno, Tyndall chiama fluorescenza *positiva* questa così generata, per chiamare *negativa* quella che egli crede aver scoperta e che generandosi sotto i raggi meno refrangibili o di vibrazioni più ampie, avrebbe per effetto di generare una luce corrispondente a vibrazioni più corte. Questi fenomeni di fluorescenza sono oggi considerati dai fisici come un caso di fosforescenza di cui la durata sarebbe estremamente piccola, dopo la cessazione della luce eccitante.

Tyndall fonda la fluorescenza negativa, e quindi il supposto cambiamento del periodo vibratorio sul fatto del platino che diventa incandescente nella fiamma dell'idrogeno. Si sa che Stokes non ammette questa interpretazio-

ne. Quando l'ossigeno e l'idrogeno, egli dice, si combinano per formare vapore acqueo, le vibrazioni degli atomi rispettivi insorgono per questo urto; ma queste vibrazioni degli atomi sono tosto propagate alle molecole del composto formato dalla loro unione. Il vapor acqueo costituisce *la cenere* per la fiamma dell'idrogeno. Le rapide vibrazioni dei singoli atomi che entrano nel vapore sono trasformate, in un'irradiazione colorifica di minore refrangibilità. Quando il filo di platino è immerso in quella fiamma, è questo filo che riceve le vibrazioni che prima si distribuivano alle ceneri; quindi la possibilità in questo solo caso di avere abbassamento piuttosto che innalzamento di refrangibilità.

Che ne sia di questa interpretazione data da Stokes, e lasciando da parte la critica assai mordace con cui Tyndall si compiace di trattare il Dott. Akin che gli contrasta questa scoperta, ci limiteremo qui a riassumere le conclusioni che Tyndall trae dalle sue esperienze.

1. Se si trasmette un fascio di luce elettrica a traverso uno strato abbastanza grosso di sodio disciolto nel bisolfuro di carbonio, la parte luminosa di questa luce sarà interamente intercettata, e solamente la non luminosa sarà interamente trasmessa.

2. I raggi invisibili, fatti convergere convenientemente formano al punto della convergenza un'immagine ben desunta ma perfettamente invisibile delle punte di carbone da cui emana quella luce.

3. Un pezzo di lamina sottilissima di zinco, posta al fuoco di questi raggi invisibili brucia colla sua fiamma caratteristica.

4. Una lamina sottile di un metallo refrattario qualunque, messa dov'è questo foco di raggi invisibili diviene incandescente in quel punto. Lo stesso avviene di una lamina di carbone.

5. La luce del metallo reso così luminoso, genera un bello spettro che è intieramente derivato dai raggi invisibili appartenenti all'estremo rosso della sorgente.

6. Quando la luce elettrica è direttamente guardata a

**TEORICA DELLE FORZE CHE AGISCONO SECONDO LA LEGGE DI
 NEWTON, E SUA APPLICAZIONE ALLA ELETTRICITA' STA-
 TICA; DI ENRICO BETTI.**

(*Continuazione e fine. V. pag. 19 di questo Volume*).

XIX.

*Determinazione dell'attrazione o ripulsione reciproca
 di due conduttori di forma sferica elettrizzati.*

Il potenziale della elettricità distribuita nello stato di equilibrio sopra due conduttori di forma sferica che si trovano in presenza uno dell'altro con i loro centri distanti tra loro di una lunghezza δ , come abbiamo dimostrato nel §. 16 è dato dalla formula :

$$W = \frac{1}{2} (c E + c' E'),$$

ed essendo :

$$E = c \gamma_{11} + c' \gamma_{12},$$

$$E' = c \gamma_{12} + c' \gamma_{22},$$

l'attrazione o ripulsione F tra i due conduttori è data dalla equazione :

$$F = \frac{1}{2} \left(c^2 \frac{d\gamma_{11}}{d\delta} + 2 c c' \frac{d\gamma_{12}}{d\delta} + c'^2 \frac{d\gamma_{22}}{d\delta} \right).$$

Ora dall'equazioni (7) del §. XVIII abbiamo :

$$\gamma_{11} = a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh (s \varpi + \alpha)},$$

$$\gamma_{12} = -a \sum_1^{\infty} \frac{1}{\sinh s \varpi},$$

$$\gamma_{22} = a \sum_0^{\infty} \frac{1}{\sinh (s \varpi - \alpha')}.$$

Dall'equazioni (1) del §. XVII, si deduce :

$$\frac{d\alpha}{d\delta} = \frac{\cosh \alpha'}{R \sinh \varpi} = \frac{R' \cosh \alpha'}{a \delta},$$

$$\frac{d\alpha'}{d\delta} = -\frac{\cosh \alpha}{R' \sinh \varpi} = -\frac{R \cosh \alpha}{a \delta},$$

$$\frac{d\varpi}{d\delta} = \frac{\delta}{R R' \sinh \varpi} = \frac{1}{a},$$

$$\frac{da}{d\delta} = \frac{\cosh \alpha \cosh \alpha'}{\sinh \varpi} = \frac{R R' \cosh \alpha \cosh \alpha'}{a \delta},$$

onde :

$$\frac{d\gamma_{11}}{d\delta} = \frac{1}{\delta} \left(\frac{R R' \cosh \alpha \cosh \alpha'}{a^2} \gamma_{11} - \sum_0^{\infty} \frac{(s \delta + R' \cosh \alpha') \cosh (s \varpi + \alpha)}{\sinh^2 (s \varpi + \alpha)} \right)$$

$$\frac{d\gamma_{12}}{d\delta} = \frac{1}{\delta} \left(\frac{R R' \cosh \alpha \cosh \alpha'}{a^2} \gamma_{12} + \sum_1^{\infty} \frac{s \delta \cosh s \varpi}{\sinh^2 s \varpi} \right)$$

$$\frac{d\gamma_{22}}{d\delta} = \frac{1}{\delta} \left(\frac{R R' \cosh \alpha \cosh \alpha'}{a^2} \gamma_{22} - \sum_0^{\infty} \frac{(s \delta + R \cosh \alpha) \cosh (s \varpi - \alpha')}{\sinh (s \varpi - \alpha')} \right)$$

e quindi:

$$F = \frac{1}{\delta} \left(\frac{RR' \cosh \alpha \cosh \alpha'}{\alpha^2} W - \frac{1}{2} \left(c^2 \sum_0^\infty \frac{(s\delta + R' \cosh \alpha') \cosh (s\varpi + \alpha)}{\sinh^2 (s\varpi + \alpha)} \right. \right. \\ \left. \left. - 2cc' \sum_1^\infty \frac{s\delta \cosh s\varpi}{\sinh^2 s\varpi} + c'^2 \sum_0^\infty \frac{(s\delta + R \cosh \alpha) \cosh (s\varpi - \alpha')}{\sinh^2 (s\varpi - \alpha')} \right) \right).$$

Se le sfere hanno raggi eguali, sarà:

$$\alpha' = -\alpha, \quad R = R', \quad 2R \cosh \alpha = 2R \cosh \alpha' = \delta,$$

$$W = \frac{c^2 + c'^2}{2} \sum_0^\infty \frac{\alpha}{\sinh (2s+1)\alpha} - cc' \sum_1^\infty \frac{\alpha}{\sinh 2s\alpha},$$

e quindi:

$$\frac{1}{4} (c^2 + c'^2) \sum_1^\infty \frac{\coth \alpha - (2s+1) \coth (2s+1)\alpha}{\sinh (2s+1)\alpha} - \frac{1}{2} cc' \sum_1^\infty \frac{\coth \alpha - 2s \coth 2s\alpha}{\sinh 2s\alpha}$$

e trascurando le potenze di $\frac{R}{\delta}$, superiori alla 2.^a:

$$F = \frac{cc' R^2}{\delta^2},$$

onde: due sfere eguali elettrizzate che si trovano a una distanza molto maggiore dei loro raggi si attraggono o si respingono secondo che le funzioni potenziali sopra le due sfere hanno segni differenti o eguali, e l'azione è proporzionale direttamente ai valori delle funzioni potenziali, alle superficie delle sfere e in ragione inversa del quadrato della loro distanza.

Se poi:

$$c = c',$$

sarà:

$$F = \frac{c^2}{2} \sum (-1)^n \frac{n \coth n\alpha - \coth \alpha}{\sinh n\alpha}.$$

XX.

Bottiglia di Leyda.

Sopra due superficie A e B di forma qualunque separate tra loro da uno strato sottilissimo di materia coibente siano distesi due strati di materia conduttrice. Lo strato che è a contatto colla superficie A sia posto in comunicazione con un corpo conduttore C, e quello che è a contatto colla superficie B sia posto in comunicazione con un corpo conduttore C', e i conduttori C e C' abbiano cariche differenti di elettricità. Denotiamo con V la funzione potenziale di tutta l'elettricità che si trova allo stato di equilibrio sui conduttori C e C' e sopra i due strati di materia conduttrice in contatto colle superficie A e B. Nel conduttore C, e nello strato che è in comunicazione con C avremo:

$$V = c .$$

Nel conduttore C' e nello strato che è in comunicazione con C', sarà:

$$V = c' ,$$

essendo c e c' due costanti dipendenti dalle cariche elettriche dalla posizione e dalla forma dei conduttori e dei due strati.

Denotiamo con θ le lunghezze piccolissime ma variabili delle porzioni di normali alla superficie A comprese tra A e B, e con θ' le lunghezze delle porzioni di normali alla superficie B comprese tra B ed A.

Se prendiamo per assi coordinati la normale p a un punto m della superficie A e due rette tra loro ortogonali sul piano tangente ad A nel punto m , che passano per m , V sarà una funzione di p e delle altre due coordinate, ed è

chiaro che nel punto n dove la normale in m alla superficie A incontra la superficie B, avremo:

$$V = c' = c + \theta \frac{dV}{dp} + \frac{\theta^2}{2} \frac{d^2V}{dp^2},$$

trascurando le potenze di θ superiori alla seconda:

Analogamente avremo:

$$c = c' + \theta' \frac{dV}{dp'} + \frac{\theta'^2}{2} \frac{d^2V}{dp'^2}.$$

Denotando con ρ e ρ' le densità degli strati elettrici in contatto colla superficie A e colla superficie B, abbiamo:

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \frac{dV}{dp}, \quad \rho' = -\frac{1}{4\pi} \frac{dV}{dp'},$$

e trascurando le quantità dell'ordine θ :

$$\frac{d^2V}{dp^2} = \frac{d^2V}{dp'^2}.$$

Onde prendendo eguali θ e θ' avremo:

$$(1) \quad \begin{cases} c' - c = -4\pi\rho\theta + \frac{\theta^2}{2} \frac{d^2V}{dp^2} \\ c - c' = -4\pi\rho'\theta + \frac{\theta^2}{2} \frac{d^2V}{dp'^2} \end{cases}$$

La superficie A è una superficie di livello rispetto alla funzione V; quindi la sua equazione sarà della forma:

$$f(x, y, z) = \rho,$$

essendo V funzione della sola ρ . Avremo dunque:

$$\frac{dV}{d\rho} = \frac{dV}{d\rho} \sqrt{\Delta\rho},$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2V}{d\rho^2} &= \left(d \frac{\sqrt{\Delta\rho} \frac{dV}{d\rho}}{dx} \frac{d\rho}{dx} + d \frac{\sqrt{\Delta\rho} \frac{dV}{d\rho}}{dy} \frac{d\rho}{dy} + d \frac{\sqrt{\Delta\rho} \frac{dV}{d\rho}}{dz} \frac{d\rho}{dz} \right) \frac{1}{\sqrt{\Delta\rho}} \\ &= \Delta\rho \frac{d^2V}{d\rho^2} + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{d\Delta\rho}{dx} \frac{d\rho}{dx} + \frac{d\Delta\rho}{dy} \frac{d\rho}{dy} + \frac{d\Delta\rho}{dz} \frac{d\rho}{dz} \right)}{\Delta\rho} \frac{dV}{d\rho}. \end{aligned}$$

Ma abbiamo:

$$\Delta^2 V = \Delta\rho \frac{d^2V}{d\rho^2} + \frac{dV}{d\rho} \Delta^2 \rho = 0,$$

onde:

$$\frac{d^2V}{d\rho^2} = - \frac{dV}{d\rho} \left(\frac{\Delta^2 \rho \Delta\rho - \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{dx} \frac{d\Delta\rho}{dx} + \frac{d\rho}{dy} \frac{d\Delta\rho}{dy} + \frac{d\rho}{dz} \frac{d\Delta\rho}{dz} \right)}{\Delta\rho} \right)$$

Ora la equazione:

$$\begin{vmatrix} \frac{d^2\rho}{dx^2} - \lambda, & \frac{d^2\rho}{dx dy} & \frac{d^2\rho}{dx dz} & \frac{d\rho}{dx} \\ \frac{d^2\rho}{dx dy} & \frac{d^2\rho}{dy^2} - \lambda, & \frac{d^2\rho}{dy dz} & \frac{d\rho}{dy} \\ \frac{d^2\rho}{dz dx} & \frac{d^2\rho}{dz dy} & \frac{d^2\rho}{dz^2} - \lambda, & \frac{d\rho}{dz} \\ \frac{d\rho}{dx} & \frac{d\rho}{dy} & \frac{d\rho}{dz} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

ha per radici le due quantità:

$$\frac{\sqrt{\Delta \rho}}{R} \quad \frac{\sqrt{\Delta \rho}}{R'},$$

dove R ed R' denotano i raggi di massima e minima curvatura della superficie A . Avremo dunque:

$$\frac{\Delta \rho \Delta^2 \rho - \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{dx} \frac{d\Delta \rho}{dx} + \frac{d\rho}{dy} \frac{d\Delta \rho}{dy} + \frac{d\rho}{dz} \frac{d\Delta \rho}{dz} \right)}{\Delta \rho} = \sqrt{\Delta \rho} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right),$$

e quindi:

$$\frac{d^2 V}{dp^2} = - \frac{dV}{dp} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = 4 \pi \rho \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right).$$

Sostituendo nelle equazioni (1), si ottiene:

$$c' - c = - 4 \pi \rho \theta + 2 \pi \rho \theta^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$$

$$c - c' = - 4 \pi \rho' \theta + 2 \pi \rho' \theta^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right).$$

Sommando si ha:

$$\rho' = - \rho \left[1 - \theta \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \right]$$

e sottraendo:

$$(2) \quad c' - c = 2 \pi (\rho' - \rho) \theta.$$

Se denotiamo con du e dv gli elementi delle due linee di curvatura della superficie A in un punto m , l'elemento $d\sigma$ di questa superficie sarà:

$$d\sigma = du dv,$$

Moltiplicando per l'elemento $d\sigma$ della superficie A l'equazione (2) si ottiene:

$$\rho' d\sigma - \rho d\sigma = \frac{c - c'}{2\pi\theta} d\sigma ;$$

ma dalle equazioni (3) si deduce:

$$\rho' d\sigma = -\rho d\sigma \left[1 - \theta \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \right]$$

dove si sono trascurate le potenze di θ superiori alla prima. Quindi trascurando la potenza prima di faccia alla potenza negativa di θ , abbiamo:

$$-\int \rho d\sigma = -E = \frac{c' - c}{2\pi} \int \frac{d\sigma}{\theta} = E' .$$

Se prendiamo uniforme la grossezza θ dello strato coibente interposto tra le due armature, θ sarà una costante, e denotando con S la superficie dell'armatura di A, avremo:

$$E = c \frac{S}{2\pi\theta} - c' \frac{S}{2\pi\theta} ,$$

(5)

$$E' = -c \frac{S}{2\pi\theta} + c' \frac{S}{2\pi\theta} .$$

Rammentando ciò che esponemmo alla fine del §. XIII, abbiamo da queste equazioni i seguenti teoremi, i quali sono veri nel grado di approssimazione del calcolo che abbiamo fatto:

1.° *Le capacità elettriche delle due armature di una bottiglia di Leyda sono eguali e direttamente proporzionali alla superficie dell'armatura e inversamente proporzionali alla grossezza dello strato coibente interposto.*

2.° *La carica elettrica è proporzionale alla capacità elettrica delle armature e alla differenza dei valori della fun-*

zione potenziale sopra i due conduttori mediante i quali si è caricata la bottiglia.

Il potenziale delle due armature, cioè la funzione le cui derivate rispetto alle coordinate rettilinee e angolari che danno la posizione dell'una relativamente all'altra, esprimono le loro azioni reciproche, sarà:

$$P = - \frac{1}{2} (c E + c' E') ,$$

che colla sostituzione dei valori di E e di E' diviene:

$$P = - \frac{(c' - c)^2 S}{2 \pi \theta} .$$

Ora se scarichiamo la bottiglia, cioè se stabiliamo la comunicazione tra le due armature, c' diviene eguale a c e quindi:

$$P = 0 .$$

Onde la scarica aumenta il potenziale della quantità:

$$\frac{(c' - c)^2 S}{2 \pi \theta} ,$$

e per quello che abbiamo dimostrato nel §. IX, avremo il seguente teorema:

Gli effetti meccanici della scarica di una bottiglia di Leyda sono direttamente proporzionali alla superficie dell'armatura, al quadrato della differenza dei valori della funzione potenziale sopra i due serbatoi coi quali sono state poste in comunicazione le due armature per caricarla, e inversamente proporzionali alla grossezza dello strato coibente interposto tra le due armature.

Se la scarica non produce lavoro meccanico, nè movimento, tutto l'effetto meccanico si ridurrà a produzione di calore, e la quantità di questo sarà data dalla formula:

$$C = \frac{(c' - c)^2 S}{2 \pi \theta l} ,$$

denotando con l l'equivalente meccanico del calore.

Siano ora n bottiglie di Leyda tutte eguali tra loro, e distinguiamo con indici posti in basso alle lettere che le esprimono le quantità relative alle differenti bottiglie. Supponiamo che l'armatura A_1 della prima bottiglia sia in comunicazione col conduttore della macchina elettrica sopra la quale la funzione potenziale abbia il valore c' ; l'armatura B_1 della prima bottiglia sia in comunicazione coll'armatura A_2 della seconda e denotiamo con c_1 il valore della funzione potenziale sopra A_2 e B_1 ; l'armatura B_2 sia in comunicazione coll'armatura A_3 della terza bottiglia e sia c_2 il valore della funzione potenziale sopra A_3 e B_2 e così di seguito; finalmente l'armatura B_n sia in comunicazione con un serbatoio sopra il quale la funzione potenziale ha il valore c . Siano rispettivamente: $\rho_1', \rho_2', \rho_3', \dots, \rho_n'$ le densità delle elettricità sopra le armature: $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$; e $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots \rho_n$ le densità sopra le armature: $B_1, B_2 \dots B_n$. Trascurando le potenze di θ superiori alla prima, dall'equazioni (1) si ricava:

$$\begin{aligned} \rho_1' &= \frac{c' - c_1}{4\pi\theta} , & \rho_1 &= \frac{c_1 - c'}{4\pi\theta} , \\ \rho_2' &= \frac{c_1 - c_2}{4\pi\theta} , & \rho_2 &= \frac{c_2 - c_1}{4\pi\theta} , \\ &\dots\dots\dots & &\dots\dots\dots \\ \rho_n' &= \frac{c_{n-1} - c}{4\pi\theta} , & \rho_n &= \frac{c - c_{n-1}}{4\pi\theta} . \end{aligned}$$

Onde denotando con $E_1', E_2' \dots E_n'$ le cariche dell'armature: $A_1, A_2 \dots A_n$ e con $E_1, E_2 \dots E_n$ quelle delle armature: $B_1, B_2 \dots B_n$, avremo:

$$\begin{aligned} E_1' &= \frac{c' - c_1}{4\pi\theta} S , & E_1 &= \frac{c_1 - c'}{4\pi\theta} S , \\ E_2' &= \frac{c_1 - c_2}{4\pi\theta} S , & E_2 &= \frac{c_2 - c_1}{4\pi\theta} S , \\ &\dots\dots\dots & &\dots\dots\dots \\ E_n' &= \frac{c_{n-1} - c}{4\pi\theta} S , & E_n &= \frac{c - c_{n-1}}{4\pi\theta} S . \end{aligned}$$

Sommando abbiamo:

$$E_1' + E_2' + \dots + E_n' = - (E_1 + E_2 + \dots + E_n) = \frac{c' - c}{4\pi} \frac{S}{\theta}.$$

Quindi abbiamo il seguente teorema osservato da *Green*.

La carica elettrica di una serie di bottiglie caricate per cascata è eguale alla carica che si otterrebbe nelle medesime circostanze da una sola bottiglia.

Il potenziale della serie di bottiglie caricate per cascata sarà:

$$W = -\frac{1}{2} (c' E_1' + c_1 E_2' + c_2 E_3' + \dots + c E_n' + c_1 E_1 + c_2 E_2 + \dots + c_{n-1} E_n),$$

e sostituendo i valori (6) avremo:

$$W = -\frac{S}{4\pi\theta} \left((c' - c_1)^2 + (c_1 - c_2)^2 + (c_2 - c_3)^2 + \dots + (c_{n-1} - c)^2 \right).$$

Poichè le E_1', E_2', \dots, E_n' hanno tutte lo stesso segno, le quantità $c' - c_1, c_1 - c_2, \dots$ sono tutte positive o tutte negative, e la loro somma è eguale a $c' - c$. Quindi la quantità tra parentesi è $< (c' - c)^2$, ossia il potenziale delle n bottiglie caricate per cascata è minore in valore assoluto del potenziale di una sola bottiglia caricata colla stessa macchina elettrica e abbiamo il seguente teorema:

Gli effetti meccanici che si ottengono dalla scarica di più bottiglie di Leyda caricate per cascata sono minori di quelli che si sarebbero ottenuti dalla scarica di una sola bottiglia caricata colla stessa macchina elettrica e sempre diminuiscono crescendo il numero delle bottiglie.

XXI.

Determinazione sperimentale dei valori della funzione potenziale di un sistema di corpi elettrizzati.

Sia V la funzione potenziale di un sistema di corpi qualunque elettrizzati posti in presenza uno degli altri, ed S lo spazio connesso esterno a tutti questi corpi. La funzione V avrà valori costanti sopra i corpi conduttori del sistema e valori determinati, ma che potranno essere variabili da punto a punto nei corpi coibenti del sistema e queste condizioni servono alla sua determinazione in tutto lo spazio S . Dato il metodo per determinare V analiticamente, vediamo come si possano verificare sperimentalmente i valori di questa funzione. Sia m un punto dello spazio S , ed s una sfera di materia conduttrice di raggio a e allo stato naturale, che porremo col centro in m . Se le distanze di m dai corpi elettrizzati del sistema, e il raggio a della sfera s sono tali che l'azione della elettricità di s non possa rendersi sensibile sopra l'elettricità dei corpi conduttori del sistema, la elettricità sopra la superficie della sfera s sotto l'azione delle forze elettriche del sistema vi si distribuirà, come abbiamo dimostrato nel §. 15, in modo che la densità sarà data dalla formula:

$$4 \pi \rho = \frac{c - V}{a} - 2 \frac{dV}{dr},$$

dove r denota la distanza del punto che si considera dal centro di s , e per V e $\frac{dV}{dr}$ si debbono prendere i valori che avrebbero queste funzioni nel punto della superficie nel quale si vuole determinare la densità, se non vi fosse la sfera s .

Finchè la sfera s rimane isolata, la sua carica elettrica Q sarà eguale a zero, cioè le elettricità positive e negative

che si troveranno sopra la medesima saranno eguali, e avremo:

$$\int \rho ds = 0 = ca - \frac{1}{4\pi a} \int V ds - \frac{1}{2\pi a} \int \frac{dV}{dr} ds.$$

Ora per il teorema 1.^o del §. IV, abbiamo:

$$\int \frac{dV}{dr} ds = 0;$$

quindi sarà:

$$c = \frac{1}{4\pi a^2} \int V ds,$$

e avremo il seguente:

Teorema 1.^o *In una sfera isolata s sotto l'azione di forze elettriche di un sistema qualunque, nel caso che si possa trascurare l'azione che l'elettricità che si trova sopra di lei esercita sopra quella degli altri corpi conduttori del sistema, l'elettricità si distribuisce in modo che la funzione potenziale del sistema sopra la superficie di s sia eguale al valor medio che avrebbe sopra i punti che occupa la superficie stessa quando la sfera s non vi si trovasse.*

Prendiamo ora un filo conduttore e poniamo la sfera s in comunicazione col suolo; una porzione di elettricità dalla superficie s andrà nel suolo, e la rimanente si distribuirà sopra s e sopra il filo conduttore in modo che la funzione potenziale vi sia eguale a zero. Questo durerà finchè il filo conduttore rimane unito ad s ed al suolo; ma quando si toglie la comunicazione del filo colla sfera e si allontana il filo, l'elettricità della sfera s non essendo più sotto l'azione di quella che si trovava sul filo, prenderà un'altra posizione di equilibrio, e il valore della funzione potenziale potrà variare e tornare ad essere differente da zero. Se però il filo sarà tanto sottile, che l'azione della elettricità che potrà trovarsi sopra il medesimo in vicinanza della sfera s sia trascura-

bile, tolto il filo la elettricità della sfera s conserverà la medesima distribuzione, e quindi la funzione potenziale continuerà ad esservi eguale a zero. Dopo aver dunque posta la sfera s in comunicazione col suolo mediante un filo sottilissimo, ed aver poi tolta la comunicazione, avremo $c = 0$ e quindi la densità sopra la superficie di s sarà data dalla formula:

$$4 \pi \rho = - \frac{V}{a} - 2 \frac{dV}{dr} ;$$

e quindi denotando con Q la quantità di elettricità rimasta sopra la sfera, avremo:

$$(1) \quad Q = - \frac{1}{4 \pi a} \int V \, ds = - a \int \frac{V \, dz}{4 \pi a^2} .$$

Onde si deduce il seguente:

Teorema 2.º *La quantità di elettricità che si troverà sopra una sfera conduttrice col centro in un punto m , dopo averla posta in comunicazione col suolo mediante un filo sottilissimo, trascurando l'azione che essa potrà esercitare sopra i corpi conduttori che la circondano, sarà eguale al raggio di questa sfera moltiplicato per il valore medio che la funzione potenziale della elettricità dei corpi che la circondano preso negativamente, prenderebbe nei punti occupati dalla sua superficie quando essa non vi si trovasse.*

Se il raggio di questa sfera sarà piccolissimo, questi valori della funzione potenziale sopra la sua superficie differiranno insensibilmente da quello che essa ha nel centro della sfera e avremo, denotando con V_m questo valore:

$$Q = - a V_m ,$$

e quindi:

Teorema 3.º *La quantità di elettricità di una sfera piccolissima di materia conduttrice posta col centro in un punto m , dopo che sarà stata in comunicazione col suolo mediante un filo sottilissimo, sarà eguale al prodotto preso negativa-*

mente del raggio della sfera moltiplicato per il valore che la funzione potenziale della elettricità dei corpi che la circondano avrebbe nel punto m se essa non vi si trovasse.

Con una sfera di prova si determinano dunque i valori della funzione potenziale nei differenti punti di uno spazio in cui sono immersi corpi elettrizzati, purchè questi punti non si trovino troppo vicini alle superficie di quelli tra questi corpi che son conduttori.

Se scandagliamo colla sfera di prova un punto dello spazio interno ad un conduttore, per esempio un punto dello spazio racchiuso da una superficie sferica, troviamo sopra la sfera di prova una carica elettrica proporzionale al valore della funzione potenziale sopra la superficie della sfera, benchè in quel punto l'azione elettrica sia nulla, perchè la funzione potenziale ha in esso il medesimo valore che ha alla superficie della sfera.

Ora se invece di far comunicare col suolo la piccola sfera s che ha il centro in un punto m , si facesse comunicare mediante il solito filo sottilissimo con uno dei conduttori sopra il quale la funzione potenziale ha il valore β , dopo tolta la comunicazione, avremo sempre:

$$c = \beta ;$$

e quindi la densità sarebbe data dalla formula:

$$4 \pi \rho = \frac{\beta - V}{a} - 2 \frac{dV}{dr}.$$

Onde denotando con Q' la quantità di elettricità che si troverà sopra s , avremo:

$$(2) \quad Q' = \beta a - a \int \frac{V ds}{4 \pi a^2},$$

e sottraendo da questa la equazione (1), si otterrà:

$$\beta = \frac{Q' - Q}{a},$$

dalla quale si deduce il seguente processo sperimentale per determinare il valore della funzione potenziale sopra un conduttore:

Si pone una sfera di prova in un punto m non troppo vicino al conduttore e dopo averla posta in comunicazione col suolo se ne determina la carica Q; poi si scarica la sfera di prova e si ripone col centro nello stesso punto m, si pone in comunicazione col conduttore e poi se ne determina la carica Q'; il valore della funzione potenziale sul conduttore sarà $\frac{Q' - Q}{a}$.

La proprietà della sfera di prova di dare il valore della funzione potenziale nei punti dello spazio esterno ai corpi elettrizzati, e non vicini a quelli tra questi che sono conduttori non so se sia stata osservata da altri, ma certamente non è nota a molti fisici, i quali ritengono che dia invece l'azione elettrica, e questo può dar luogo a molti errori. Facciamone l'applicazione ad una esperienza di *Faraday*. Sia dato un corpo coibente K simmetrico, e simmetricamente elettrizzato intorno ad un asse X, e sia V la funzione potenziale del medesimo; poniamo al di sopra di K col centro sull'asse X una sfera S di raggio a, e facciamola comunicare col suolo mediante un filo sottilissimo, e dopo scandagliamo colla sfera di prova s diversi punti dell'asse X dalla parte della sfera S opposta a quella in cui è posto K; si trova che le cariche della sfera di prova vanno crescendo sino a un certo punto dell'asse, al di là del quale decrescono indefinitamente. Ora è facile a dimostrarsi che la funzione potenziale della elettricità di S e di K cresce sino a un certo punto dove acquista un valore massimo e poi decresce indefinitamente, mentre l'azione elettrica in questo punto è nulla, e se prima era attrattiva dopo è ripulsiva e viceversa.

Infatti abbiamo dal §. XV. che la funzione potenziale della elettricità della sfera S, dopo che è stata in comunicazione col suolo, sopra un punto m dell'asse X distante dal centro della sfera di una lunghezza $x > a$, sarà:

$$- \frac{a}{x} V \left(\frac{a^2}{x} \right),$$

Se denotiamo con E la quantità di elettricità che si troverà sopra la sfera di prova, avremo:

$$E = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV_0}{dr} d\sigma.$$

Osserviamo ora che la distanza δ di due punti: uno di coordinate (μ, ν) , l'altro di coordinate (β, γ) , è data da:

$$\delta = \frac{\sqrt{(\mu - \beta)^2 + (\nu - \gamma)^2}}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2} \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}},$$

e che quindi:

$$\lim_{\substack{\mu = \beta \\ \nu = \gamma}} \frac{\delta \sqrt{\mu^2 + \nu^2}}{\sqrt{(\mu - \beta)^2 + (\nu - \gamma)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}.$$

Osserviamo inoltre che nello spazio racchiuso dalla sfera di prova la funzione V_0 non diviene infinita altro che per i punti che hanno le coordinate:

$$\mu = 2s\beta - 2s\beta', \quad \nu = 0;$$

$$\mu = (2s + 2)\beta - 2s\beta', \quad \nu = 0;$$

ed applicando il teorema 2° del §. IV, avremo:

$$E = - \frac{c\beta'}{2\beta^2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s \left(1 - \frac{\beta'}{\beta}\right) \left(s - \frac{(s-1)\beta'}{\beta}\right)}.$$

Quindi trascurando le potenze di $\frac{1}{\beta}$ superiori alla seconda avremo:

$$E = - \frac{c\beta'}{2\beta^2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s^2} = \frac{\pi^2}{12} \frac{c\beta'}{\beta^2}.$$

e sostituendo i valori di e , β' e β :

$$E = \frac{\pi^2}{6} \cdot \pi r^2 \rho.$$

Onde abbiamo il seguente teorema:

La carica elettrica che prende una piccola sfera di prova s allo stato naturale, quando è posta a contatto con una sfera S isolata elettrizzata, è proporzionale direttamente alla propria superficie e alla densità dell'elettricità della sfera S.

Se stacciamo la sfera di prova dalla sfera S, e la sottraggiamo alla sua influenza, l'elettricità E che si trovava sopra la medesima vi si distribuirà uniformemente, e denotandone la densità con ρ' , avremo:

$$\rho' = \frac{E}{\pi r^2} = \frac{\pi^2}{6} \rho$$

e abbiamo l'altro teorema:

La densità sopra una piccola sfera di prova s dopo che è stata a contatto con un conduttore sferico S, sarà eguale alla densità della elettricità sopra la sfera S moltiplicata per $\frac{\pi^2}{6}$.

✓



**FORMULA BAROMETRICA, RICAVATA DALLE OSSERVAZIONI DEL
SIG. GIACOMO GLAISCHER FATTE IN OTTO ASCENSIONI AERO-
STATICHE NEL 1862; PER IL CONTE PAOLO DI SAN-ROBERTO.**

(Philosophical magazines, in Febbraio 1864).

Traduzione.

La conoscenza della legge della diminuzione della temperatura relativamente all'altezza, è della più grande importanza, conciosiachè da essa dipende la determinazione dell'altezza per mezzo del barometro, non che quella della rifrazione atmosferica. Nel presente stato della metereologia noi conosciamo solamente le cause generali che tendono a diminuire la temperatura dell'aria quando ci si allontana dalla superficie della terra, ma ignoriamo affatto il loro reciproco rapporto.

È certo però, che la temperatura media dell'aria in contatto colla superficie della terra deve essere eguale a quella della superficie medesima, e che inoltre quella del limite superiore dell'atmosfera non può sorpassare la temperatura a cui tale fluido perde tutta la sua elasticità.

La prima condizione dipende dal contatto continuo dello strato inferiore dell'atmosfera colla superficie della terra.

La seconda è condizione indispensabile dell'equilibrio della massa fluida: in effetti se l'aria degli estremi limiti dell'atmosfera fosse sempre espansibile, lo strato limite si dissiperebbe nello spazio: dopo il quale strato quello immediatamente sottoposto non essendo ulteriormente compresso, si dissiperebbe a sua volta e così successivamente svanirebbe l'intera atmosfera. È però la bassa temperatura quella che diminuendo la elasticità dell'aria ne impedisce lo allontanamento della terra.

Se la equazione generale della dilatabilità dell'aria

$$p = \frac{\rho (1 + \alpha \theta)}{\rho_0 (1 + \alpha \theta_0)} p_0$$

che collega la pressione p alla densità ρ e alla temperatura θ , ha luogo in tutta l'atmosfera, la condizione di nessuna pressione sarà data dalla temperatura:

$$\theta = - \frac{1}{\alpha} = - 416^{\circ},2, \text{ tav. 1.}$$

Questa è la temperatura che è considerata nella teoria meccanica del calorico come zero assoluto.

Fra la temperatura dell'aria, alla superficie della terra e quella al limite della atmosfera e che ne impedisce la espansione, noi conosciamo per l'osservazione che la temperatura dell'aria diminuisce con l'elevazione, eccetto alcune anomalie accidentali che si osservano negli strati inferiori, come quelli che sono i più suscettibili a essere modificati pel contatto del suolo.

La legge di questo decremento, ascendendo nella atmosfera, può presentemente venir solo determinata dalla esperienza, e meglio che in qualunque altro modo coi palloni.

Le più importanti osservazioni in questo riguardo sono quelle del sig. Glaischer, che egli ha ultimamente esposte (1).

La conclusione generale di queste importanti osservazioni si è che la temperatura dell'aria non decresce uniformemente coll'allontanarsi dalla superficie della terra, ma in un rapporto che diminuisce con l'altezza.

Ora la formula analitica universalmente adoperata per calcolare le altezze con le osservazioni barometriche (formula di Laplace) suppone implicamente il contrario cioè che la temperatura decresce in una ragione accelerata. Denotando l'assolute temperature (essendo come sopra il zero assoluto tenuto a $-461,2^{\circ}$ F.)

(1) Rapporto di osservazioni meteorologiche e fisiche, fatte in otto ascensioni areostatiche a richiesta della commissione; per Giacomo Glaischer. F. R. S. (*from the Report of the British association for the advancement of science for 1862*) ».

dell'estremità della colonna d'aria con t_0 — e t , e l'altezza della colonna con x , la formula del Laplace rimane fondata sull'ipotesi che:

$$x = b (t_0^2 - t^2),$$

b essendo una costante. Concordemente a questa legge l'aumento di altezza corrispondente a una diminuzione di un grado sarebbe dato da una quantità che decresce con la temperatura t , ed inoltre con l'altezza.

Considerando la incompatibilità della formula anzidetta con i fatti osservati, mi è sembrato utile ricercare la formula alla quale si perviene computando l'altezze per mezzo delle osservazioni barometriche fatte dal sig. Glaischer.

In un'altra Memoria io cercherò di investigare la formula che dai medesimi risultati si ottiene per la refrazione atmosferica.

L'abbassamento di temperatura dell'aria dalla terra alle diverse altezze trovate dal sig. Glaischer, prendendo la media delle sue altezze ascendenti è mostrato nella tavola seguente (1).

(1) « Non è inutile forse di anticipare una obbiezione che può farsi contro la maniera secondo la quale questi risultati sono stati ottenuti. Le altezze contenute nella prima colonna della tavola, sono dedotte barometricamente con la formula del Laplace, la quale, come noi abbiamo veduto, implica una ipotesi contraria al reale abbassamento di temperatura, cosicchè esse sono erronee; ma è da considerarsi che i risultati forniti dalla detta formula comunque non perfettamente corretti, non differiscono però gran fatto dalla verità, particolarmente per moderate elevazioni come vedremo qui appresso per una correzione.

« Il metodo migliore per determinare le altezze consisterebbe a prendere come punto di partenza la relazione tra la temperatura e l'pressione barometrica, data direttamente dall'osservazione in tutta la ascensione del pallone; come è stato pienamente dimostrato nella meteorologia del sig. Giovanni Herschel (art. 27 e seg.). Non ostante del metodo, la tavola fu calcolata sufficientemente corretta, per accertarsi se la ragione del decremento di temperatura è accelerata o ritardata; e la generale conclusione che può detrarsi si è che l'abbassamento di temperatura è più lento quanto noi più ascendiamo ».

TAVOLA 1.^a

ALTEZZA sopra il livello del mare		CIELO parzialmente chiaro		CIELO ben nuvoloso	
da	a	Abbassamento di temperatura	Media altezza per l'abbas- samento di un grado.	Diminuzione di temperatura	Media altezza per l'abbas- samento di un grado.
piedi 0	p. 1000	7° 2	p. 139	4° 5	p. 222
	2000	12. 5	160	8. 7	230
	3000	17. 1	176	12. 8	234
	4000	20. 5	195	16. 5	242
	5000	23. 2	211	19. 6	255
	6000	26. 0	230		
	7000	28. 8	243		
	8000	31. 5	254		
	9000	34. 1	263		
	10000	36. 7	272		
	11000	39. 3	279		
	12000	41. 9	286		
	13000	44. 4	293		
	14000	46. 6	300		
	15000	48. 7	308		
	16000	50. 8	314		
	17000	52. 7	322		
	18000	54. 5	330		
	19000	56. 3	337		
	20000	57. 8	346		
	21000	59. 1	355		
	22000	61. 4	358		
	23000	62. 4	368		
	24000	63. 7	377		
	25000	64. 8	386		
	26000	65. 8	396		
	27000	66. 8	404		
	28000	67. 7	413		
	29000	68. 5	423		
	30000	70. 0	428		

Considerando più da vicino tali risultati, io trovo che essi possono venire rappresentati dall'equazione:

$$x = a (t_0 - t) - b (t_0^2 - t^2),$$

t e t_0 indicando le temperature assolute delle due estremità dell'altezza x , a e b due costanti. Infatti l'aumento di elevazione per ogni grado di abbassamento di temperatura che risulta da essa formula è dato da:

$$\frac{x}{t_0 - t} = a - b (t_0 + t)$$

ovvero :

$$\frac{x}{t_0 - t} = a - 2b t_0 + b (t_0 - t),$$

concordemente a questa espressione, la curva avente per ascissa la diminuzione di temperatura $t_0 - t$ e per ordinata la elevazione corrispondente all'abbassamento di un grado, deve essere una linea retta. Ora io trovo che coi risultati delle due ultime colonne la curva risultante è approssimativamente una linea retta, la quale per un cielo parzialmente chiaro, taglia gli assi delle ordinate ad una distanza di circa 110 piedi dall'origine, e fa coll'asse dell'ascisse un angolo la cui tangente è circa 4,2. In un cielo poi nuvoloso la linea retta taglia l'asse ad una distanza di circa 214 piedi e fa un angolo la cui tangente è circa 1,8. Noi abbiamo inoltre per un cielo parzialmente chiaro

$$a - 2b t_0 = 110, \quad b = 4.2;$$

e fra un cielo nuvoloso

$$a - 2b t_0 = 214, \quad b = 1.8.$$

Se con questi valori dei parametri noi calcoliamo le altezze corrispondenti all'abbassamento di 1° noi otterremo la seguente tabella mostrante la differenza tra i risultati osservati e quelli calcolati.

TABELLA 2.^a

Ulteriori esperimenti possono essere creduti necessari per aggiungere altri termini all'equazione rappresentante la legge dell'abbassamento.

Onde dare la massima generalità a tale espressione io prenderò l'equazione

$$(1) \quad x = a (t_0 - t) - b (t_0^2 - t^2) + c (t_0^3 - t^3) + \text{ec.}$$

come rappresentante la legge dell'abbassamento di temperatura; ciò premesso noi passeremo a trovare la formula barometrica che ne deriva se p fosse la pressione dell'aria, della densità ρ , ad una altezza x ove la gravità è g . È noto che l'equazione di equilibrio di una colonna d'aria è

$$dp = -g\rho dx;$$

inoltre p è legata a ρ dalla relazione

$$p = h\rho t,$$

t essendo la temperatura assoluta dell'aria ed h una costante, quindi noi abbiamo l'equazione

$$h \frac{dp}{p} = -g \frac{dx}{t},$$

il di cui integrale sarà dato dalla relazione tra la pressione p e la temperatura t quando x è data in funzione di t .

Dall'equazione (1) noi abbiamo

$$dx = -adt + 2bt dt - 3ct^2 dt - \text{ec.},$$

ed inoltre

$$\frac{h}{g} \frac{dp}{p} = a \frac{dt}{t} - 2bt + 3ct dt + \text{ec.}$$

Integrando noi troveremo

$$\frac{h}{g} \log p = a \log t - 2 b t + \frac{3}{2} c t^2 + \text{ec.} + \text{constant} :$$

i logaritmi sono iperbolici.

Continuando ad indicare con p_0 e t_0 la pressione e la temperatura assoluta alla stazione inferiore, noi per determinare la costante avremo l'equazione

$$\frac{h}{g} \log p_0 = a \log t_0 - 2 b t_0 + \frac{3}{2} c t_0^2 + \text{ec.} + \text{constant} :$$

quindi

$$(2) \quad \frac{h}{g} \log \frac{p_0}{p} = a \log \frac{t_0}{t} - 2 b (t_0 - t) + \frac{3}{2} c (t_0^2 - t^2) + \text{ec.}$$

Ora come noi possiamo determinare il parametro a dalle temperature osservate t_0 e t alle stazioni inferiore e superiore, noi deduciamo dall'equazione (1) :

$$a = \frac{x}{t_0 - t} + b (t_0 + t) - c \frac{t_0^2 - t^2}{t_0 - t} \text{ ec.}$$

e sostituendo nella (2) noi ricaviamo

$$(3) \quad x = \frac{h}{g} \frac{t_0 - t}{\log \frac{t_0}{t}} \log \frac{p_0}{p} - b \left(t_0^2 - t^2 - 2 \frac{(t_0 - t)^2}{\log \frac{t_0}{t}} \right) + c \left(t_0^2 - t^2 - \frac{3}{2} \frac{(t_0 - t) (t_0^2 - t^2)}{\log \frac{t_0}{t}} \right) + \text{ec.}$$

per la formula barometrica.

Concordemente ai risultati del sig. Glaischer il valore dei

parametri C , d , debbono essere molto piccoli, donde limitandoci ai primi due termini, noi avremo la formula

$$(4) \quad x = \frac{h}{g} \frac{t_0 - t}{\log \frac{t_0}{t}} \log \frac{p_0}{p} - b (t_0 - t) \left(t_0 + t - 2 \frac{t_0 - t}{\log \frac{t_0}{t}} \right)$$

per calcolare la differenza di livello x tra le due stazioni quando se ne conosce la pressione barometrica e la temperatura.

Come il termine in parentesi è molto piccolo, così è conveniente d'introdurre lo sviluppo del logaritmo che è

$$\log \frac{t_0}{t} = \frac{2(t_0 - t)}{t_0 + t} + \frac{1}{3} \frac{2(t_0 - t)^2}{(t_0 + t)^2} + \text{ec.},$$

serie molto convergente.

La formula barometrica diverrà trascurando la seconda potenza della frazione $\frac{t_0 - t}{t_0 + t}$ come molto piccola

$$x = \frac{h}{g} \frac{t_0 - t}{\log \frac{t_0}{t}} \log \frac{p_0}{p} - \frac{1}{3} b \frac{(t_0 - t)^2}{t_0 + t}$$

Il primo termine del valore x è dovuto all'uniforme abbassamento di temperatura con l'altezza, ed il secondo è dovuto al rapporto di diminuzione di tale abbassamento.

Dobbiamo osservare che se noi sviluppiamo il logaritmo $\frac{t_0}{t}$ nel primo termine di x noi otteniamo:

$$x = \frac{h}{g} \left(\frac{t_0 + t}{2} \right) \log \frac{p_0}{p} - \frac{h}{g} \left(\frac{t_0 + t}{2} \right) \log \frac{p_0}{p} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{t_0 - t}{t_0 + t} \right)^2 - \frac{1}{3} b \frac{(t_0 - t)^2}{t_0 + t}$$

trascurando solamente la terza potenza di $\frac{t_0 - t}{t_0 + t}$.

Il primo termine è la nota formula data dal sig. Laplace. Inoltre se noi denotiamo con X l'altezza fornita dalla formula

di Laplace, la correzione da applicarsi ad essa, da prendersi concordemente alla ragione ritardata dell' abbassamento di temperatura, è espressa da

$$- \frac{1}{3} \times \left(\frac{t_0 - t}{t_0 + t} \right)^2 - \frac{1}{3} b \frac{(t_0 - t)^2}{t_0 + t}.$$

Questa correzione è molto piccola per piccole differenze di temperatura delle due stazioni (val quanto dire, per piccole differenze di livello) ma è considerevole per grandi differenze di temperature, e quindi di livello.

Per esempio se noi prendiamo

$$t_0 - t = 50^{\circ}.8 \text{ Fahr.},$$

un abbassamento di temperatura, corrispondente ad una altezza di 16,000 piedi (approssimativamente quella del monte Bianco) la correzione sarebbe 197 piedi (supponendo per chiarezza $t_0 = a \ 5,25^{\circ}$, $b = 4,2$).

Per $t_0 - t = 70^{\circ}$, corrispondente all' altezza di 30,000 piedi la correzione è di 541 piedi.

Se il valore di b nella (1) è positivo la correzione da applicarsi della formula di Laplace è negativa, e dopo l'osservazione del sig. Glaischer è impossibile il supporre le negative; inoltre tutte le altezze calcolate nelle ascensioni areostatiche debbono essere diminuite.

Non è però certo che la medesima correzione si debba fare alle altezze di montagne dedotte dalle osservazioni barometriche; conciosiachè noi dobbiamo ammettere come una regola generale che le temperature delle estremità di una colonna di aria lontana dalla superficie della terra, non debbono essere le medesime di quelle delle stazioni sui fianchi di una montagna, a cagion del diverso modo secondo il quale la superficie dell' ultima è riscaldata e quindi impartisce la sua temperatura all' aria in contatto.

Simultanee osservazioni termometriche fatte sulla cima di montagne e nell' aria alla medesima altezza per mezzo di palloni captivi potrebbero dilucidare la quistione.

Per ciò che riguarda le osservazioni fin qui fatte, onde determinare l'altezza di una stazione, su di una montagna per mezzo del barometro, esse variano con l'ora del giorno.

Dal 1.^o pom. fino alle 3. nel giorno l'altezza va diminuendo; e quindi aumenta da questa ultima ora fino al momento del massimo che in generale cade un'ora dopo mezzogiorno.

Osservazioni della medesima specie sono state fatte in molti posti variando in esposizione ed in clima.

È desiderabile che l'attenzione dei viaggiatori Alpini si rivolga a questo oggetto. Molto si può aspettare dagli uniti sforzi di molti dotti che facienti parte del Club Alpino sono per ogni dove frequentando le alte regioni delle Alpi ed altri distretti montuosi; e qui si presenta una opportunità per le persone di modeste cognizioni scientifiche, quando si volessero prendere la pena di portare e di osservare accuratamente buoni istrumenti, di poter contribuire al progresso di un ramo della scienza che è ancor lungi dall'aver conseguito il suo ultimo perfezionamento.

E. VILLARI



**SULLA LEGGE SECONDO LA QUALE L'AFFATICAMENTO DEI MUSCOLI
DIPENDE DAL LORO LAVORO .**

Tesi per Laurea del Dott. Udo KNOWNKA di Berlino.

Questa tesi fu per ora stampata solo in lingua latina, ma l'Autore è stato così gentile da prestarsi a scorrere insieme col traduttore gran parte del manoscritto originale tedesco, onde ricavarne una traduzione molto più chiara ed esatta di quella che si sarebbe potuta fare dall'opuscolo latino. Questo che si presenta al lettore del Cimento non potrebbe dirsi un sunto, perchè di quel lavoro nulla si omise, e neppure si cercò di ridurre sotto forma più breve; è questa più che altro una traduzione, che qualche volta è più libera che letterale (1).

Già molti anni sono, nel 1847, l'Helmholtz pubblicò a Berlino un lavoro, *sopra la conservazione delle forze*, che contribuì moltissimo per i progressi di alcuni rami delle scienze fisiche, come per es. per la teoria dinamica del calore, per le teorie della elettricità, ed anche per delle questioni di fisiologia. L'Helmholtz segnalò la somma importanza dell'applicazione del principio *della conservazione della forza* (cioè della inalterabilità, o della indistruttibilità della forza) a qualunque fenomeno naturale, dando alcuni bellissimi esempj di tale applicazione. In quel lavoro trovasi enunciato il seguente teorema, valido per qualunque caso di moto, o che a considerazioni di fenomeni di

(1) L' A. oltre la gentilezza di scorrer col traduttore molta parte del suo lavoro, ebbe anche quella di procurare al giornale le tavole stesse che furono fatte per la traduzione latina a Berlino. La parola *affaticamento*, suonerà forse male, ma alcune osservazioni dell'autore ci indussero a valerci di questa parola, da lui scelta.

moto possa ricondursi: *Sommando le forze vive prodotte, al lavoro virtuale* (lavoro di cui p. es. nel nostro caso il muscolo resta ancora capace) *si avrà sempre un risultato costante*. Il tedesco dice, *Es ist stets die Summe der vorhandenen lebendigen und Spannkräfte*; traducemmo *Spannkräfte* con *lavoro virtuale*, e non si fece così una traduzione letterale, ma ci pare di avere indicato il vero significato che deve avere quella parola, nel caso nostro.

Quel teorema fu dimostrato da molte argomentazioni teoriche, ma poco, e in condizioni sperimentali troppo semplici, ebbe per ora la prova delle esperienze coi metodi della *fisica inorganica*; e perciò, coi mezzi dei quali oggi è ricca la *fisica*, noi dobbiamo tentare quella dimostrazione anche nei processi complicatissimi dell'organismo animale. L'Aptore chiama *fisica inorganica*, la *fisica* propriamente detta; e *fisica organica* sarebbe dunque la *fisiologia*.

Siccome interessa molto la pratica e la teoria di sapere il modo col quale si trasformano le sostanze di cui si nutrono gli animali, più volte si cercò dimostrare che il lavoro chimico interno consumato nei processi dell'organismo animale è uguale al lavoro prodotto all'esterno. Per ora le ricerche sui cangiamenti successivi delle sostanze, non hanno potuto provare quello che si desiderava; ma però i risultati ai quali si pervenne si conciliarono bene con quel teorema; e delle recenti esperienze hanno altresì preparata la via seguendo la quale i venturi sperimentatori potranno; come disse il Du Bois Reymond, far sì che la « fisiologia rientri interamente nella grande federazione delle « scienze naturali teoriche, tutta risolvendosi nella *fisica* e nella « *chimica organica* ».

È ancora da attendersi lungamente il completo scioglimento della quistione, cioè il giorno in cui si sapranno esattamente le trasformazioni delle diverse materie, dopo che esse sono entrate nell'organismo, e come i moti molecolari conseguenze di tali trasformazioni si cangiano essi pure finalmente in calore ed in lavoro meccanico muscolare; tuttavia, abbenchè ancora nulla di ciò esattamente sia noto, qualunque nuova scoperta che provi la relazione che passa fra una forza spesa dall'organismo, e la diminuzione corrispondente del *lavoro virtuale*, e che dia

un nuovo argomento a credere che la vita dei corpi organici non sia l'effetto di una forza propria speciale, che sempre da se stessa sola si riproduca, ma che invece quella vita sia l'effetto di forze che agiscono anche nella natura inorganica, dovà esser sempre da noi ricevuta come un nuovo aiuto, atto a limitare il numero dei fenomeni che si fanno dipendere dalla *forza vitale*.

Una parte delle forze adoperate dall'organismo, parte che è per verità relativamente piccola, ma indispensabile per sostenere il corpo animale, e che sola si manifesta all'esterno, è il lavoro meccanico speso nel moto dei muscoli. Nella maggior parte delle ricerche fatte sin qui, intorno al bilanciarsi delle forze ricevute nel corpo con quelle consumate, non si teneva conto della forza spesa nei movimenti muscolari. Con piena ragione si lasciava da parte questo elemento in certi casi, in cui le condizioni della esperienza erano tali che ogni moto meccanico doveva solo cagionare un aumento nella quantità misurabile di calore sviluppato; giacchè il calore animale ha come il lavoro meccanico dei muscoli, origine da cangiamenti chimici. E di quest'ultima cosa non ne dubita ora alcun fisiologo, sebbene alcuni anni fa non se ne avessero ancora delle prove sperimentali. Helmholtz fu il primo a provare che l'azione muscolare consuma (cioè trasforma chimicamente) della materia; e con belle esperienze ottenne dei risultati che servirono a ben definire un'idea, che era incerta, e che si era formata osservando gli indizii della stanchezza ed il ristorarsi delle forze per il riposo: cioè l'Helmholtz provò che « per provocare effetti meccanici si consumano certe materie ponderabili, o non ponderabili, le quali continuamente rigenerate dai processi chimici vitali vegetativi si accumulano in una certa quantità ».

Infatti l'Helmholtz dimostrò che nell'eccitare elettricamente i muscoli si producono delle mutazioni chimiche caratteristiche tali, che sempre si trova nei muscoli elettrizzati maggior copia di sostanze solubili nell'alcool, mentre nei muscoli non elettrizzati, ma del resto in condizioni eguali ai primi, era aumentata la sostanza solubile nell'acqua.

Il Du Bois-Reymond osservò che un grande sforzo dei muscoli vi cagiona una reazione acida, senza che perciò a loro sia

tolta intieramente la facoltà di agire; e questo fa confermato anche da Helmholtz nel lavoro che già abbiamo citato, allorchè dimostrò che nei muscoli in azione, anche quando sono tagliati, aumenta per tale azione la loro temperatura. E a ciò servi di prova anche il fatto scoperto da Liebig, che i muscoli del tulle esangui, assorbono l'ossigeno ed emettono l'acido carbonico fino a che conservano il potere di contrarsi, e che il poter loro di agire dipende specialmente da tale respirazione. Anche Valentin pure scoprì che tale chimico cangiamento aumenta con l'azione museolare; giacchè egli vidde che eccitando i muscoli delle ranocchie aumentava l'assorbimento dell'ossigeno e l'emissione dell'acido carbonico. Finalmente con tuttociò concordano le osservazioni di Scharling, Vierordt, Gerlach.

Alle precedenti citazioni del sig. Kronecker, anche per completare la parte storica del soggetto, ci crediamo in debito di aggiungere qui una breve nota sui punti principali che formano il soggetto di molte esperienze pubblicate nel volume 3.^o di questo Giornale da uno dei suoi Direttori. Il Prof. Matteucci nelle sue ricerche sui fenomeni fisico-chimici della contrazione muscolare, che sono state pubblicate tanto negli *Annales de Physique et de Chimie* quanto nelle *Philosophical Transactions*, ha dimostrato:

« 1.^o Che i fenomeni chimici della contrazione muscolare, cioè l'ossigeno assorbito e l'acido carbonico esalato dai muscoli di animali recentemente uccisi e privi di sangue, corrispondono a quelli che Regnault e Reiset hanno trovato sperimentando sopra gli animali vivi, e quindi sulla respirazione muscolare.

« 2.^o Che nell'atto della contrazione de' muscoli presi sopra animali uccisi e privi di sangue, il processo chimico della respirazione muscolare diviene più intenso.

« 3.^o Che la quantità di azione chimica consumata in una pila o il calore corrispondente, rappresentano, secondo l'equivalente meccanico del calore, una quantità di lavoro enormemente più piccola, di quella che è effettivamente prodotta dalla eccitazione elettrica del nervo. Quindi la relazione voluta dalla teoria dinamica del calore, si deve verificare, e si verifica infatti, tenendo conto dell'eccesso dei fenomeni chimici della respirazione muscolare nell'atto della contrazione; ora quest'eccesso

è il lavoro meccanico della contrazione. L'eccitazione elettrica del nervo equivale perciò alla scintilla che accende una grande massa di miscuglio esplosivo.

« 4.° Che vi è calore sviluppato nell'atto della contrazione di un muscolo preso sopra un animale ucciso da qualche tempo e privo di sangue.

« 5.° Che i muscoli i quali si sono ripetutamente contratti in un breve spazio di tempo in un recipiente chiuso, sono imbevuti di una grande quantità di acido carbonico, di cui non si possono mai spogliare interamente, anche dopo essere stati tenuti alternativamente nel vuoto della macchina pneumatica e nell'idrogeno.

« 6.° Che la facoltà di contrarsi decresce tenendo il muscolo nei mezzi privi di ossigeno, e riappare spogliando il muscolo dell'acido carbonico di cui è imbevuto.

« 7.° Che il potere elettro-motore di un muscolo si trova notevolmente diminuito in modo permanente dopo la contrazione; e questo muscolo lasciato in riposo ripiglia in parte il suo potere elettro-motore; e il contrario avviene nell'organo elettrico della torpedine, il quale ha il suo potere elettromotore molto accresciuto, e permanentemente, in seguito alla scarica ».

Seguitiamo ora con il Kronecker.

Possiamo dunque ammettere che un muscolo sia stanco quando vi sia un aumento nella materia trasformata, aumento cagionato dall'azione muscolare. Ma se la stanchezza fosse solamente proporzionale a quella trasformazione chimica, vale a dire se non si potesse diminuire la facoltà di agire del muscolo senza aumentare proporzionalmente la detta trasformazione, si potrebbe prendere per misura della stanchezza la quantità di materia trasformata; ed inversamente quella quantità potrebbe essere misurata dalla stanchezza; e con ciò si avrebbe un facile modo di studiare le relazioni fra la trasmutazione della materia intramuscolare e l'azione muscolare stessa in diverse condizioni. Molto più facile sarebbe questo ultimo metodo di quello che misurare direttamente la quantità di materia trasformata, come ora facciamo. Ma la variabile facoltà di agire del muscolo è la risultante di diverse cause influenti che non si possono separatamente studiare, e talune di loro agiscono nel senso di

conservare quella facoltà, altre a distruggerla. Il sangue ed il succo muscolare tendono a conservare la facoltà del muscolo, mentre tutte le cause che diminuiscono la eccitabilità del muscolo tendono anche a distruggere la contrattibilità. Ma si può diminuire la influenza del sangue sottraendo il muscolo dalla circolazione sanguigna, per modo che resti il solo succo muscolare per riparare il danno cagionato dalla fatica. Il modo di rigenerazione della facoltà muscolare, facendo pensare che essa provenga da un magazzino limitato di materia nutriente, credettero comunemente i fisiologi che ad una determinata azione muscolare corrispondesse sempre un determinato consumo di materia, ossia una determinata quantità di materia chimicamente trasformata. Ma nel muscolo, può essere stata da certe cause diminuita la facoltà di agire senza che sia stata aumentata la trasformazione chimica; e sono quelle cause stesse che cagionano quella diminuzione senza eccitare la contrazione; quali, per esempio una forte e prolungata tensione del muscolo, un gradato ma forte aumento di temperatura del gas o del fluido qualunque in cui è immerso il muscolo; la mancanza dei gas necessari alla respirazione, o delle soluzioni allungate di agenti chimici (le quali quando fossero concentrate attaccherebbero chimicamente il muscolo cagionando una contrazione) che preservano il muscolo dal disseccamento e prevengono ancora i moti convulsi, conseguenze del disseccamento stesso; e così avviene che per spontanee dissoluzioni chimiche nell'interno del muscolo diminuisce a poco a poco la facoltà di agire, fino a che diventa sensibile la rigidità cadaverica (*Wundt Die Lehre von der Muskelbewegung* 1858 p. 68).

Le suddette cause non sono le sole che diminuiscono la facoltà di agire del muscolo, e sono da considerarsi ancora quelle che eccitano la contrazione e diminuiscono detta facoltà, indipendentemente dalla diminuzione cagionata dal fatto della contrazione, la quale necessità delle trasformazioni chimiche corrispondenti al lavoro meccanico svolto dalla stessa contrazione. Da alcuni fenomeni che si presentano nell'atto della contrazione, saremmo condotti ad ammettere che la stessa volontà la quale per mezzo dei nervi eccita la contrazione diminuisca la facoltà di agire indipendentemente dalla diminuzione che sempre se-

gue la contrazione. Così quando si tiene steso in aria un braccio orizzontalmente, dopo un certo tempo si prova al muscolo deltoide una fatica che ci rende ben tosto insopportabile quella posizione; e ciò avviene senza che alla grandezza di quella fatica corrisponda un proporzionale lavoro meccanico; e non si potrebbe neppure cercare l'equivalente di quella fatica in una quantità di calore sviluppata, perchè non vediamo nella respirazione, e neppure nella temperatura del corpo, un aumento che sarebbe necessaria conseguenza di un proporzionato aumento di lavoro chimico. Al contrario senza provare quel senso di fatica, noi possiamo adoperare per qualche tempo gli stessi muscoli alzando e abbassando alternativamente il braccio, e producendo così un considerevol lavoro meccanico ed un proporzionale aumento di chimica trasformazione. Lo stesso accade come è noto, a chi sta fermo e ritto in piedi, che anche quando egli sceglie la posizione più comoda, in cui resta solamente contratto il gruppo dei muscoli del gastrocnemio, si stanca in egual tempo assai più di quando passeggia moderatamente. Questo fenomeno si può spiegare, dicendo che quando una persona sta immobile in piedi, quei muscoli sono in uno stato di tetanizzazione continua, a mantener la quale è d'uopo che la volontà continuamente irriti i nervi, per cui ne segue quello stato di fatica nel muscolo; mentre che passeggiando i muscoli sono alternativamente in contrazione e in riposo. La differenza essenziale fra la fatica muscolare cagionata senza che vi sia stata produzione di lavoro meccanico, e la fatica nel caso opposto fu da Mayer indicata nel suo pregiato lavoro: *Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel*. Mayer così si esprime: = « La dolorosa fatica che si manifesta senza che sia preceduta da una produzione di effetti meccanici, si distingue dalla stanchezza cagionata per una trasformazione di materia, in due parti principali quando si osservano i soli fenomeni fisiologici. Siccome le primitive fibre nervose non entrano fra di loro in anastomosi, così la stanchezza dei nervi rimane localizzata, anche quand'essa è grande, cioè si limita sempre nei muscoli che sono realmente contratti. Mentre la stanchezza propriamente detta, eccettuatolo il caso in cui essa è di breve durata, come quando è pro-

« dotta da uno sforzo momentaneo, si diffonde egualmente
 « in tutto il sistema muscolare. Il braccio che fu tenuto steso,
 « orizzontalmente, lasso di quella fatica non può subito dopo
 « di nuovo fortemente piegarsi, l'altro braccio poi non senti fa-
 « tica alcuna. Ma invece dopo un arduo e lungo cammino con
 « le braccia come le gambe e i piedi ricusano di prestarsi ad
 « altro lavoro; siccome quando non vi è lavoro non accade
 « consumo di materia, così la fatica *sine materiae* non leva
 « al muscolo la facoltà di produrre un lavoro meccanico ».

Noi conosciamo una lunga serie di eccitanti, della quale il primo termine è l'azione della volontà, e l'ultimo è il ferro rovente che distrugge la sostanza dopo avere eccitata una vemente contrazione tetanica. Sarebbe classata nel secondo termine della serie l'azione elettrica, che è molto affine al primo termine, massime nel caso della elettricità di tensione. Con quest'ultimo mezzo noi possiamo non solamente variare entro larghi limiti l'intensità dell'eccitazione, ma possiamo ancora mantenere costante per lungo tempo la eccitazione stessa. E così possiamo in modo facile osservare indipendentemente dalla influenza motiva, ma sempre uniforme, dell'eccitamento stesso la influenza dell'aumento nelle trasformazioni chimiche sulla facoltà di agire del muscolo. Ma dacchè un muscolo è stato tagliato i risultati delle osservazioni sono sempre alterati dal tempo; e ciò fu indicato dal Weber dicendo che bisogna distinguere gli effetti della naturale progressiva diminuzione di vitalità, dal semplice affaticamento; giacchè il diminuire della vitalità del muscolo diminuisce ancora la sua elasticità; ma però lo rende più cedevole, cioè più suscettibile di allungarsi per una data tensione; mentre che secondo Weber, l'affaticamento diminuisce quest'ultima proprietà del muscolo; (E. Weber *Wagners Hund vörterbuch der Physiologie T. II, Art. Muskelbewegung* p. 116); quest'ultima opinione di Weber fu contraddetta dal Wundt (*Die Lehre von der Muskelbewegung* p. 177.) Wundt in quest'opera dimostra che per la eccitazione non varia la elasticità, ma che tal variazione di elasticità accompagna soltanto la contrazione, aumentando o diminuendo con essa. Dal sin qui detto si deve concludere che le due suddette cause, cioè la diminuzione della eccitabilità in forza dell'ecci-

tamento stesso, e la diminuzione della vitalità col tempo, ossia il progredire del rigore cadaverico, hanno sempre influenza anche nei casi più favorevoli; e perciò potremmo forse essere condotti a sospettare che la stanchezza manifestandosi insieme col provato aumento nella trasformazione chimica, sia cagionata essenzialmente dagli eccitamenti e dalla diminuzione di vitalità del muscolo; ma invece è posto fuori di dubbio per gli altri fatti che risultano dalla ordinaria esperienza, la relazione fra l'affaticamento e la chimica trasformazione. Ognuno sa che affatica di più la salita della scesa da un monte; eppure avvengono, abbenchè in ordine inverso, nei due casi le stesse contrazioni muscolari; nel primo caso l'aumento della temperatura e della respirazione sono indizii certi di un aumento nella trasformazione chimica, e le parole ordinariamente usate *stanco, spossato, rimasto senza fiato, riscaldato*, palesano assai nel linguaggio comune la relazione fra l'effetto e la conseguenza del processo, che trasforma il lavoro interno in lavoro meccanico. A tutto ciò potrebbe forse taluno obiettare, dicendo che quando vi è bisogno di maggiore sforzo muscolare, deve la volontà eccitare tanto più intensamente i nervi, e che allora la maggiore stanchezza sia la conseguenza di quella maggiore eccitazione; ma in questo lavoro ci proponiamo dimostrare la insussistenza di quella obiezione, e che la stanchezza dipende dal lavoro meccanico dei muscoli; e soprattutto, per quanto sarà possibile indipendentemente da altre influenze, cercheremo di provare che alle modificazioni della trasformazione chimica corrispondono le modificazioni della stanchezza. Nelle osservazioni più sopra citate rammentammo che la trasformazione chimica della materia, nel muscolo in azione, è in maggior quantità della trasformazione stessa in un muscolo inattivo; ora si tratta di sapere se tale aumento di trasformazione aumenta esso pure con il lavoro meccanico sviluppato dal muscolo: ossia, in altre parole, se la stanchezza dipende dal lavoro meccanico, ammettendo ch'essa sia proporzionale a quella trasformazione. Dalle esperienze che condussero al primo asserto nulla si potrebbe dedurre in quanto alla seconda questione; a meno che non volessimo adottare l'ipotesi, da lungo tempo rigettata, la quale ammette che l'effetto della contrazione sia proporzionale all'in-

tensità dello stimolo, e presso a poco come la elasticità alla temperatura o la velocità di un grave allo spazio già percorso nella sua caduta. Se ciò fosse, ne seguirebbe che un certo dato stimolo applicato ad un dato muscolo dovrebbe consistere in lavoro meccanico o in una equivalente quantità di calore, nè più nè meno di quella parte del lavoro chimico interno che gli sarebbe esattamente proporzionale; in tal caso e modo potrebbe essere giustificato il paradosso, che uguali muscoli irritati da eguali stimoli debbano perdere nello stesso tempo la loro facoltà di agire; anche quando soltanto uno di essi fa un lavoro meccanico, oppure nessuno dei due è in condizione di trasmettere contraendosi alcuna forza motrice a delle masse esteriori. Ma, come è noto, lo stimolo è la cagione, ma non la causa proporzionale alla intensità della contrazione; lo stimolo non fa che dare un impulso a dei spostamenti muscolari i quali poi seguitano da per sé e formano la contrazione, la quale cresce in generale entro certi limiti, coll'aumento di un debole eccitamento elettrico. Infatti quel leggiero aumento di temperatura osservato da Helmholtz nei muscoli delle gambe di una rana, che sono state tetanizzate per due o tre minuti e perciò affatto spossate, non è proporzionale al considerevole lavoro meccanico che può farsi dai soli gastrocnemi.

Per sciogliere quella seconda questione, bisogna mettere il muscolo in condizioni tali che debba trasformare in lavoro meccanico una quantità maggiore di lavoro chimico interno, di quella che è trasformata da un muscolo liberamente sospeso, il quale non può utilizzare la sua forza che producendo calore, e producendo quel piccolo lavoro meccanico che egli eseguisce sollevando la metà del proprio peso (*Wundt l. c.*) — veggasi a p. 225 la nota che dice *un muscolo di peso p è sospeso ad una sua estremità, sopporta con la sua estremità inferiore un peso zero, nella superiore un peso p, e nelle sezioni orizzontali intermedie pesi proporzionali alle loro distanze dalla estremità inferiore; per cui si può concludere che il muscolo sopporta un peso uguale a quello sopportato dalla sua media sezione ossia uguale a $\frac{p}{2}$* ; e non può alla fine che palesarsi con uno sviluppo di calore, il lavoro fatto dal muscolo com-

primendo con la sua contrazione i suoi propri tessuti, la quale compressione, si manifesta secondo la esperienza di Weber (*Weber l. c. p. 156, 116*) con una piccola diminuzione di volume. Per mettere il muscolo nelle condizioni di cui parlammo più sopra, bisogna attaccargli dei pesi i quali vengano sollevati dalla contrazione a delle differenti altezze, facilmente misurabili; si misura in tal caso il lavoro dal prodotto della gravità g , per la massa, e per l'altezza a cui fu sollevata la massa stessa, ossia pel prodotto del peso per l'altezza. Per unità di lavoro qui si prenderà il *grammocentimetro*. Ed. Weber, nell'opera fondamentale sopra citata, ci insegna che scema con la stanchezza l'effetto utile (che tal nome egli dà alla grandezza del lavoro di una contrazione); ma scema disugualmente per carichi differenti fra di loro, diminuendo più presto la facoltà dei muscoli di sollevare i pesi della facoltà di contrarsi; così i muscoli negli ultimi stadii di affaticamento compiono un lavoro più grande con piccoli pesi, che con pesi maggiori. Quest'ultima osservazione va d'accordo con ciò che disse Helmholtz (*Archiv. für Physiologie; Muller 1850 p. 308*) che la *curva delle altezze della tensione del muscolo affaticato comincia più tardi, durante di più la irritazione latente*, quella curva ha per ascisse i tempi della irritazione latente, cioè i tempi decorsi dall'istante dell'irritazione fino all'istante in cui il peso è mosso, ed ha per ordinate i pesi. E da questa curva dunque si vedrebbe che, come dicemmo, il muscolo comincia più tardi, dopo l'eccitamento, a sollevare il peso *che non lo tendeva*, ma che posava semplicemente sopra un sostegno, e non arriva a sollevare quel peso che sarebbe stato sollevato da un muscolo fresco. Helmholtz chiama quel peso, posto in quel modo *soprapeso*; noi faremo uso di quel nome.

Dalle ricerche pubblicate nel suddetto lavoro è stato provato, ciò che fu detto anche da Weber, che l'effetto della stanchezza nei primi stadij non cagiona fenomeni anormali e caratteristici, ma solo quei fenomeni che si possono vedere anche in muscoli freschi; ma fu provato altresì, che dei muscoli originariamente validi ma stanchi, si comportano come dei muscoli freschi che fossero più deboli; e fu provato che la curva della tensione dei primi mostra le stesse variazioni (in confronto di quelle dei ma-

scoli non affaticati, ma deboli) di quelle delle curve che possiamo trovare indebolendo l'intensità delle correnti eccitanti fino al punto che la inerzia del muscolo sensibilmente diminuisce, oppure facendo sì che un muscolo già stirato da un peso alzi un soprapeso. Helmholtz trovò che quando la facoltà di agire del muscolo è già molto diminuita la durata della contrazione aumenta perchè dura di più la irritazione latente, e la intera curva della contrazione è più lunga, la contrazione facendosi in un modo più lento; tutto ciò pare che accenni l'esistenza di una influenza la quale non solo possa variare la quantità, ma anche la qualità della stanchezza quando essa è maggiormente inoltrata. Nei lavori qui menzionati furono per mezzo di criteri ben stabiliti, definiti accuratamente i sintomi caratteristici dell'affaticamento. E sul modo con cui procede la diminuzione della eccitabilità Weber ci diede parecchie pregievoli cognizioni, verificando experimentalmente il progresso più celere della stanchezza dei muscoli più caricati di pesi, in confronto di quelli meno carichi; ed egli pure mostrò che l'allungamento di un muscolo non carico, ma posto in contrazione e tetanizzato da un apparecchio rotatorio che gira uniformemente, si fa con grande velocità nei primi istanti, ma poi si allunga più lentamente. *L. c.* p. 70, 71. Oltre di ciò Helmholtz vidde che i muscoli tagliati via dal corpo vivente e spossati completamente dal tetano, in ugual tempo di riposo riprendono tanto meno del loro vigore, quante più volte si ripete sopra di essi la esperienza.

Helmholtz *Arch. di Müller* 1850 p. 72. Così dapprima il muscolo rimane contratto per tutta la durata dello stimolo tetanizzante, mentre che nel seguito degli esperimenti sempre più presto comincia il muscolo a rilasciarsi, prima che cessi lo stimolo. Wundt nel suo libro sul movimento dei muscoli, rese più completi e rettificò i risultati delle ricerche fatte da Weber, e diede anche una forma più precisa e generale alla legge proposta da Weber, relativamente al rilasciamento dei muscoli cagionato dalla fatica, e si servì di un metodo grafico sperimentando su dei muscoli caricati e stanchi (*Wundt l. c.* p. 185 186) Wundt fece dell'altre esperienze intorno al procedere dell'affaticamento, quando le cause della stanchezza e della fatica agiscono « *ad intervalli* » nel caso in cui una commozione te-

tanica abbia sempre efficacia sul muscolo tornato alla sua lunghezza naturale, dopo essere stato contratto da un eccitamento di eguale qualità ed intensità di quello che lo deve immediatamente seguire. Wundt in questi lavori dimostrò che la stanchezza dovuta al lavoro meccanico ha caratteri ben distinti da quelli della fatica prodotta dallo eccitamento. Infatti delle esperienze dettagliatamente pubblicate da Wundt (1) resero evidente che pei muscoli sottoposti all'eccitamento dianzi descritto, si palesa nel corso della esperienza una differenza essenziale, fra il caso del muscolo non carico, e quello del muscolo che regge, p. es. 20 grammi. Nel primo tempo dell'esperienza tanto il muscolo non carico che quello carico si comportano nello stesso modo, ma, dopo, il muscolo non carico rimane dopo la contrazione più lungo tempo allungato; così che cresce sempre più il numero degli stimoli che deve ricevere prima di contrarsi nuovamente; ossia diminuisce l'eccitabilità, e perciò diminuisce il numero delle sue contrazioni nell'unità di tempo, ma non diminuisce considerevolmente la grandezza delle contrazioni medesime; all'incontro in un muscolo carico la grandezza decresce, ma non decresce considerevolmente il numero delle contrazioni. A dire il vero l'Autore non vuol decidere se il molto lento rilasciamento dei muscoli non carichi, ma affaticati dall'eccitamento, sia o no la causa della diminuzione del numero delle contrazioni; perchè allora il muscolo insensibilmente, a poco a poco, si intromette nel circuito delle correnti indotte, e così i primi stimoli, quando i contatti non sono ancora bene stabiliti, sono troppo deboli per eccitare una contrazione, ed a misura che diminuisce la eccitabilità aumenta naturalmente il tempo che deve passare prima che il muscolo riceva degli eccitamenti abbastanza forti per potersi contrarre. Ma il muscolo carico si allunga più presto, perchè in ciò è aiutato dal peso, e così si chiude subito in modo perfetto il circuito, onde il muscolo riceve subito gli stimoli nella loro completa energia. Wundt osservò che i muscoli stanchi e che continuano ad essere tesi dal peso stesso che prima era sollevato dalle loro contrazioni, durante il lavoro riprendono forza molto più imperfettamente dei muscoli pei quali,

(1) Wundt. l. c. pag. 190-192, fig. 18, 19.

dopo il lavoro, il peso è sostenuto da un appoggio ; ed osservò ancora che quando il peso era grande, il muscolo che rimaneva dopo il lavoro sempre teso seguitava a stancarsi, abbenchè fosse in riposo (*Wandt lit. p. 143*). Alcuno per tutto ciò potrebbe credere che la diminuzione della facoltà di agire del muscolo, che sempre si manifesta dopo un dato lavoro, non sia essenzialmente che l'effetto della tensione e della variazione della coesione delle parti del muscolo, sia durante il lavoro che durante il riposo, in forza della massa continuamente sospesa al muscolo. Tale ipotesi è resa di già molto improbabile, da ciò che la stanchezza prodotta dal lavoro si manifesta molto prima che il peso diminuisca la facoltà di agire del muscolo, e noi direttamente ne dimostreremo l'errore con delle esperienze da riferirsi più oltre. Le cose già dette, abbenchè siano di per sé molto interessanti, pure non bastano a darci un'idea chiara della relazione fra la stanchezza ed il lavoro ; perchè quelle osservazioni si limitarono soltanto a dei casi particolari della azione muscolare, e perchè le conclusioni rimasero infirmate dal difetto dei metodi sperimentali. E quel difetto è che quegli esperimenti furono tutti eseguiti con muscoli tetanizzati ; per lo che da loro nulla di sicuro si potè dedurre circa alla relazione fra la stanchezza ed il lavoro meccanico. Quelle esperienze provano soltanto che la facoltà di agire diminuisce contemporaneamente alla quantità della sostanza, la di cui decomposizione somministra mezzi per la contrazione . Per valutare gli effetti meccanici dell'azione muscolare, e perchè siano i maggiori possibili, come l'avvertimmo, bisogna fare di tutto per diminuire la influenza di ogni cosa nociva al muscolo. Il lavoro meccanico eseguito dal muscolo, passando una volta sola dallo stato di riposo allo stato di moto, è molto piccolo, qualunque sia il tempo in cui resta contratto ; e se Weber chiama in tal caso *effetto utile* l'effetto prodotto , egli dà a quella denominazione un significato molto più ristretto di quello che gli si dà comunemente, e perviene così a delle conseguenze le quali non si debbono adottare per caratterizzare l'*effetto utile* nel senso più generale.

Quando si eccita il muscolo ad una contrazione tetanica l'aumento che in questo caso è prodotto nella grandezza di una

contrazione, in confronto ad una contrazione cagionata da una sola interruzione dell'apparecchio d'induzione, fa diminuire la quantità dell'intero lavoro fatto dal muscolo in un più lungo tempo, perchè il lavoro meccanico è tanto maggiore quante è maggiore il numero delle contrazioni, vale a dire quanta è maggiore la velocità con la quale il muscolo avvicenda il lavoro al riposo. Questa importante differenza condusse Helmholtz a ricercare vieppiù specialmente il modo col quale procede una contrazione muscolare; ed Helmholtz stesso lo dice colle parole seguenti « Il muscolo ugualmente eccitato per un certo tempo, abbenchè resti spossato per la fatica, nulladimeno non produce lavoro, nel senso meccanico; egli in tal caso soltanto fa sì che le parti del corpo riposino in una nuova posizione di equilibrio. Per fare un lavoro, per muovere il proprio corpo, o per cangiare di posizione gli oggetti esteriori, deve il muscolo avvicendare il moto al riposo, e la grandezza del lavoro allora dipende essenzialmente dalla velocità di tale avvicendamento ».

(*Muller's Arch.* 1850, p. 276, 277). La considerevole fatica che osserviamo nei muscoli tetanizzati, abbenchè nel loro caso sia piccolo il lavoro eseguito, è cagionata, come è stato detto, in parte per lo stimolo veemente il quale distrugge alla fine la facoltà di agire, e in parte per lo sforzo che deve farsi dai muscoli tetanizzati per fare equilibrio alla gravità, la quale si oppone alla contrazione. Non si creda che questo affaticamento non richieda dal muscolo spesa di forze; e se Mayer dice nel suo citato opuscolo « la fatica nel caso in cui un uomo regge un peso col braccio teso orizzontalmente, sembra che derivi dalla prolungata pressione sopra le ramificazioni nervose; e la sensazione da ciò cagionata non è dissimile a quella che si prova quando si intormentisce un membro i nervi chiedono all'individuo di astenersi dalla futile intrapresa »: Il Mayer parte dal non giusto punto di vista che il muscolo in apparenza immobilmente contratto, sia in equilibrio stabile, e resista alle forze che tentano di allungarlo, come in simil caso qualunque altro corpo anche inorganico resiste con la sua coesione.

Conseguentemente a ciò Mayer paragona l'azione di un uo-

mo che sta immobile e in piedi, oppure che regge in aria un peso, all'azione di una figura di legno, la quale può fare la stessa cosa anche meglio; e considerando tale fatica, inutile (perchè non vi è lavoro prodotto) come indiretta cagione dello spasamento, arriva alla conseguenza che « per reggere un peso » pendente nell'aria non sono adatti nè l'organismo animale nè « la macchina a vapore, e che basta una fune per rendere tal « meschino servizio ». Tuttavia non si può concedere a tali riflessioni molta forza dimostrativa.

Del resto le ricerche di Du Bois-Reymond, hanno provate direttamente la premessa che nel muscolo contratto per tetano vi è un violento movimento muscolare, premessa che è giustificata dalle mutazioni che si manifestano nel muscolo quando esso è in attività. Dalla inversione della corrente muscolare scoperta da Du Bois-Reymond, e dalla contrazione secondaria scoperta da Matteucci nella contrazione semplice, e da Du Bois-Reymond verificata e spiegata anche nella contrazione tetanica, è posto fuori di dubbio che il muscolo tetanizzato è in equilibrio dinamico e non statico; stato di equilibrio nel quale vi è tanta maggior energia, quanto più impetuosa è la *burrasca* molecolare, la quale si manifesta con una maggior deviazione negativa dell'ago del galvanometro.

La forza che deve essere sviluppata dal muscolo tetanizzato quando esso regge un peso, dipende naturalmente dal peso p e dalla durata dell'azione, ed essa si misura dal prodotto pt . L'effetto dell'azione che non si può manifestare sotto la influenza della gravità darebbe alla massa $\frac{p}{g}$, se fosse tolta l'azione antagonistica di quell'ultima forza, la stessa velocità che essa massa avrebbe acquistata cadendo liberamente durante lo stesso tempo t . Si trovano nella natura organica, ed anche nell'inorganica, continui esempi di equilibrio dovuto ad uno sviluppo continuo di forze. Il muscolo violentemente tetanizzato che contrasta alla gravità reggendo un peso, può essere paragonato ad un nuotatore, il quale affaticandosi con tutta la forza contro la corrente appena resiste all'onda, e poi, quando cominciano le sue membra ad illanguidirsi, è trascinato via dalla corrente. Vero è che una barca legata alla riva può resistere con mag-

gior perseveranza; ma nondimeno nessuno attribuirà alla barca un più grande dispendio di forza che al nuotatore, il quale lotta con tanto affanno; nè inversamente, per ciò che tanto quel nuotatore quanto quella barca restano fermi nel fiume, non si deve dire che *il nuotatore non è spossato per un consumo di forze, ma perchè i nervi chiedono all'individuo di astenersi dall'inutile intrapresa.*

Il muscolo carico di un peso fa solo un lavoro meccanico, mentre solleva il peso, ossia durante il tempo in cui la sua forza supera l'azione opposta della gravità; perchè solo in quel tempo vi è uno sviluppo di forze vive, e perciò un aumento di lavoro interno (lavoro disponibile). Il prodotto ph è, come si disse, la misura della quantità di lavoro, ossia della quantità di forza manifestata, senza considerare il tempo passato nel fare quel certo lavoro. Perciò non si possono paragonare direttamente fra di loro, il consumo di forza di un muscolo tetanizzato, e quello di un muscolo che fa un lavoro meccanico. Nel primo caso si calcola soltanto la quantità di forza della gravità di cui si è distrutto l'effetto, e nel secondo soltanto la quantità del lavoro interno, fatto disponibile dal muscolo. Si intende da sè che nel secondo caso l'azione comprende l'effetto superato della gravità; e per dire il vero, la forma della curva di contrazione ci mostra la relazione fra la gravità, efficace dall'alto al basso, e la forza muscolare efficace dal basso all'alto, la quale, nello stadio della *energia crescente*, è soccorsa dalla velocità acquistata dalla massa.

Però in generale abbisognerà al muscolo per fare un lavoro meccanico, un più grande dispendio di forza, che per resistere, rimanendo contratto, alla influenza stirante di un peso; e perciò vi sarà nel primo caso un consumo più grande di materia, e, come è naturale, la stanchezza sarà accelerata. Questo ultimo effetto dell'azione del lavoro dovrebbe rendersi facilmente visibile, se si sapesse far prevalere, in virtù di un grande aumento del lavoro meccanico (senza introdurre altre condizioni le quali diminuiscano la facoltà di agire) la stanchezza prodotta da quello stesso lavoro. Per ciò non bisognerebbe far altro che esplorare il progredire della stanchezza in un muscolo, il quale fosse eccitato da correnti intermitten-

ti, che si succedessero l'un l'altra così lentamente che appena cagionassero il tetano; poi bisognerebbe diminuire ancora un poco il numero degli stimoli nell'unità di tempo, e così eccitare il muscolo ad una serie di contrazioni separate da brevissimi intervalli di tempo, onde dovrebbe, secondo l'anzidetta premessa, declinare più precipitosamente verso la scesa la curva della stanchezza. Ma l'effetto grande della stanchezza, che indebolisce, per un tempo non breve, le forze del muscolo, e oltre a ciò la grande irritabilità dei tessuti animali, la quale spesso rende dubbi i risultati della esperienza, rendono quel metodo inapplicabile.

Per rimediare a ciò bisogna prendere due muscoli, i quali sotto le stesse condizioni esteriori siano suscettibili di uguali effetti; e poi quando le cagioni della stanchezza vengono a modificarsi in uno dei muscoli, le differenze che ne risultano fra di loro ci servono di criterio per giudicare delle cercate cagioni della loro stanchezza. Vero è però che anche così facendo si incontrano delle cause di errore, delle quali la più grande e la più pericolosa, perchè non si può parzialmente eliminarla, consiste in ciò che spesso muscoli dello stesso nome e dello stesso animale, hanno nulladimeno diverse qualità individuali. Ma gli effetti di tal causa di errore si possono eliminare variando le disposizioni degli esperimenti, e confrontando contemporaneamente i risultati che si hanno dai due muscoli. Così questo metodo è molto più vantaggioso, di quello che si segue sperimentando un solo muscolo per volta, e non può esser dubbia la scelta fra i due metodi.

Così facendo, il nostro giovane fisiologo pervenne al seguente risultato, il quale era dapprima più o meno contestato, *di due muscoli ugualmente carichi, ed eccitati da correnti di induzione della stessa intensità si stanca più tardi (l'Autore, veramente, tradusse da sè in italiano viene faticato più tardi) il muscolo che da uno stimolo tetanizzante e per più tempo continuato fu impedito di fare un lavoro meccanico considerevole, del muscolo al quale fu data occasione, avvicinando spesso moto e riposo, di far uso delle sue forze per produrre un lavoro meccanico.*

La disposizione della esperienza è resa evidente dalla tavola IV. nella figura A.

I capi *a, f*, della spirale secondaria (l'indotta) di un apparecchio di induzione di Du Bois-Reymond, furono congiunti coi nervi ischiatici, nudati, del due gastrocnemi di una ranocchia, in modo che la porzione *cd*, del nervo del muscolo I, formasse insieme col filo conduttore *ab* e un circuito secondario relativamente al circuito *ag e f* della corrente che passava per l'altro nervo del muscolo II, il quale avea dunque quasi la stessa resistenza del primo.

Per mezzo di un pendolo mosso da un piccolo orologio, si producevano in *b*, e per intervalli uguali di tempo, settanta od ottanta aperture e chiusure al minuto secondo del circuito conduttore *ac*, in modo che quel circuito *abcdef* restava ogni volta chiuso per un settimo od un ottavo di secondo, mentre l'altro circuito era in uniforme e continua attività.

I muscoli coi loro nervi erano in una cassetta di cristallo, nella quale l'aria era satura di vapor d'acqua, onde quei nervi non si prosciugassero; ed essi erano sospesi per mezzo di un apparecchio costruito dal sig. Dott. Wundt, e descritto nel libro già menzionato (*Die Lehre von der Muskelbewegung* p. 37); questo apparecchio mi fu dallo stesso sig. Wundt benevolmente prestato. Quei gastrocnemi erano sospesi, e tenuti fra di loro alla distanza circa di un centimetro, per mezzo di una piccola bacchetta di vetro, che terminava in punta da una parte. Si erano nella preparazione di quei muscoli conservate intatte le articolazioni delle ginocchia, e in queste articolazioni era passata la punta di quella bacchetta. Ad un muscolo I erano attaccati i pesi che servivano a caricarlo, per mezzo di un apparecchio il quale è in generale analogo a quello descritto dal Wundt (*l. c. p. 37*), ma che vi differisce per due modificazioni, che facilmente si riconoscono osservando bene la figura della tavola III.^a e sono le seguenti. La bacchetta di acciaio che si attacca al muscolo, e che regge il piattino dei pesi è divisa in due pezzi, che si agganciano fra di loro, mobilmente, col mezzo di uncini formati alle loro estremità; e poi la parte inferiore di questa bacchetta, così divisa, è guidata da una piccola forcilla, e nella sua estremità inferiore è munita di una vite sulla quale gira una madre-vite praticata in una pallina. Quella forcilla, stabilmente fissata, servè di appoggio alla madre-vite, e così impedisce,

quando ciò è necessario, che il muscolo, quando è in riposo, sia stirato dal peso che gli è aggiunto. Due lamine di mica verticali e normali fra di loro, come si vede nella figura, della tavola I.^a stanno immerse in un bagno di olio, e sono aggiunte all'apparecchio dei pesi per diminuirne le oscillazioni.

A quella bacchettina di acciaio sta poi unito un filo sottile di vetro, e perciò elastico a guisa di una molla delicata; e la estremità di questa molla è destinata a sfiorare leggermente la superficie di un cilindro ruotante, formata da un foglio bianco coperto di nero fumo, e perciò a disegnarvi la curva della contrazione; e per garantire questo apparecchio grafico da un moto orizzontale, ognuna delle molle appartenenti a quei due muscoli scorre fra una fenditura verticale sottile, di avorio e tagliata a *bietta*, ossia in forma di un V orizzontale, onde l'attrito col filo di vetro sia trascurabile.

(continua)



RIVISTA DI LAVORI SULLA ELETTRO-DINAMICA,
PUBBLICATI ALL'ESTERO; PER R. F. (1).

Formule di NEUMANN, per l'induzione — Legge fondamentale dell'elettrodinamica, di WEBER — Teoria dell'induzione per strisciamento, di MOST (Poggendorff, anno 1864 n. 5) — Sul moto della elettricità nei conduttori, teoria di KIRCHHOFF — Sul moto della elettricità nei conduttori per WEINGARTEN (Giornale di Crelle, V. LXIII. 1864).

§. 14.^o Consideriamo due posizioni infinitamente prossime fig. 3.^a EF o D, GH C D, prendiamo t per variabile indipendente, e ponendo ad imitazione di Neumann

$$P(s, \sigma) = \frac{1}{2} \iint_{\sigma, s} \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} ds d\sigma, \text{ oppure, } = \frac{1}{4} \iint_{\sigma, s} \frac{1}{r} \frac{d^2 r^2}{ds d\sigma} ds d\sigma,$$

si avrà

$$(16) \quad \frac{d \cdot P(s, \sigma)}{dt} dt = \frac{d \cdot P(s, \sigma)}{d\omega} d\omega + \frac{d \cdot P(s, \sigma)}{d\sigma} d\sigma$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{\sigma'} \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} d\sigma \left(EG \frac{dr}{ds} + GI \frac{dr}{d\alpha} + KH \frac{dr}{d\alpha} + HL \frac{dr}{d\beta} + MN \frac{dr}{d\beta} + NO \frac{dr}{ds} \right).$$

(1) Continuazione e fine. Vedi pag. 507 del Volume XIX.

Ma con l'ajuto delle 13, paragrafo 13, l'ultimo membro della precedente si cangia nel seguente

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \int_0^{\sigma'} \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} d\sigma' \left(FK \frac{dr}{do} - EI \frac{dr}{do} \right) - \frac{1}{2} \int_0^{\sigma'} \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} d\sigma \left(OM \frac{dr}{do} - FL \frac{dr}{do} \right) \\
 & = -\frac{1}{2} \iint_0^{\sigma' \alpha'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{do}}{d\alpha} d\alpha d\sigma - \frac{1}{2} \iint_0^{\sigma' \beta'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{do}}{d\beta} d\beta d\sigma \\
 & = -\frac{1}{2} \iint_0^{\sigma' s'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{do}}{ds} ds d\sigma .
 \end{aligned}$$

Per arrivare all'ultima accennata uguaglianza si sarà osservato che nella parte O D E, do è zero.

Gli integrali

$$\frac{1}{2} \iint_0^{s \sigma'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{dw} \frac{dr}{d\sigma}}{ds} ds d\sigma, \quad \frac{1}{2} \iint_0^{s' \sigma'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{dw} \frac{dr}{ds}}{d\sigma} d\sigma ds$$

sono sempre nulli, se s' e σ' sono curve chiuse. Osserviamo ora che si ha

$$\frac{dr}{dw} dw = \frac{dr}{do} do + \frac{dr}{d\omega} d\omega,$$

e potremo scrivere

$$\begin{aligned}
 \frac{d \cdot P(s, \sigma)}{dt} dt &= \frac{1}{2} \iint_0^{s' \sigma'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma}}{dw} dw ds d\sigma \\
 &- \frac{1}{2} \iint_0^{s' \sigma'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} \frac{dr}{dw}}{ds} dw - \frac{1}{2} \iint_0^{s' \sigma'} \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{dw}}{d\sigma} d\sigma ds,
 \end{aligned}$$

e col mezzo delle (9)

$$(17) \quad \frac{d \cdot P(s, \sigma)}{d t} d t = - \frac{1}{2} \iiint_{\dot{i}}^{\dot{s}' \sigma'} \frac{1}{r^2} \left(\frac{d^2 \cdot r^2}{d s d \sigma} - 3 \frac{d r}{d s} \frac{d r}{d \sigma} \right) \frac{d r}{d w} d w d s d \sigma;$$

la qual formula si accorda completamente con la teoria di Neumann. Il Most è stato dal precedente calcolo indotto a credere che la formula di Neumann (1 parag. 1.) abbia avuta la fortuna di comprendere tacitamente in sè il caso dello strisciamento.

Del resto la legge di Weber darebbe per la forza in questione la espressione,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \iiint_{\dot{o}}^{\dot{s} \sigma} \frac{i}{r^2} \left(\frac{d^2 r^2}{d s d w} - 3 \frac{d r}{d s} \frac{d r}{d w} \right) \frac{d r}{d \sigma} d w d s d \sigma \\ & + \frac{1}{2} \iiint_{\dot{o}}^{\dot{s} \sigma} \frac{1}{r} \frac{d i}{d w} \frac{d r}{d s} \frac{d r}{d \sigma} d w d s d \sigma, \end{aligned}$$

la quale col mezzo delle anzidette (9) si riduce a

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \iiint_{\dot{o}}^{\dot{s} \sigma} d \cdot \frac{i}{r} \frac{d r}{d s} \frac{d r}{d \sigma} \frac{d r}{d w} d w d s d \sigma - \frac{1}{2} \iiint_{\dot{o}}^{\dot{s} \sigma} i \frac{d \cdot \frac{1}{r} \frac{d r}{d s} \frac{d r}{d w}}{d \sigma} d \sigma d s d w \\ & + \frac{1}{2} \iiint_{\dot{o}}^{\dot{s} \sigma} d \cdot \frac{1}{r} \frac{d r}{d \sigma} \frac{d r}{d w} \frac{d r}{d s} d s d w d \sigma. \end{aligned}$$

Siccome s e σ sono curve chiuse il secondo e terzo inte-

grale spariscono in generale, e si può facilmente passare alla espressione

$$-\frac{1}{2} \iiint_0^s \frac{i}{r^3} \left(\frac{d^2 r^2}{ds d\sigma} - 3 \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} \right) \frac{dr}{dw} dw ds d\sigma$$

$$+\frac{1}{2} \iiint_0^s \frac{1}{r} \frac{di}{dw} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} dw ds d\sigma$$

intieramente d'accordo con la teoria di Neumann.

§. 15. Se facciamo uso delle notazioni precedentemente stabilite avremo in generale

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{ds_0} u + \frac{dr}{d\sigma} u' + \frac{dr}{d\alpha} \gamma + \frac{dr}{d\alpha'} \gamma' + \frac{dr}{dw} v,$$

ove u' indica la velocità della corrente nel conduttore σ ; e dalla precedente risulterà

$$2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{dr^2}{dt^2} = 2r \frac{dr}{ds_0} \frac{du}{dt} + \sum \alpha \alpha' \left(2r \frac{d^2 r}{d\beta d\beta'} - \frac{dr}{d\beta} \frac{dr}{d\beta'} \right).$$

Ad α , e ad α' , a β e a β' si daranno rispettivamente tutti i valori u , u' , γ , γ' , e v , β , β' .

E se col metodo già detto di Weber, si prende l'espressione precedente relativamente alle due coppie di masse $(+e, -e)$, $(+e', -e')$ cangiando opportunamente i segni di u , e $\frac{du}{dt}$, si avrà la espressione,

$$\sum e e' \left(2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{dr^2}{dt^2} \right) = 8 u u' e e' \left(2r \frac{d^2 r}{ds_0 d\sigma} - \frac{dr}{ds_0} \frac{dr}{d\sigma} \right).$$

Questa espressione si dovrà, sempre seguendo Weber, mol-

tiplicare per $d\tau$, e per $\frac{a^2}{16} \frac{u dt}{r^2} d\sigma$, e vi si dovrà fare $aeu = i$, $ae'u' = 1$; e quindi integrando da zero a τ si avrà

$$\frac{1}{2} i \frac{u\tau}{r^2} dt d\sigma \left(2r \frac{d^2 r}{ds_0 d\sigma} - \frac{dr}{ds_0} \frac{d\tau}{d\sigma} \right).$$

Così secondo il Most non resta che questo solo termine per esprimere l'azione dovuta allo strisciamento, termine che sparisce nella discussione delle esperienze dianzi narrate di Weber e Neumann, come per ogni altro caso in cui sono chiusi e il circuito indotto e l'inducente.

Weber e Most non considerano che lo strisciamento del circuito inducente; ma forse l'effetto del cangiamento di velocità delle masse elettriche passando da uno ad un altro conduttore in moto, può, sempre seguendo le ipotesi di Weber, esser considerato in altri casi.

§. 16. *Sopra il moto della elettricità nei conduttori.* Il Kirchhoff propose già da molti anni una teoria della diffusione della elettricità allo stato di corrente, la quale teoria abbenchè da prima, per i casi fin' allora contemplati, non facesse che dare una diversa interpretazione fisica alla antica teoria di Ohm, lasciando intatte le formule, pure per essa se ne doveva discostare assai nel trattare casi più generali. La teoria del Kirchhoff ha il vantaggio di riunire (per esprimermi con più giusta riserva, dovrei dire, di cominciare a riunire) sotto un sol punto di vista i fenomeni della elettro-statica e quelli della elettro-dinamica, e di presentare analiticamente la questione in un modo molto migliore, riconducendola alla determinazione di una *funzion potenziale*. La teoria di questo genere di funzioni non può essere oggidì ignorata da un fisico, e in questo giornale il lettore ne avrà veduta una chiara e nuova esposizione fatta dal Betti.

§. 17. Rammentiamo brevemente la teoria antica di Ohm.

Sia A la tensione della elettricità in un punto qualunque

di un conduttore percorso, in virtù di una causa qualunque, da correnti elettriche; Λ sarà funzione delle coordinate x, y, z di quel punto stesso. Con un ragionamento perfettamente simile a quello che si adopera nella teoria del calore, per dimostrare che la funzione della temperatura deve soddisfare alla equazione seguente,

$$(1) \quad \frac{d^2 \Lambda}{dx^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dy^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dz^2} = 0,$$

così nella teoria di Ohm si dimostra che la Λ deve, se esprime la tensione elettrica soddisfare alla equazione stessa. E come si esprime nella teoria del calore il flusso fra due sezioni infinitamente prossime e parallele di un'elemento del conduttore, così, se α è la conducibilità si esprime nella teoria di Ohm con

$$(2) \quad F = -k \left(\frac{d\Lambda}{dx} \cos \alpha + \frac{d\Lambda}{dy} \cos \beta + \frac{d\Lambda}{dz} \cos \gamma \right) \omega,$$

l'efflusso elettrico, ossia la quantità di elettricità che passa nell'unità di tempo normalmente e per la sezione ω di un elemento conduttore la di cui direzione fa con gli assi gli angoli α, β, γ . Il secondo membro della (2) diviso per ω esprimendo la quantità suddetta riferita all'unità di sezione, sarà la *densità della corrente*, e le derivate di Λ per x, y, z saranno le componenti della forza elettro-motrice propria del punto (x, y, z) .

I valori di α, β, γ per cui F diventa massimo sono dati da ciascun differenziale diviso per $\sqrt{\frac{d^2 \Lambda}{dx^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dy^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dz^2}}$. Così date le tre componenti $\frac{d\Lambda}{dx}, \frac{d\Lambda}{dy}, \frac{d\Lambda}{dz}$ secondo gli assi, il valore della corrente si deduce come nel caso della composizione delle forze.

Quindi per determinare Λ è evidente che, qualora alcuna quantità di elettricità non si disperda dal conduttore al mezzo

dell'ambiente, si dovrà porre insieme alla $d^2 \Lambda = 0$, la seguente

$$(3) \quad \frac{d \Lambda}{d x} \cos \alpha, + \frac{d \Lambda}{d y} \cos \beta, + \frac{d \Lambda}{d z} \cos \gamma, = 0,$$

ove α, β, γ , si riferiscono alla normale alla superficie del conduttore. Ciò posto sarà sempre possibile, dato che sia il modo col quale la pila è posta in comunicazione col conduttore di determinare una funzione Λ che soddisfi alle anzidette equazioni di condizione. Per alcune cose del seguito, sarà sempre utile il ricordarsi che è facile dimostrare col mezzo della (2) che in ogni punto di un corpo si può sempre fissare una direzione, secondo la quale F ha un valore massimo, e che normalmente a quella F è nulla, e che le intensità in tutte le altre direzioni si possono sempre ottenere decomponendovi, come nel caso delle forze, la corrente massima.

Abbenchè queste equazioni siano state trovate seguendo delle ipotesi, e delle analogie col movimento di un supposto fluido che dapprima non servirono che ad allontanare la fiducia dei pratici dalla teoria di Ohm; pure esse, limitate come le abbiamo esposte, si devono ora prendere come l'espressione di un fatto, come dati dell'esperienza; ma non già che sia dimostrato che Λ sia la tensione variabile sul conduttore, questo nò (*); si può prendere come dimostrato che quelle equazioni conducono sempre a calcolare giustamente la distribuzione della corrente in un corpo conduttore, in comunicazione con i reòfori della pila. Così per quelle equazioni, in un caso particolare, la verifica sperimentale non si dovrebbe mai pretendere dal piano di prova, quando anche fosse possibile usar tal mezzo, ma bensì dal galvanometro. E questo istrumento serve mirabilmente per tali esperienze; perchè con esso si possono tracciare sul corpo assai facilmente le linee così dette di livello ove Λ è costante, e così sperimentare, non già valori numerici particolari, ma la forma algebrica della Λ ; allo

(*) Kolhrausch col suo metodo non sperimentò il valore della tensione, ma bensì del potenziale.

stesso Kirchhoff si deve tal modo di analisi sperimentale. Del resto io non ho dette le ultime precedenti avvertenze che per ragione di ordine nell'esposizione dei lavori che esporrò, e so bene che ormai devo supporre nel lettore la perfetta conoscenza della teoria di Ohm, e delle applicazioni che ne sono state fatte da qualche tempo.

§. 18. Sempre per solo amore di chiarezza e di ordine, facciamo prima di continuare nel nostro soggetto, la prima e la più comune applicazione che sia mai stata fatta delle formule di Ohm, e ritenendo ad *u* l'antico significato di *tensione elettrica*.

Siccome nelle idee teoriche di Ohm, l'azione a distanza, secondo la legge di Coulomb, è tacitamente esclusa, e che infine, salvo le diverse denominazioni, tutto procede come nella teoria del calore quando non vi si considera la influenza dell'irraggiamento a distanza, ossia del calore raggiante, così applicando le anzidette formule al caso di un filo che congiunga i poli di una pila, noi insieme con Ohm ci permetteremo di semplificare i calcoli supponendo quel filo steso in linea retta, e solamente soggetto alla condizione che la pila mantenga permanenti due valori $+a$, $-a$ alle due estremità, e che niuna quantità di elettrico si disperda nell'ambiente. Ben si intenda che se quest'ultima condizione mancasse, si sortirebbe anche dai limiti in cui quelle equazioni si possono, come almeno mi pare, ritenere dimostrate dalla esperienza.

Sia dunque quel filo steso secondo le x , e il suo punto di mezzo corrisponda a $x = 0$. Allora la prima equazione si ridurrà a

$$\frac{d^2 \Lambda}{dx^2} = 0,$$

e si avrà:

$$\Lambda = cx + c_1.$$

Se poi l è la lunghezza del filo si avrà:

$$+a = c \frac{l}{2} + c_1, \quad -a = -c \frac{l}{2} + c_1,$$

e perciò:

$$c_1 = 0 \quad , \quad 2a = cl \quad ,$$

e finalmente:

$$\Lambda = \frac{2a}{l} x \quad .$$

Questa formula esprime la legge della variazione della così detta tensione lungo un circuito galvanico; e la seconda equazione di condizione darà, col segno — perchè la corrente è nel nostro caso diretta in senso contrario alle x positive,

$$E = - \frac{2ak}{l} \omega \quad ,$$

che esprime la forza della corrente, quando $2a$ è la differenza fra le tensioni estreme, k la conducibilità del filo, e ω la sua sezione.

Per una rete qualunque di fili che serva a chiudere il circuito il calcolo seguita sempre ad essere facilissimo, ma non sarà forse inutile che io citi la piccola Memoria che il nostro Belli inserì in questo Giornale su tal caso particolare.

Nell'antica teoria si sottintende che, variando in un modo qualunque la forma del filo, piegandolo cioè in un modo qualunque, pur di non farvi nodi, la espressione di ω resti sempre uguale a quella che abbiamo trovata; cioè che indicando con s una lunghezza qualunque misurata sul filo stesso si abbia sempre:

$$\Lambda = \frac{2as}{l} \quad , \quad F = - \frac{2ak}{l} \omega \quad .$$

Questa indipendenza del valore di ω dalla forma del filo, repugna con le idee generali che ci siamo fatte nella elettrostatica, sul modo di agire a distanza della elettricità; ma d'altronde il valore di F che ne è risultato è conforme alla esperienza, e perciò dimostra indirettamente la esattezza della for-

ma analitica che esprime α . Ma ricordiamoci che nulla sperimentalmente ha dimostrato che ciò che noi chiamiamo α esprima ciò che i fisici hanno diritto di chiamar *tensione*.

In un corpo conduttore di forma qualunque, ed elettrizzato in modo qualunque, si chiama *tensione* la risultante delle forze, normale alla superficie in quel tal luogo qualunque considerato. Come si può anche vedere nella nominata teoria di Betti, quella forza alla superficie, per un punto di questa è proporzionale alla densità dell'elettrico nel luogo a cui appartiene quel punto, e quindi, siccome bisogna valutare la forza sopra un elemento di superficie, si dovrà moltiplicare la forza che è esercitata sopra un sol punto per la densità, e ciò introdurrà il quadrato della densità stessa; così la tensione di un luogo qualunque della superficie sarà proporzionale a quel quadrato, come fu già da antico dimostrato.

§. 19. Propose il Kirchhoff che la Λ stesse a significare la *funzione potenziale* della elettricità libera distribuita nel conduttore durante il passaggio della corrente, e di assumere secondo tale premessa la intensità della corrente in un punto qualunque, secondo una data qualunque direzione, proporzionale alla derivata della stessa funzione presa secondo la direzione medesima. Tali premesse non variano la forma delle equazioni di condizione, nei limiti in cui hanno avuta l'approvazione della esperienza. Posto infatti che alcuna dispersione non abbia luogo nel mezzo ambiente la derivata della funzione potenziale alla superficie, presa secondo la normale dovrà uguagliarsi a zero, e perciò sussisterà sempre la (2) del paragrafo 18.º; e posto che non vi siano forze a distanze esteriori al conduttore atte ad eccitarvi correnti, la condizione perchè sia raggiunto l'equilibrio dinamico conduce alla (1) dello stesso paragrafo, anche secondo la nuova interpretazione data alla Λ . Ma tale interpretazione lega assieme le teorie della elettro-statica con quella della diffusione delle correnti: nella elettro-statica la funzione potenziale deve avere lo stesso valore per tutti i punti del corpo, per cui la derivata anzidetta è zero per tutti quei punti e non vi può esser corrente; e nella teoria di Kirchhoff tale valore è variabile, ma legato alla

condizione che la quantità di elettricità che invade ad ogni istante un elemento di volume del conduttore, sia uguale a quella che dall'elemento stesso sorte per diffondersi nel conduttore.

Nella teoria antica, quale la diede Ohm, la distribuzione della elettricità nel corpo, è data dalla prima soluzione del problema, cioè dal valore di Δ ; e se si tratta del caso in cui il corpo possa piegarsi e assumere forme differenti senza modificarsi sensibilmente nelle sue condizioni materiali di continuità, ossia senza variare le distanze s fra i suoi punti, misurate non in senso assoluto, ma sul corpo medesimo, come nel caso di un filo sottile, o di una lamina, la distribuzione della elettricità sul conduttore riesce indipendente dalla sua forma, il che par quasi impossibile a conciliarsi con tutto il rimanente dei fenomeni elettrici: ma nella teoria di Kirchhoff la distribuzione di quella elettricità libera si deve rilevare dal valore di Δ , determinato che sia da quelle anzidette condizioni; e il problema sarà di determinare la distribuzione della densità della elettricità alla superficie del conduttore, data che sia la forma della funzione potenziale e quella del conduttore; e ciò sarà sempre possibile seguendo il noto teorema di Green esposto già nella teoria citata, del Betti. Così nel caso del filo conduttore trattato nel paragrafo 18.°, la soluzione data del problema non varierà, ma ad ogni nuova forma che si vorrà dare al filo, spetterà una particolare distribuzione della elettricità libera alla sua superficie.

Nei tomi 100 e 102 del giornale del Poggendorff, Kirchhoff trattò una questione che era stata dapprima trattata dal Thompson. La questione era di determinare il movimento della elettricità in un conduttore, quando l'equilibrio dinamico non è ancora raggiunto, cioè quando lo stato elettrico dipende ancora dal tempo. Abbenchè il modo col quale il Kirchhoff trattò la questione, contenga troppo di ipotetico, anche astrazione fatta da quello che ancora rimane da dimostrarsi nella sua precedente teoria, pure l'esporlo sarà per noi utile, per farci un'idea chiara della teoria stessa, che è ora universalmente accettata dai fisici tedeschi, e che dovremo spesso citare in questa rivista.

§. 20. Siano x, y, z le coordinate di un punto qualunque del conduttore; u, v, w le componenti secondo gli assi della densità della corrente nel detto punto. Queste componenti dovranno farsi uguali al prodotto delle forze elettro-motrici, esercitate sull'unità di elettricità nel punto (x, y, z) , moltiplicate per la conducibilità k , del detto punto.

La forza elettro-motrice eccitata in (x, y, z) dipenderà, in parte dalla azione della elettricità libera diffusa nel conduttore, e in parte dalle azioni induttive che risulteranno dalle variazioni nelle quantità di elettricità in moto nei diversi luoghi del conduttore. Le componenti colle quali la elettricità libera agisce sull'unità di elettricità positiva saranno espresse da

$$-\frac{d\Lambda}{dx}, \quad -\frac{d\Lambda}{dy}, \quad -\frac{d\Lambda}{dz};$$

e siccome all'azione sulla elettricità positiva deve esser sommato quella sulla elettricità negativa, avremo per la parte delle componenti della forza elettro-motrice relative a Λ , le espressioni

$$-2 \frac{d\Lambda}{dx}, \quad -2 \frac{d\Lambda}{dy}, \quad -2 \frac{d\Lambda}{dz}.$$

La forza elettro-motrice dipendente da una variazione di quantità è espressa da Weber con

$$-\frac{a}{2} \frac{ds ds'}{r} \cdot \frac{di}{dt} \frac{dr}{ds'} \cos \phi,$$

ossia, essendo le altre variabili indipendenti dal tempo, con la derivata relativamente a t della espressione

$$(a) \quad -\frac{a}{2} \frac{ds ds'}{r} i \frac{dr}{ds'} \cos \phi.$$

Ma si pose già $i = a e c$; ed $e c$ è la quantità di elettricità che attraverserebbe nell'unità di tempo la unità di se-

zione. Se u' , v' , w' sono i valori delle componenti della densità della corrente nel punto (x', y', z') , secondo quello che dicemmo nel precedente paragrafo,

$$\frac{u'}{\omega'} \quad , \quad \frac{v'}{\omega'} \quad , \quad \frac{w'}{\omega'} \quad ,$$

saranno i coseni degli angoli che la direzione della corrente di massima densità farà con gli assi delle x , y , z , e la massima quantità di elettricità in moto nel punto x' , y' , z' e che nell'unità di tempo attraverserebbe l'unità di sezione sarebbe da uguagliarsi ad ω' . Poniamo dunque nell'anzidetta formula (a) di Weber ω' invece di $e c$, dividiamola per ds , ed a ds , si sostituisca l'elemento di volume $dx' dy' dz'$. Nel punto (x, y, z) si considererà l'induzione successivamente esercitata secondo l'asse delle x , secondo quello delle y , e secondo quello delle z ; così $\cos \phi$ sarà fatto successivamente uguale a

$$\frac{x - x'}{r} \quad , \quad \frac{y - y'}{r} \quad , \quad \frac{z - z'}{r} \quad ,$$

e il coseno $\frac{dr}{ds'}$ che la r fa con la direzione di ω' sarà espresso da

$$\left(u' (x - x') + v' (y - y') + w' (z - z') \right) \frac{1}{r \omega'} .$$

Perciò facendo

$$U = \iiint \frac{x - x'}{r^3} A \, dx' \, dy' \, dz' \quad ,$$

$$(b) \quad V = \iiint \frac{y - y'}{r^3} A \, dx' \, dy' \, dz' \quad ,$$

$$W = \iiint \frac{z - z'}{r^3} A \, dx' \, dy' \, dz' \quad ,$$

$$A = u' (x - x') + v' (y - y') + w' (z - z') \quad ,$$

le parti di quelle componenti relative a quelle variazioni di densità saranno espresse da

$$-\frac{a^2}{2} \frac{dU}{dt}, \quad -\frac{a^2}{2} \frac{dV}{dt}, \quad -\frac{a^2}{2} \frac{dW}{dt}.$$

Kirchhoff dà al coefficiente a una forma diversa, determinandone con la così detta formula fondamentale di Weber il valore nel caso in cui due masse sono supposte muoversi mantenendo fra di loro costante la stessa velocità relativa; e di valor tale c che l'azione reciproca data dalla formula stessa sia zero. Così in questo caso la data formula di Weber darà la equazione

$$1 - \frac{a^2}{16} \frac{d^2 r^2}{dt^2} = 0, \quad 1 - \frac{a^2}{16} c^2 = 0,$$

onde quelle ultime componenti saranno espresse da

$$-\frac{8}{c^2} \frac{dU}{dt}, \quad -\frac{8}{c^2} \frac{dV}{dt}, \quad -\frac{8}{c^2} \frac{dW}{dt}.$$

Se dunque k è la conducibilità del conduttore per l'elettrico supposta costante, si avranno le equazioni.

$$(1) \quad u = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{dU}{dt} \right),$$

$$(2) \quad v = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dy} + \frac{4}{c^2} \frac{dV}{dt} \right),$$

$$(3) \quad w = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dz} + \frac{4}{c^2} \frac{dW}{dt} \right);$$

Se ε esprime la densità variabile dell'elettrico nell'interno del corpo, ed e' la densità alla superficie, si avrà, come è noto,

$$(4) \quad \Lambda = \iiint \frac{dx' dy' dz'}{r} \varepsilon' + \iint \frac{dS'}{r} e';$$

il primo integrale va esteso a tutto l'interno, ed il secondo alla superficie soltanto del conduttore.

§. 21. Alle precedenti equazioni bisogna agglungerne altre due, che si ottengono come le enunciate ed analoghe equazioni di simil forma, nella idrodinamica. Vale a dire: consideriamo il parallelepipedo $dx dy dz$; per la faccia $dy dz$, la di cui coordinata è x , passa entrando nel parallelepipedo la quantità di elettricità positiva $u dt dy dz$, ma cangiando x in $x + dx$, u diviene $u + \frac{du}{dx} dx$, e perciò dal parallelepipedo sorte dalla faccia opposta alla già considerata, la quantità di elettricità positiva, $\left(u + \frac{du}{dx} dx \right) dt dy dz$, onde il detto parallelepipedo guadagna $-\frac{du}{dx} dx dy dz dt$ di elettricità positiva. Ma per le stesse ragioni, siccome in direzione opposta a quella secondo cui si muove la positiva, scorre la elettricità negativa, così si dimostrerà che per l'entrata e l'uscita di quest'ultima elettricità da quelle due facce, il parallelepipedo guadagnerà $-\frac{du}{dx} dx dy dz dt$ di elettricità negativa; e lo stesso calcolo dovendosi ripetere per le altre due facce $dx dy$ e $dx dz$, l'aumento $d\epsilon dx dy dz dt$ nella quantità ϵ di elettricità allo stato di corrente, si dovrà prendere uguale alla somma delle due quantità anzidette e si avrà la equazione

$$(5) \quad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{d\epsilon}{dt},$$

equazione valida per l'interno del conduttore.

Quando lo stato elettrico del corpo rimane invariabile col tempo, come nel caso delle equazioni (1), (2), (3) del paragrafo 16, la precedente (5) si riduce alla stessa forma della (1) del paragrafo stesso; come in fatti si può in simil caso vedere da ciò a cui si riducono le (1), (2), (3) del paragrafo 20.

Per ciò che riguarda la superficie del conduttore la precedente non vale, e vuolsi allora considerare questo caso con

un' altra equazione di condizione, che si ottiene considerando in modo simile al praticato precedentemente per l'elemento di volume nell'interno del corpo, l'aumento $\frac{d e}{d t}$ della densità dell'elettrico nell'elemento di superficie. Così se N , è la normale alla superficie all'interno del conduttore si avrà

$$(6) \quad u \cos (N, x) + v \cos (N, y) + w \cos (N, z) = - \frac{1}{2} \frac{d e}{d t};$$

in fatti secondo anche quello che dicemmo nel paragrafo 17, il primo membro della precedente, moltiplicato per $- d s d t$ esprimerà la perdita di elettricità positiva dal conduttore per l'elemento $d s$ nel tempo $d t$, ed anche nello stesso modo esprimerà la quantità di elettricità negativa che entrerà nel conduttore normalmente all'elemento stesso; e $\frac{d e}{d t}$ esprimerà l'aumento nella quantità di elettricità fuori del conduttore sull'elemento di superficie nel tempo $d t$.

§. 22. Le (1), (2), (3), (4), (5), (6) precedenti sono dunque le equazioni che si deducono dalla nuova teoria di Kirchhoff. Da queste equazioni andremo a dedurne un' altra assai rimarcabile, ed utile nelle applicazioni.

Ognun vede che si ha

$$\frac{d u}{d x} + \frac{d v}{d y} + \frac{d w}{d z} = - 2 k \left[\frac{d^2 \Lambda}{d x^2} + \frac{d^2 \Lambda}{d y^2} + \frac{d^2 \Lambda}{d z^2} + \frac{4}{c^2} \frac{d}{d t} \left(\frac{d U}{d x} + \frac{d V}{d y} + \frac{d W}{d z} \right) \right]$$

Ma siccome si ha pure

$$U = \iiint \frac{d}{d x} \frac{1}{r} \Lambda d x d y d z, \quad V = \iiint \frac{d}{d y} \frac{1}{r} \Lambda d x d y d z, \quad W = \iiint \frac{d}{d z} \frac{1}{r} \Lambda d x d y d z$$

Si avrà anche

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = - \iiint dx' dy' dz' \left(u' \frac{d \frac{1}{r}}{dx^2} + v' \frac{d \frac{1}{r}}{dy^2} + w' \frac{d \frac{1}{r}}{dz^2} \right),$$

giacchè:

$$\frac{d^2 \frac{1}{r}}{dx'^2} + \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dy'^2} + \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dz'^2} = 0.$$

Ora si osservi che si ha

$$\frac{d \frac{1}{r}}{dx} = - \frac{d \frac{1}{r}}{dx'}, \quad \frac{d \frac{1}{r}}{dy} = - \frac{d \frac{1}{r}}{dy'}, \quad \frac{d \frac{1}{r}}{dz} = - \frac{d \frac{1}{r}}{dz'}.$$

e sostituiti questi valori nella equazione precedente, si faccia una prima integrazione per parti, integrando il primo termine per x' il secondo per y' , ed il terzo per z' ; e poi si osservi che se N' e dS' sono la normale e l'elemento della superficie, si avrà

$$dy' dz' = dS' \cos(N' x), \quad dx' dz' = dS' \cos(N' y),$$

$$dx' dy' = dS' \cos(W' z'),$$

onde si otterrà

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = & - \iint \frac{dS'}{r} \left(u' \cos(W' x) + v' \cos(N' y) + w' \cos(N' z) \right) \\ & - \iiint \frac{dx' dy' dz'}{r} \left(\frac{du'}{dx'} + \frac{dv'}{dy'} + \frac{dw'}{dz'} \right); \end{aligned}$$

ed in forza delle (4), (5), (6), (7), si avrà

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda}{dt}.$$

Ma secondo la teoria del potenziale si deve avere

$$\frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dy^2} + \frac{d^2 \Lambda}{dz^2} = -4\pi\varepsilon,$$

per cui siamo condotti alla equazione

$$(7) \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = -8k \left(2\pi\varepsilon - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \Lambda}{dt^2} \right).$$

§. 23. Il Kirchhoff fece già da qualche tempo un applicazione delle sue formule che fu poi spesso citata, ma forse non sempre opportunamente, da alcuni fisici che si occuparono del modo e della durata della scarica della bottiglia di Leida.

Vero è che le condizioni nelle quali sperimentarono quei fisici, dei quali nella rivista passata in questo Giornale ho riportate le esperienze, erano immensamente diverse da quelle semplicissime in cui è forza limitare questo genere di applicazioni analitiche, mentre il fenomeno della così detta *scarica oscillante* non fu osservato sin' ora che facendo uso di spirali, o di circuiti di molta lunghezza e resistenza, e di cui le differenti parti reagivano l'una sull'altra, in modo che nel calcolo si sarebbe dovuto tener conto di tale reazione, che forse è la causa principale di quel fenomeno. Ed è mi pare ancor vero che per quanto ingegnosa ed utile che possa essere, per il progresso della elettro-dinamica, la teoria precedente di Kirchhoff, pure non si ha la certezza che essa sia stata così fortunata, da aver tenuto conto di tutte le cause fondamentali del fenomeno che vuol calcolare; perchè essa non derivò direttamente dalla esperienza, ed anche essa contiene dei dati ipotetici per quelle cause ancora di cui tenne conto; sì perchè la bella modificazione che Kirchhoff fece alla teoria di Ohm ha, per quanto plausibile possa per ora sembrarci, bisogno ancora dell'appoggio della esperienza, sì perchè il modo col quale il Kirchhoff valuta la induzione fra le differenti parti di un circuito avrebbe d'uopo che la formula di Weber fosse dimostra-

ta d'accordo con la esperienza indipendentemente dalla condizione dei circuiti chiusi e filiformi. Queste osservazioni non sono fatte per una critica a dei lavori teorici che stimo debbano riescire molto utili per il progresso della fisica, e pei quali cerco per parte mia di renderne abbastanza comune la cognizione fra noi; io vo facendo talune osservazioni per amor di chiarezza; e perchè credo che l'utilità di quelle teorie sia soggetta alla condizione che sia sempre ben disegnata la linea che in questo campo di ricerche divide la parte certa, da quella che non lo è ancora, pur anche quando sembri quest'ultima probabilissima nello stato attuale della fisica. Ma del resto ci dobbiamo affrettare a riconoscere che in questo genere di fenomeni non si può sperare di subito ricavare tutto direttamente dalla esperienza; e che per progredire è pur forza procedere per ipotesi, facendole però le più semplici possibili.

Veniamo ora ad esporre l'applicazione suddetta della teoria del Kirchhoff, che è quella del caso di un cilindro conduttore il di cui asse sia quello delle x , e quando la elettricità è uniformemente distribuita attorno l'asse medesimo.

§. 24. L'asse del cilindro conduttore coincide con quello delle x , e pongasi

$$y = \rho \cos \phi \quad , \quad z = \rho \sin \phi \quad ,$$

ed in generale

$$y' = \rho' \cos \phi' \quad , \quad z' = \rho' \sin \phi' \quad .$$

Siano σ , e σ' le densità della corrente in direzione normale alle x , onde sarà

$$v = \sigma \cos \phi \quad , \quad w = \sigma \sin \phi \quad ,$$

mentre che per u avremo sempre la espressione più generale

$$(8) \quad u = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{dU}{dt} \right) .$$

sostituzioni fatte nel valore di Λ , e perciò di U , si ritroverà

$$(9) \quad U = \int \frac{dx' \rho' d\rho' d\phi'}{r^3} (x-x') \left(u'(x-x') + \sigma' [\rho \cos(\phi-\phi') - \rho'] \right).$$

Se α è il raggio del cilindro si avrà anche

$$(10) \quad \Lambda = \int \frac{dx' \rho' d\rho' d\phi'}{r} e' + \alpha \int \frac{dx' d\phi'}{r} e'.$$

Il cangiamento di variabili che abbiamo adottato conduce alla

$$\frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dy} = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma\rho}{d\rho},$$

onde si avrà la seguente,

$$(11) \quad \frac{du}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho\sigma}{d\rho} = -\frac{1}{2} \frac{d\epsilon}{dt}.$$

I coseni che la parte interna della normale fa con gli assi delle x, y, z , sono $-\cos\phi$, $-\sin\phi$, e zero, così la (6), darà

$$(12) \quad \sigma = \frac{1}{2} \frac{de}{dt}.$$

Sia l la lunghezza del cilindro conduttore, e sia il suo punto di mezzo all'origine delle coordinate, talchè le integrazioni si estendano da $x' = -\frac{l}{2}$, ad $x' = +\frac{l}{2}$

Poniamo

$$x' - x = \xi, \quad \text{onde } dx' = d\xi;$$

ed

$$r^2 = \xi^2 + \beta^2,$$

$$\beta^2 = \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\rho - \rho').$$

Il secondo dei due integrali che formano il valore di Λ diverrà

$$\iint \frac{d\xi \cdot d\phi' \cdot e'}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}};$$

ma siccome e' è indipendente da ϕ nel nostro caso, determiniamo prima di tutto il valore di

$$\int_{-\frac{l}{2}-\infty}^{\frac{l}{2}-\infty} \frac{d\xi e'}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}}.$$

Per tale oggetto si può sviluppare e' secondo la nota serie del Taylor,

$$e' = e + \frac{d e}{d x} \xi + \frac{d^2 e}{d x^2} \frac{\xi^2}{1 \cdot 2} + \dots,$$

ed allora avremo da considerare tanti termini della forma

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \dots n} \cdot \frac{d^n e}{d x^n} \int \frac{\xi^n d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}}.$$

Ma si suppone α infinitamente piccolo, e quindi anche β ; ed osservando che si ha generalmente

$$\int \frac{\xi^n d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = \frac{1}{n} \xi^{n-1} \sqrt{\beta^2 + \xi^2} - \frac{n-1}{n} \beta^2 \int \frac{\xi^{n-2} d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}},$$

e

$$\int \frac{d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = \log (\xi + \sqrt{\beta^2 + \xi^2}),$$

$$\int \frac{\xi d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = \sqrt{\beta^2 + \xi^2};$$

e che ai limiti si ha,

$$\int \frac{d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = 2 \log \frac{\sqrt{l^2 - 4x^2}}{\beta},$$

il Kirchhoff limita la serie al suo solo primo termine: limitandosi al caso in cui il valore di β basti a rendere quel primo termine infinitamente più grande di tutti gli altri. Allora si ha, per quelle parti relativamente lontane dalle estremità del conduttore,

$$\int \frac{e' d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = 2e \log \frac{\sqrt{l^2 - 4x^2}}{\beta},$$

oppure anche, stante le anzidette limitazioni e per semplificare i calcoli

$$\int \frac{e' d\xi}{\sqrt{\beta^2 + \xi^2}} = 2e \log \frac{l}{\beta}.$$

Si osservi ora che si ha

$$\int_0^{2\pi} \log \beta d\phi' = 2\pi \log \rho', \quad \text{quando } \rho' > \rho;$$

e si avrà

$$\alpha \int \frac{dx' d\phi'}{r} e' = 4\pi \alpha e \log \frac{l}{\alpha}.$$

Indicando con ε_0' il valore di ε nel punto (x, ρ', ϕ') , un calcolo simile al precedente condurrà per la prima parte del valore di Λ al valore

$$\int \frac{\varepsilon' dx'}{r} = 2\varepsilon_0' \log \frac{l}{\beta},$$

e quindi a

$$\int \log \beta d\phi' = 2\pi \log \rho', \quad \text{quando } \rho' > \rho,$$

$$\int \log \beta d\phi' = 2\pi \log \rho, \quad \text{quando } \rho' < \rho,$$

così avremo

$$\Lambda = 4\pi \log \frac{l}{\alpha} \int_0^{\alpha} \rho' d\rho' \epsilon_0' + 4\pi e \log \frac{l}{\alpha},$$

e ponendo

$$2\pi \alpha e + 2\pi \int_0^{\alpha} \rho' d\rho' \epsilon_0' = E$$

si avrà finalmente

$$(13) \quad \Lambda = 2E \log \frac{l}{\alpha}.$$

La lettera E indicherà la quantità di elettricità libera che è contenuta nell'elemento del filo.

Col metodo precedentemente seguito si può trattare il valore di U della (9) di questo paragrafo. Sviluppando u' e σ' per le potenze di ξ , ed indicando con u_0' e σ_0' i valori di u e σ corrispondenti al punto (x, ρ') perviene così il Kirchhoff alla formula approssimativa

$$U = 4\pi \log \frac{l}{\alpha} \int \rho' d\rho' u_0'.$$

E se si indica con i la quantità di elettricità la quale nell'unità di tempo scorre per una sezione del filo, la precedente equazione darà

$$U = 2i \log \frac{l}{\alpha}.$$

Tali valori di U e di Λ sostituiti nella (8) precedente, daranno

$$u = -4\pi \log \frac{l}{a} \cdot k \left(\frac{dE}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{di}{dt} \right).$$

Ma il primo membro della precedente equazione è indipendente da ρ , per cui lo sarà anche u , e perciò si potrà semplicemente porre $i = \pi \alpha^2 u$, ed avere

$$(14) \quad i = -4\pi \alpha^2 k \log \frac{l}{a} \left(\frac{dE}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{di}{dt} \right),$$

Si ottiene una seconda equazione fra i ed E , per mezzo delle (11) (12). Moltiplicando la prima per $\rho d\rho d\phi$, ed integrando sulla sezione del filo, e poi moltiplicando la seconda per $2\pi x$ si avrà

$$(15) \quad \frac{di}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{dE}{dt}.$$

Siccome in tutte queste riduzioni non si sono valutate che le azioni degli elementi prossimi a quell'elemento qualunque considerato, così il Kirchhoff crede che quelle formule ultime valgano anche per il caso in cui il filo non sia rettilineo, purchè le sue ripiegature non siano troppo vicine fra di loro.

Finalmente differenziando le (14) e (15) per t o per x onde combinandole fra loro eliminare E ed i , si avrà

$$(16) \quad 2a \frac{d^2 E}{dx^2} - b \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{dE}{dt} = 0$$

$$2a \frac{d^2 i}{dx^2} - b \frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{di}{dt} = 0$$

avendo posto

$$a = 4\pi \alpha^2 k \log \frac{l}{a}, \quad b = \frac{4a}{c^2}.$$

Nell'integrazione delle (18) si può introdurre la resistenza r del filo conduttore, in luogo della sua conducibilità μ , facendo uso della solita formula, e scrivendo perciò

$$r = \frac{1}{\pi \alpha^2 k} ;$$

e se di più si pone

$$\log \frac{l}{a} = \gamma ,$$

avremo

$$a = k \cdot \frac{l}{r} \gamma , \quad b = 16 \cdot \frac{l \gamma}{r c^2} .$$

§. 25. Nel caso in cui il filo formi una curva chiusa, Kirchhoff esprime i valori di E e di i cioè gli integrali delle (16) con funzioni periodiche.

Dunque secondo Kirchhoff si potrà porre $E = X \sin nx$, oppure $E = X \cos nx$, e indicando con X una funzione di t , e con nl un multiplo di $2n$, si otterrà, sostituzioni fatte, la equazione

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{c^2 r}{16 \gamma l} \frac{dX}{dt} + \frac{c^2 n^2}{2} X = 0 ,$$

il di cui noto integrale è

$$X = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} ,$$

dove C_1 e C_2 sono due costanti, e λ_1 , λ_2 sono i valori della espressione seguente

$$\frac{c^2 r}{32 \gamma l} \left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{32 \gamma}{c r \sqrt{2}} n l \right)^2} \right] ;$$

e perciò si avrà generalmente, ponendo $n\rho = 2\pi m$,

$$E = \sum \left(C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} \right) \sin m \frac{2\pi}{l} x \\ + \sum \left(C_1' e^{-\lambda_1 t} + C_2' e^{-\lambda_2 t} \right) \cos m \frac{2\pi}{l} x .$$

Una simile serie esprimerà anche i , e la (15) precedente introdurrà delle equazioni di condizione fra le costanti delle due serie, e si avrà:

$$i = - \sum \frac{1}{2n} \left(\lambda_1 C_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_2 t} \right) \cos 2\pi \frac{m}{l} x \\ + \sum \frac{1}{2n} \left(\lambda_1 C_1' e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2' e^{-\lambda_2 t} \right) \sin 2\pi \frac{m}{l} x .$$

Le costanti C saranno determinabili quando si conoscano le funzioni di x che corrispondono allo stato iniziale di E ed i , cioè quando $t = 0$. Al valore di E si sarebbe potuto aggiungere una costante.

Quando il radicale anzidetto che entra nel valore delle radici di λ_1 e λ_2 diventa immaginario, ognun sa la modificazione da farsi alla forma dell'integrale particolare X . Qui solamente osserveremo che il Kirchhoff considerando il caso in cui nell'anzidetto valore di λ , $h = \frac{c^2 r}{32 \gamma l}$ sia grandissimo di modo che si possa di fronte a lui trascurare la unità, esprime λ_1 e λ_2 per approssimazione nel seguente modo,

$$h \pm \frac{c n}{\sqrt{2}} \sqrt{-1} .$$

Ciò posto e facendo uso della formula generale

$$e^{y\sqrt{-1}} = \cos y + \sqrt{-1} \sin y$$

le serie precedenti si cangiano nelle seguenti, valide solo per approssimazione;

$$\begin{aligned}
 E &= e^{-ht} \sum A_m \cos m \frac{2\pi}{l} \frac{c}{\sqrt{2}} t \cdot \sin m \frac{2\pi}{l} x \\
 &\quad - e^{-ht} \sum A'_m \cos m \frac{2\pi}{l} \frac{c}{\sqrt{2}} t \cdot \cos m \frac{2\pi}{l} x \\
 i &= - \frac{c}{2\sqrt{2}} e^{-ht} \sum A_m \sin m \frac{2\pi}{l} \frac{c}{\sqrt{2}} t \cdot \cos m \frac{2\pi}{l} x \\
 &\quad + \frac{c}{2\sqrt{2}} e^{-ht} \sum A'_m \sin m \frac{2\pi}{l} \frac{c}{\sqrt{2}} t \cdot \sin m \frac{2\pi}{l} x ;
 \end{aligned}$$

E siccome i prodotti dei seni e coseni si possono cangiare in seni, o coseni delle somme o differenze degli archi, così si può scrivere generalmente

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{2} e^{-ht} \left[f \left(x + \frac{c}{\sqrt{2}} t \right) + f \left(x - \frac{c}{\sqrt{2}} t \right) \right] , \\
 i &= \frac{c}{2\sqrt{2}} e^{-ht} \left[f \left(x + \frac{c}{\sqrt{2}} t \right) - f \left(x - \frac{c}{\sqrt{2}} t \right) \right] .
 \end{aligned}$$

Queste formule sono simili a quelle che si ottengono per la propagazione del suono, e perciò sono suscettibili di esser discusse in modo analogo a quello ben conosciuto ed usato nella teoria della propagazione dei movimenti vibratorj in un fluido elastico, e da ciò il Kirchhoff trae la conseguenza che la propagazione della elettricità quando avvenga in certe date circostanze che permettano le approssimazioni di calcolo sopra esposte, si faccia con leggi simili molto a quelle del suono o della luce. È certamente superfluo l'avvertire che tale analogia fra la elettricità, e la propagazione delle onde, non implica in verun modo che la propagazione della prima si faccia

essenzialmente per movimenti vibratorî; quell' analogia consisterebbe nell' essere, in talune circostanze, variabili periodicamente col tempo, fino ad un certo limite, i valori di E e di i ; e ciò, costituirebbe la *scarica oscillante* della quale parliamo riferendo i lavori del Feddersen del Paalzoff, Oettingen nella passata rivista di questo giornale. Se non che rimane chiaro per i lavori di quei stessi fisici, ed anche per quelli che dovetti fare io stesso quando mi occupai di un apparecchio per la misura della velocità della scarica, che sono moltissime le circostanze che possono influire sul modo della scarica; e che sono tali che, se mai, difficilmente si potrebbero valutare nel calcolo, e che sono forse molto più influenti, nelle fatte esperienze, della sola causa di cui tenne conto il Kirchhoff col soccorso della formula di Weber.

Quando nelle formule del Kirchhoff (16) si considera c infinitamente grande esse si riducono alla forma

$$\frac{dE}{dt} = 2a \frac{d^2E}{dx^2},$$

che è quella della nota equazione nella teoria della propagazione del calore per conducibilità; e ciò per l' elettricità, in un caso diverso dal primo indicato, costituirebbe un' altra analogia di propagazione, la quale del resto era già stata avvertita, anzi adottata intieramente dalla antica teoria di Ohm.

§. 26. *Sul moto della elettricità nei conduttori, per Weingarten.* Nel tomo 61 del giornale del Crelle il Roch pubblicò un lavoro analitico che è un' applicazione del *potenziale* alla teoria delle azioni molecolari, ed al movimento della elettricità nei conduttori. Dissi già che per ora, in questa rivista almeno, non potevo trattenermi sull'esteso lavoro analitico del Roch, e che non farò che citare alcune equazioni da esso ottenute. Il Weingarten prese occasione da alcuni appunti che credè di fare al lavoro del Roch, e nello stesso giornale diede un'altra forma alle equazioni generali del Kirchhoff.

Queste equazioni sono, come già sappiamo, le seguenti .

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{dU}{dt} \right) \\ v = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dy} + \frac{4}{c^2} \frac{dV}{dt} \right) \\ w = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dz} + \frac{4}{c^2} \frac{dW}{dt} \right) \\ \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{d\varepsilon}{dt} \\ u \cos \lambda + v \cos \mu + w \cos \gamma = -\frac{1}{2} \frac{de}{dt} . \end{array} \right.$$

Avendosi sempre per U, V, W, Λ le equazioni (6) e (5) del paragrafo 18.

Anzi tutto il Weingarten osserva che si può scrivere, facendo $d\tau = dx dy dz$,

$$U = \int d\tau \left(\frac{\frac{d(x-x')u'}{r}}{\frac{d}{dx^2}} + \frac{\frac{d(x-x')v'}{r}}{\frac{d}{dy^2}} + \frac{\frac{d(x-x')w'}{r}}{\frac{d}{dz^2}} \right) \\ - \int \frac{d\tau}{r} (x-x') \left(\frac{du'}{dx'} + \frac{dv'}{dy'} + \frac{dw'}{dz'} \right) + \int \frac{u' d\tau}{r} .$$

Ed eseguendo in modo simile a quello praticato nel paragrafo 22 una integrazione sul primo degli integrali precedenti, si avrà, se $d\sigma$ è l'elemento di superficie ove λ', μ', ν' sono le normali

$$U = - \int \frac{(x-x')}{r} (u' \cos \lambda' + v' \cos \mu' + w' \cos \nu') d\sigma \\ - \int \frac{x-x'}{r} \left(\frac{du'}{dx'} + \frac{dv'}{dy'} + \frac{dw'}{dz'} \right) d\tau + \int \frac{u'}{r} d\tau ,$$

e con l'aiuto delle (1) di questo paragrafo, si avrà

$$U = \frac{1}{2} \int \frac{de'}{dt} \frac{(x-x')}{r} d\sigma + \frac{1}{2} \int \frac{d\varepsilon'}{dt} \frac{x-x'}{r} d\tau + \int \frac{u'}{r} d\tau .$$

Sia

$$\Lambda_2 = \frac{1}{2} \left(\int \varepsilon r d\tau + \int e' r d\sigma \right)$$

che è il potenziale che fu chiamato di seconda specie da Lamé, e si potrà porre

$$U = \frac{d^2 \Lambda_2}{dx dt} + \int \frac{u}{r} d\tau,$$

$$V = \frac{d^2 \Lambda_2}{dy dt} + \int \frac{v'}{r} d\tau,$$

$$W = \frac{d^2 \Lambda_2}{dz dt} + \int w' d\tau;$$

ed è d'altronde evidente che si ha

$$\frac{d^2 \Lambda_2}{dx^2} + \frac{d^2 \Lambda_2}{dy^2} + \frac{d^2 \Lambda_2}{dz^2} = \Lambda.$$

La sostituzione di tali valori conduce ad

$$u = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{d^3 \Lambda_2}{dx dt^2} + \frac{4}{c^2} \int \frac{1}{r} \frac{du'}{dt} d\tau \right),$$

$$v = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dy} + \frac{4}{c^2} \frac{d^3 \Lambda_2}{dy dt^2} + \frac{4}{c^2} \int \frac{1}{r} \frac{dv'}{dt} d\tau \right),$$

$$w = -2k \left(\frac{d\Lambda}{dz} + \frac{4}{c^2} \frac{d^3 \Lambda_2}{dz dt^2} + \frac{4}{c^2} \int \frac{1}{r} \frac{dw'}{dt} d\tau \right).$$

Se con queste ultime espressioni si forma la seguente

$$\Delta u = \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2},$$

osservando che la teoria del potenziale ci dà

$$\Delta \Lambda = -4\pi\varepsilon, \quad \Delta \Lambda_2 = \Lambda, \quad \Delta \int \frac{1}{r} \frac{du'}{dt} d\tau = -4\pi \frac{du}{dt},$$

si avrà

$$\Delta u = -2k \left(-4\pi \frac{d\varepsilon}{dx} + \frac{4}{c^2} \frac{d^2 \Lambda}{dx dt^2} - \frac{16\pi}{c^2} \frac{du}{dt} \right),$$

e con l'ajuto della relazione (8) del paragrafo 20, che si può scrivere nel modo seguente,

$$\frac{4}{c^2} \frac{d^2 \Lambda}{dt^2} = \frac{1}{2k} \frac{d\varepsilon}{dt} + 8\pi\varepsilon,$$

si potrà eliminare $\frac{d^2 \Lambda}{dt^2}$ ed avere le equazioni generali di condizione per il movimento della elettricità, trasformate nel modo seguente

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta u - \frac{32k\pi}{c^2} \frac{du}{dt} = -2k \left(4\pi \frac{d\varepsilon}{dx} + \frac{1}{2k} \frac{d^2 \varepsilon}{dx dt} \right), \\ \Delta v - \frac{32k\pi}{c^2} \frac{dv}{dt} = -2k \left(4\pi \frac{d\varepsilon}{dy} + \frac{1}{2k} \frac{d^2 \varepsilon}{dy dt} \right), \\ \Delta w - \frac{32k\pi}{c^2} \frac{dw}{dt} = -2k \left(4\pi \frac{d\varepsilon}{dz} + \frac{1}{2k} \frac{d^2 \varepsilon}{dz dt} \right), \\ \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{d\varepsilon}{dt}, \end{array} \right.$$

e per la superficie

$$u \cos \lambda + v \cos \mu + w \cos \nu = -\frac{1}{2} \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Se $u dx + v dy + w dz$ è in qualunque tempo una differenziale esatta le precedenti equazioni si semplificano, perchè allora si può scrivere invece di

$$\Delta u = \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2},$$

approfittando delle note equazioni di condizione perchè Δu sia una differenziale esatta, la seguente

$$\Delta u = \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy dx} + \frac{d^2 w}{dx dz} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 \varepsilon}{dt dx},$$

**RELAZIONE DELLE ESPERIENZE FATTE A BORDO DELLA PONTIFICIA
PIROCORVETTA L'IMMACOLATA CONCEZIONE PER DETERMINARE
LA TRASPARENZA DEL MARE; MEMORIA DEL P. A. SECCHI.**

§. 1. La trasparenza del mare e la visibilità del suo fondo alle diverse profondità è un elemento di somma importanza in vari casi della navigazione: da essa dipende non solo la conoscenza de' pericoli degli scogli o de' banchi, e la possibilità di poter ritrovare gli oggetti perduti, ma inoltre essa può dar gran lume per la teoria de' movimenti ondosi del mare, mettendo in chiaro se il torbido che vedesi in alcuni paraggi sia effetto dello smovimento del fondo a grande profondità, ovvero semplice visibilità del fondo stesso attraverso spessezze talora enormi di acqua. Benchè a stabilire gli elementi necessari alla soluzione di questo problema bastar possano de' facili esperimenti, pure la scienza ne è estremamente mancante. Il diligentissimo sig. Comm. Cialdi dopo avere indagato le opere più accreditate per trovarvi qualche risposta, ha rinvenuto un solo esperimento in Arago che fa a questo proposito (1). Questi riporta che il Cap. Bérard nel passaggio dall' Isola Wallis alle Mulgraves ha veduto un piatto posto in una rete a 40 metri di profondità. Questo stesso esperimento però lascia qualche cosa a desiderare, perchè non è indicata l' altezza del sole, nè lo stato del cielo durante l' osservazione.

§. 2. Le profondità maggiori a cui si pretende aver più o meno veduto il fondo, sono incerte e non dedotte da esperimenti diretti, come può vedersi nella sua opera *Sul moto ondoso del mare*.

(1) Arago Oeuvres tom. VII. pag. 487. 488.

§. 3. Sono quindi persuaso che riusciranno graditi quelli che sono stati istituiti a bordo della pirocorvetta pontificia *l'Immacolata Concezione* dal medesimo sig. comm. Cialdi, capitano di fregata comandante la marina pontificia e la detta pirocorvetta, il quale, nella persuasione che la mia presenza potesse riuscire utile per la parte ottica, ebbe la gentilezza di invitarmi a prendervi parte e a farne la discussione. Io lascerò a lui il trarre le importanti conseguenze che ne discendono per la teoria del moto ondoso del mare, essendo questo mio scritto destinato a far parte della succitata opera, e mi limiterò a descrivere i risultati relativi alla parte ottica, e ad esporre le conclusioni che ne discendono, e che sono importanti anche pei fisici.

§. 4. Il problema propostoci a risolvere era quello di determinare l'estremo limite di visibilità di un oggetto immerso nella profondità del mare. A tal fine il sig. commend. Cialdi fece preparare varii dischi di diametro e di colore differenti che doveano immergersi nel mare fino a perdersi di veduta.

Uno fu un piatto di maiolica del diametro di 0^m, 43 avente una piccolissima profondità di soli 2 centimetri circa. Il colore del piatto era il bianco delle maioliche più fine. Questo era ritenuto nel mezzo di un cerchio di ferro del diametro di 0^m, 60 mediante fili di ferro, che passando per piccoli fori fatti nell'orlo del piatto erano raccomandati al cerchio medesimo. Questi fili poi aggruppati in un solo capo formavano al disotto del centro del piatto un'ansa, alla quale potevasi attaccare un mediocre peso di piombo, per facilitare la sua discesa. Tre corde distribuite equidistantemente sulla circonferenza del cerchio di ferro, e riunite quindi a conveniente distanza in un solo capo, servivano a tenere il piatto perfettamente orizzontale nell'acqua. La corda che serviva all'immersione era distinta con nodi ad ogni 5 metri, per misurare la profondità più facilmente; l'intervallo tra i 5 metri misuravasi a mano con un metro ordinario.

§. 5. Siccome doveva ritenersi che la grandezza della superficie fosse per avere una influenza sulla visibilità de-

gli oggetti immersi; fu preparato un secondo cerchio di ferro del diametro di 2^m, 37 su cui si stese della tela da vele che fu inverniciata di bianco nitidissimo. Il cerchio di ferro era rinforzato da una crociata pure di ferro, e al centro di questa crociata eravi un anello a cui sospendere un pesante piombo da scandaglio. Alla circonferenza erano legate 4 corde eguali che riunivansi in una sola, alla quale si legava la sagola, o fune graduata come sopra. Prevedendo che il ritirare perpendicolarmente dall'acqua cotesta vasta superficie sarebbe stato assai difficile, si legò all'orlo del cerchio una seconda sagola, che durante l'immersione si lasciava lentissima, e poi tendevasi durante l'estrazione dall'acqua, onde così il cerchio veniva ritirato in costa senza la minima difficoltà. Durante gli esperimenti per facilitare la discesa normale del disco, si trovò utile di fare nel centro un foro del diametro di due decimetri, che ci servì anche per altri usi appresso.

§. 6. Per mia parte io avea disposto varii accessori ottici, sperando che mi dovessero essere utili, e oltre un buon binocolo, preparai varii polariscopi, un prisma di Nicol, una tormalina e una pila di lastre di cristallo, i quali arnesi venivano indicati dall'Arago come assai utili a diminuire la luce riflessa del mare e quindi a scorgere meglio il fondo, e aiutare la penetrazione della visuale dentro l'onda. Vi aggiunsi uno spettrometro e un barometro aneroide grafico di Hipp, cogliendo questa occasione per vedere quale utilità si potrebbe trarre in mare da questo strumento.

§. 7. Con questi preparativi fummo a bordo della Corvetta il 20 Aprile che messa in ordine di tutto punto dai sigg. capitani cav. Polomba, com. in 2°, e cav. Castagnola, ci aspettava fuori del porto di Civitavecchia. S. E. Monsig. Randi delegato di Civitavecchia ed altri signori ci vollero onorare in questo primo giorno di loro presenza. I detti signori capitani poi, e tutto l'equipaggio si prestarono con somma premura e amore straordinario, e con rara abilità in tutti gli esperimenti, onde la riuscita loro fosse la migliore che potesse desiderarsi.

Alle 2 pom. si diè moto alla macchina e si prese il largo per fare uno sperimento preparatorio, essendo il sole già troppo basso per uno studio definitivo.

Per non ripetere ogni volta le stesse cose, diremo quale era in ciascun caso la maniera di operare.

§. 8. In ogni esperimento si faceva primieramente fermare la macchina a vapore della Corvetta e si aspettava che la nave fosse ben ferma. Indi si scandagliava e notavasi la profondità del mare e la natura del fondo. Poscia procedevansi all'immersione del piatto piccolo prima dal lato dell'ombra del bastimento, poi da quello del sole. Questo si faceva per vedere che influenza avesse l'ombra del bastimento e il riflesso del sole sull'acqua. Calato che era il piatto veniva esso seguitato collo sguardo con gran cura, non solo da me ma da quanti erano liberi a farlo, e si domandava loro come lo vedessero. Quando poi veniva ad esser perduto di vista, si notava la profondità, quindi si ritirava su fino a tanto che fosse ritornato a vedersi ben preciso e distinto, e poi si ricalava al basso finchè sparisse nuovamente. Qualcuno anche era mandato sull'alto degli alberi, mentre io ed altri stavamo ora a bordo del bastimento a 4 metri circa sopra l'acqua, ora sulle lance o imbarcazioni, per guardare più da vicino all'acqua che fosse possibile. Il voto definitivo della disparizione si concludeva dalla testimonianza di tutti quelli che stavano in identiche circostanze, ed in questo fatto ebbi una prova che la mia vista non era inferiore a quella degli altri marinai, i quali in questa parte sono esperti assai per la pratica che hanno di stare sempre in attenta sorveglianza di ciò che accade attorno a loro. La discordanza, se talora vi fu, trovossi di una frazione di metro.

Ogni immersione come dissi era d'ordinario almeno doppia, cioè che dopo perduto di vista il piatto si ritirava di nuovo fino a rivederlo bene e poi si riaffondava: l'affondamento si andava rallentando a mano a mano che si rendeva più debole la sua visibilità; ed era raro che fra le due immersioni la differenza fosse maggiore di mezzo metro, e il medio delle due misure era notato a libro imme-

diatamente. Gli osservatori e quelli che tenevano la corda di misura stavano sempre perpendicolari sul piatto, onde una volta che avemmo un trasporto sensibile prodotto da una corrente, tanto la misura che l'osservazione fu fatta dalle lance: ma questo nelle altre circostanze non fu necessario, non essendovi corrente che disturbasse.

§. 9. Noi fummo favoriti da un mare sommamente quieto, e specialmente il secondo giorno, esso era di una tranquillità straordinaria, ma per calmarne ancora di più la superficie e togliere le piccole cresse che disturbavano la vista, si fece uso di un poco d'olio gettato di tanto in tanto, il quale produceva una bonaccia perfetta a notabile distanza tutta intorno. Questa grande tranquillità del mare, piuttosto unica che rara, ci fu di sommo vantaggio, e per essa potemmo scendere fino quasi a toccare l'acqua col viso in alto mare, come se fossimo in porto.

In alcuni casi l'osservatore si allontanava a bella posta dalla perpendicolare per verificare certe particolarità, di cui diremo a suo luogo.

§. 10. Finalmente nel momento stesso in cui facevasi l'osservazione si notava il tempo medio approssimato, e il sig. Comm. Cialdi prendeva col sestante l'altezza del sole: potendosi però ogni qualvolta piaccia dedurre col calcolo l'angolo orario dall'altezza del sole, e questa essendo la più importante, non abbiamo creduto necessario riportare qui sempre l'ora de' singoli esperimenti. Le altezze che qui diamo sono già corrette del semidiametro del sole e della depressione dell'orizzonte, ma non della refrazione.

Esperimento primo.

A dì 20⁴ Aprile 1865.

§. 11. Cominciato a 4^{or.0^m} póm. di tempo vero. Mare calmo in modo straordinario, distanza 4 miglia nautiche dalla costa in faccia a Civitavecchia, mare limpido: cielo velato leggermente.

Disco piccolo. Immersione dal lato del sole con riflesso solare sull' acqua.

Profondità a cui cessa d'esser visibile 16^m.50 Alt. $\odot = 31^{\circ}57'$.

Immersione dal lato dell' ombra :

Profondità ec. 22^m.70 Alt. $\odot = 28^{\circ}12'$.

Nota. Il sig. B. Donati, uno dei presenti, lo vede sparire due metri più sotto dopo che gli altri l' hanno perduto, ma esso sta in luogo diverso dagli altri, guardando tra la nave e una imbarcazione sospesa.

Disco grande. Tempo vero prossimo 4^{or} 23^m.

Immersione dal lato del sole :

Profondità ec. 24^m.50. Alt. $\odot = 26^{\circ}42'$.

Dal lato dell' ombra :

Profondità ec. 24^m.50. Alt. $\odot = 24^{\circ}14'$.

Nota. Mare calmo, ma il cielo nell' ultima immersione si era velato alcun poco. Vedendosi venir sù de' fitti vapori si lascia, circa a 4^{or} 40^m.

Il colore dell' acqua del mare è perfettamente azzurro e trasparente.

§. 12. Da questo esperimento preparatorio restammo convinti che si potevano avere dei risultati assai concordi, e più ancora di quello che ci saremmo aspettato. Si vede che in un caso solo, tra tanti che vi prendevano parte, una sola persona riuscì a vedere il piatto piccolo due metri più sotto degli altri, certamente per la circostanza favorevole del suo posto, poichè in appresso tal differenza svanì.

§. 13. Fu notato che il piatto piccolo svaniva più presto dell' altro, principalmente per la ragione che l' agitazione dell' acqua e la rifrazione ne sformavano l' immagine in modo stranissimo, e la trasportavano per tutti i versi, e quel tra-

ballamento dovea contribuire a fare che si perdesse più presto. La figura del piatto talora appariva divisa in due, e come una nuvoletta mal terminata.

Il disco grande invece benchè ancor esso perdesse i suoi contorni regolari, non arrivava però mai a dividersi, e restava sempre abbastanza grande, continuo e visibile, benchè sfumato ancor esso come una nube, ma non perdeasi di vista altro che quando la sua tinta era divenuta sì carica che eguagliava quella dell' acqua. Al principio esso appariva leggermente verdino, ma più discendeva e più acquistava di colore azzurro, finchè appena era più slavato di quello del mare. Allora un piccolo aumento di profondità lo faceva svanire.

§. 14. Questo sperimento, che come dissi era preparatorio, ed essendo stato fatto vicino al tramonto del sole non era di gran peso, e perciò ci preparammo a ripeterlo la mattina seguente, e per esser più pronti a prendere il largo fu passata la notte a bordo, in rada di S. Marinella.

§. 15. Il giorno seguente 21 appena fu tutto in ordine si lasciò la rada per prendere il largo: In rada con 9 passi di fondo, ossia 15 metri circa, il mare era verdiccio, ma a mano a mano che ci allontanavamo andava acquistando il suo bel colore azzurro. Il cielo era leggermente velato alle 8 antim. da cirri distesi da est a ovest, e il mare era di una calma straordinaria (1). Da diversi giorni non vi era stato mare grosso, e l' ultimo mare forte era stato ai 28 di Marzo. Da quel giorno in poi non si erano avute che piccole marette, e un poco di vento di fuori, ma questo ancora era cessato da varii giorni: talchè il mare dovea esser ben limpido e avea avuto tempo a depositare qualunque torbida. È da notare che sulla costa in questi luoghi non è vicino alcun fiume considerevole che scarichi in mare acque

(1) Noterò qui come questa disposizione di cirri, che mi sembrarono di carattere aurorale, mi fece predire una perturbazione magnetica in terra e una burrasca lontana. L' una e l' altra si verificarono completamente. Quel dì fu grande agitazione de' magneti in Roma, e nel golfo di Genova e di Tolone si ebbe forte burrasca.

torbide, e il Tevere stesso è troppo lontano, ed allora da gran tempo non era stato gonfio.

Esperimento secondo.

A dì 21 Aprile 1863.

§. 16. A 8^{or}.15^m si ferma la Corvetta a 6 miglia al s. da Capo Linaro. Mare azzurro e trasparentissimo. A 8^{or}.26^m si scandaglia e si trovano 95 metri di profondità, e fondo di fanghiglia. Questo s' accorda bene alla carta di Darondeau (1). Si calano diverse imbarcazioni in mare per poter guardare più da vicino. Mare tranquillo come una laguna.

Piatto piccolo. Immersione dal lato dell'ombra della nave.

Profondità di visibilità stando a bordo

della corvetta a 4^m sopra l'acqua. = 24^m.75 Alt. ☉ = 38°52'.
Dalla lancia a 0^m,50 = 30^m. 0.

Si passa dal lato del sole.

Profondità ec. da bordo la Corvetta. = 24^m.50 Alt. ☉ = 43°10'.
Dalla lancia come sopra = 30^m. 0 Alt. ☉ = 43°48'.

Nota. Cielo leggerissimamente velato e cirri bianchissimi. Il sole non si sostiene a occhio nudo affatto, e per prendere le altezze si deve far uso del 3.^o vetro colorato.

Disco grande. Si osserva solo dalla lancia all'ombra del bastimento e non dal bordo della nave perchè è un poco trasportato da una corrente.

Profondità 34^m.50 Alt. ☉ = 42°53'.

Nota. Sole leggermente nebbioso, come dianzi. Calato il disco dal lato del sole, da bordo la Corvetta si ha:

Profondità ec. 29^m.0

(1) *Carte particulière des côtes, d'Italie. États Romains; levée en 1853 par M. Darondeau Ingenieur geographe et publiée en 1858.*

Altra misura che si prende dalla lancia perpendicolarmente sul disco, perchè vi è una corrente da cui è trasportato; si trova

Profondità ec. 34^m.50 Alt. ☉ = 47°54'.

Nota. Sole annebbiato leggermente come sopra. La corrente ha fatto perder molto tempo.

§. 17. Il mare essendo tranquillissimo, si profitta di questo stato per andare a varie distanze dalla verticale che corrisponde sul disco, per scoprire se riesce meglio visibile. Si fa alzare ed abbassare più volte, ma sempre si ottiene la stessa profondità, e se la distanza obliqua è grande, la profondità diviene un poco minore, ma non di molto. Si prova a guardare il piatto coi polarizzatori, cioè colla tormalina, e col prisma di Nicol, ma la prima assorbe troppa luce, il secondo benchè ne assorba meno, pure ne assorbe tanta che mentre il piatto è ben visibile ad occhio nudo, esso non lo è più attraverso il Nicol (1). Lo stesso dicasi della pila di lastre di cristallo. La diminuzione della luce riflessa dal mare con questi polarizzatori è quasi nulla, atteso che il mare, per quieto che sia, ha sempre qualche leggiera ondulazione, per cui la riflessione non è più sotto l'angolo di polarizzazione completa. Il piccolo vantaggio che si avrebbe dalla diminuzione di luce riflessa è compensato dalla perdita per assorbimento del polarizzatore. Bisogna inoltre usare un occhio solo e con due si vede molto meglio.

§. 18. Si usarono anche diversi tubi per riparar l'occhio, ma non si trovò vantaggio usando un occhio solo. Si usò pure un buon binocolo, ma senza miglior profitto. Qui la difficoltà nasceva specialmente dal non potersi tener fissa bene nel campo dei cannocchiali l'immagine. Levate le lenti e ridotto il binocolo a un semplice sistema di due tubi, non

(1) Il prisma di Nicol essendo fondato sulla doppia rifrazione, in modo che uno de' raggi è riflesso totalmente dentro il prisma, per necessità la luce è diminuita della metà di quella che entra, oltre quella che è riflessa dalle superficie e assorbita dal prisma stesso.

si vide nessun profitto sensibile, ma piuttosto vi era imbarazzo. Il miglior modo per veder bene si trova esser quello di mettersi all'ombra di un gran cappello o di un ombrello nero, o altro ostacolo che getti una buona ombra sull'acqua nel luogo in cui si guarda. Allora si vede bene e si ottiene un guadagno di due o tre metri di più.

A 9^{or}.50^m finita la prima serie si ripiglia il viaggio verso il largo.

Esperimento terzo.

A dì 21 Aprile come sopra.

§. 19. Posizione del bastimento a 11 miglia al sud di Capo Linaro. Profondità 140 metri che combina bene con Darondeau. Fondo di fango. A 11 ore circa comincia l'osservazione.

Piatto piccolo. Immersione dal lato dell'ombra.

Veduto da bordo. Profondità. . = 31^m.50 Alt. ☉ = 58°23'.
 » dalla lancia. Profondità . = 31^m.50 Alt. ☉ = 58°55'.

Nota. Cielo nebbioso al solito.

Disco grande. Veduto dalla lancia,

profondità. = 37^m.50 Alt. ☉ = 59°40'.
 » » da bordo, prof. . = 39^m.00 Alt. ☉ = 59°55'.

Nota. Il sole è un poco più schiarito in quest'ultima prova.

Immersione dal lato del sole.

Piatto piccolo. Ved. da bordo, prof. = 29^m.0 Alt. ☉ = 60°00'.
 » » dalla lancia, prof. = 31^m.5 Alt. ☉ = 60°01'.

Disco grande. Ved. da bordo, prof. = 32^m.5

Nota. Vi è riflesso di luce, e si sta presso al mezzodì.

Disco grande. Veduto dalla lancia. = 38^m.5 Alt. ☉ = 60° 2'.

Nota. Si sta bene all'ombra.

§. 20. Il mare è quietissimo. Il cielo è velato, ma di cirri bianchissimi, i quali colla loro diffusione che fanno da tutte le parti del cielo devono compensare in gran parte la poca quantità di luce diretta del sole che assorbono. Il mare qui era non solo tranquillissimo, ma senza nessuna corrente di sotto, talchè i dischi scendevano perfettamente a piombo, senza veruna fatica. Si ripeterono i tentativi coi polarizzatori, ma collo stesso esito di prima. È tanta la tranquillità del mare che può risparmiarsi l'olio, ma pure la polarizzazione non serve: fu mandato in alto sulla coffa un marinaio per sapere se vedeva meglio di noi, ma non ebbe nessun miglior frutto, anzi meno. Così pure il sig. Cap. Palomba non vedeva punto meglio di noi stando sulle sartie.

§. 21. La tranquillità favorisce assai la visibilità, perchè conserva la stabilità della forma degli oggetti e li tiene meno agitati. Il piatto piccolo diviene irregolare per la refrazione e diviene come una stella, e sotto 25 metri non si capisce più di che figura sia. Il foro di due decimetri di diametro fatto nel piatto grande si vede bene fino a 25 metri, dopo si perde per la rifrazione, che deformandolo per tutti i versi lo fa coprire dall'immagine degli orli circostanti. L'area però del piatto grande per quanto diventi irregolare essa è sì vasta che non si spezza mai. Essa diviene mal terminata e diffusa per una specie di aureola biancastra che gli si forma attorno, e rimane sfumata come una nuvoletta, ma cessa di esser visibile solo perchè il suo colore si carica tanto che non si distingue più da quello dell'acqua circostante.

§. 22. Ho osservato, che mentre nei primi metri poco diminuiva la intensità della luce riflessa dai dischi, negli ultimi essa scemava così rapidamente, che un metro decideva perfettamente dalla visibilità o no (1). Talchè nel medesimo esperimento la concordia delle successive immersioni è somma, e, se vi è diversità, questa deriva precipuamente dalle altre circostanze estrinseche differenti come sono il riflesso

(1) Ciò peraltro deve accadere, essendo l'occhio molto cattivo misuratore delle variazioni della luce finchè è forte, ma giudicandole benissimo quando è indebolita.

sull' acqua, l' ampiezza dell' ombra, la quiete dell' acqua, la direzione de' raggi, ec.

§. 23. Per le circostanze del mare le osservazioni non potevano esser fatte in condizioni più favorevoli, ma non così per la chiarezza del sole. Si progettò quindi di ripeterle il giorno seguente, se il cielo e il mare fossero favorevoli. Infatti il cielo essendo chiarissimo il dì appresso, fu preso il mare verso le ore 9 ant.

Esperimento quarto.

Sabato 22 Aprile.

§. 24. Cielo chiarissimo, vento fresco di tramontana e mare un po' mosso al momento dell' uscita dal porto: sole limpidissimo. Il vento andava calmandosi coll' avanzarsi il giorno, e coll' allontanarsi dalla costa. A 10^{or}.50^m già il vento è assai abbonacciato. Si ferma il bastimento a 10 miglia e mezzo a S. O. da Civitavecchia. Si scandaglia e si trova fondo di fango, ma tendente più al rosso di ieri. Profondità 330 metri: combina con la carta francese (1).

Principio a tempo medio prossimo 11^{or}.30^m. Cielo chiarissimo, mare un poco agitato che impedisce a me di scendere nella lancia, e in mia vece va il sig. Cap. Castagnola. Io guardo da piede della scala di sbarco, a 1 metro circa sopra l' acqua.

Immersione dal lato dell' ombra.

Piatto piccolo. Visib. da bordo a prof. = 32^m.0 Alt. ☉ = 59° 35'.
Dalla lancia e appiè della scala . . = 35^m.0 ☉ = 60° 2'.

Piatto grande. Visibile da bordo. . = 40^m.0 ☉ = 60° 2'.
Dal fondo della scala = 42^m.0 ☉ = 60° 10'.

(1) *Carte particulière des côtes d'Italie (États Romains)* Partie comprise entre Montalto et la tour Linaro levée en 1852 par MM. Brégat et de la Roche-Poncié Ingénieurs hydrographes de 1^{re} classe ec. et. M. Debatlat ec. Au dépôt-général de la marine en 1854 ec.

Nota. A 20 metri si vede ancora il foro centrale del piatto grande.

Immersione dal lato del sole.

Piatto grande. Visibile da bordo . = 40^m.5 ☉ = 60° 17'.

Dalla lancia e sotto diversi angoli
di inclinazione di circa 36° presi

dal sig. Cap. Castagnola. . . . = 42^m.5 ☉ = 60° 15'.

Piatto piccolo. Da bordo = 30^m.0

Dalla scala : = 31^m.0 ☉ = 60° 4'.

Dalla lancia = 31^m.0 ☉ = 60° 00'.

Nota. Guardando io fra il corpo del bastimento e la imbarcazione sospesa al medesimo dal lato del sole, ma in modo che l'acqua fosse in ombra, riuscii a vederlo fino a 33^m.7. Mare limpidissimo sempre, ma un pochino agitato, e cielo chiarissimo. Barometro 765^{mm}.0. Term. 67° Fahr. Nella notte precedente vi era stata burrasca a Genova e in terra ferma al nord di Civitavecchia.

§. 25. Per la chiarezza del cielo questo esperimento potrà servire a correggere quelli d' ieri.

Dai precedenti esperimenti si ricava il seguente quadro che riassume i risultati di tutti.

levandosi Palo, per E. N. E. corretto, essendo il mare increspato, si trovò il seguente risultato.

ALTEZZA del sole	INDICAZIONE dell' esperimento rapporto al sole	COLORE del disco	PROFONDITA' fino alla quale è stato visibile	STATO	
				del cielo	del mare
61°.17'	all' ombra e veduto dal bastimento.	bianco giallo	51.0	chiaro	incresp.
61. 34	id.		17.0		
62. 29	al sole e veduto dal bastimento.	bianco giallo	55.0		
62. 40	id.		19.0		

Esperimento sesto.

2. Risultamento delle esperienze eseguite nei giorni 24 e 26 Maggio 1865 con tre piatti di metri 0,43 di diametro, uno di porcellana bianco, l'altro di tela verniciata bianco, ed il terzo di tela verniciata color fango di mare.

Esperimento settimo.

A dì 1.^o Giugno 1865.

§. 28. Cielo chiaro, mare mediocrementemente tranquillo. Calati dalla lancia i dischi piccoli, cioè il piatto di maiolica e gli altri piccoli di tela da vele, si ha che quello di maiolica sparisce a 30 metri e quello di tela bianca a 27 metri. Quello color di fango a 17 metri. Fondo 45 metri, ed è di fanghiglia. Altezza del sole 37°.42'. Distanza da terra 5 miglia, 12 dal Circeo e 10 circa da Astura. Mare un poco biancastro.

Queste osservazioni messe a riscontro colle precedenti ci faranno rilevare diverse importanti particolarità che ora passiamo a discutere.

CONCLUSIONI DEDOTTE DAI PRECEDENTI SPERIMENTI*1.^o Influenza della grandezza della superficie.*

§. 29. Secondo il quadro del n.° 37 risulta che il disco grande si vede comparativamente a maggior profondità del piccolo, ma la differenza è ben lungi dall'essere proporzionale alla diversità della superficie. La superficie del grande è 30 volte maggiore e la differenza di profondità è soltanto di più un sesto della maggiore. Poichè la media delle profondità (esclusa la prima) pel piatto piccolo è 29^m.5, e pel disco grande è 35^m.5; il che dà una differenza di 6^m. di più, che è prossimamente un sesto dell'ultima.

§. 30. Notammo già fin dai primi esperimenti (n. 13) che una causa assai influente sulla disparizione del disco piccolo era la sua deformazione, per la refrazione e l'agitazione dell'acqua, che spostandolo qua e là rendeva difficile lo scorgerlo. Il grande all'incontro malgrado le molte deformazioni restava sempre assai ampio e riunito, e non spariva che per mancanza di differenza nella luce riflessa che lo distinguesse dal colore del mare.

§. 31. Però si deve tenere a calcolo un altro elemento, cioè la diversità della vernice del disco stesso. Infatti vediamo nei posteriori esperimenti 6.^o 7.^o che il disco piccolo di tela inverniciata della stessa qualità del disco grande, fu visibile a profondità minore del piatto di porcellana. La differenza è in media $33^m.2 - 29^m.0 = 3^m.2$. Onde negli esperimenti suddetti il disco grande avea uno svantaggio sul piccolo per la chiarezza della tinta.

§. 32. Il giorno 3 di maggio nell'esp. 3.^o (n.^o 39) si trova pel piatto di maiolica una profondità maggiore che nei giorni precedenti, arrivando fino a 42^m . col sole alto solo 38° , la quale profondità è pari a quella del piatto grande nel 4.^o sperimento col sole alto 60° , e supera assai quella ottenuta allora pel piccolo. Sfortunatamente in quel giorno non furono calati simultaneamente il bianco di tela e l'altro di maiolica, e però gli esperimenti non sono comparabili.

Una qualche diversità evidentemente deve nascere dalla qualità stessa della vernice che nel piatto di maiolica è bensì più nitida, ma diversamente *diffondente*, che la vernice di biacca a olio. Nel piatto di maiolica si ha una gran quantità di luce riflessa specularmente dalla prima superficie dello smalto che non penetrando dentro e non essendo diffusa in tutti i versi, ma solo nella direzione dell'angolo di riflessione pari a quello di incidenza, non poteva arrivare all'occhio collocato verticalmente sul piatto nelle prime serie di sperienze, ma per una favorevole posizione del raggio riflesso forse vi poté arrivare nell'esp. 3.^o, e così rinforzare la luce, e aumentare la profondità. La tela inverniciata a biacca all'incontro poco riflette specularmente e invece *diffonde* la luce incidente per tutti i versi. Lambert valuta la bianchezza assoluta della biacca $= 0,428$. Delle maioliche non ho la cifra, ma di alcune è minore sensibilmente. Però la vernice a olio è sempre men candida della biacca a tempra.

Per vedere pertanto qual fosse la causa di tale diversità, fu fatto l'esperimento sesto e settimo le cui cifre sono entro i soliti limiti, e mostrano che ciò non derivava dalla vernice, ma da altre cause non ben note che diedero

quella maggiore profondità in quella osservazione, il cui risultato però non è fuori del limite ammissibile in favorevoli circostanze.

§. 33. Meritano attenzione le particolarità che già notammo sopra: cioè il color verdino che da principio hanno gli oggetti immersi, quindi il tirare sempre più al ceruleo a mano a mano che si affondano, finchè a certa profondità crescendo il loro cupo color cilestro svanisce l'immagine per divenire eguale al color del mare. Il color verdino che si ha da principio deriva da ciò che a piccola profondità l'acqua marina diffonde ancora un poco di raggi gialli e rossi, come si può assicurare collo spettrometro, ma crescendo la profondità queste due tinte si illanguidiscono assai e resta dominante il verde e gli altri colori più rifrangibili. Crescendo vieppiù la profondità, anche il verde diviene assai povero, e collo spettrometro ci siamo assicurati che restano specialmente molto assorbiti i raggi che stanno presso la riga *b* di Fraunhofer, e rimangono quasi unicamente i colori più refrangibili dello spettro. Ciò spiega il colore dell'acqua di mare a grande profondità, che è un azzurro misto di violaceo. Questo ci fa credere che questi colori così purgati e resi omogenei possano penetrare nel mare a grande profondità, come più estesamente diremo appresso. A questa luce colorata riflessa dall'acqua è dovuto, come è noto, il fenomeno della grotta azzurra a Capri presso Napoli, e dell'altra al promontorio Circeo che presenta lo stesso fenomeno.

§. 34. Quando i dischi sono a certa profondità, come di 8 in 10 metri, sembrano tutti sfumati agli orli, e gettano nell'acqua una luce biancastra che forma come un'aureola intorno. Questo è senza dubbio dovuto alla diffusione operata dalla imperfetta trasparenza dell'acqua stessa, e questo stesso fenomeno conferma quello che noi dicevamo or ora, dell'impedimento che trovano a penetrare nell'acqua i raggi rossi e gialli, dalla cui mistura riflessa dipende quel biancastro. A maggior profondità i dischi sembrano nuvolette poco più chiare del mare, dopo di che crescendo la profondità, svaniscono.

Da questo risulta che la grandezza della superficie arrivata a un certo limite non ha sensibile influenza sulla visibilità, e che sotto l'altezza del sole di 60° , quando si è arrivato a 45 metri di profondità gli oggetti bianchi diventano di colore del mare e perciò indistinguibili.

2. *Influenza dell'ombra.*

§. 35. È noto ai marinai che per veder bene in mare bisogna guardare dal lato dell'ombra, o almeno dove non sia riflesso di sole. Questo è troppo ragionevole, perchè la luce viya riflessa specularmente impedisce di vedere la più debole degli oggetti che sono nell'interno del mare. Per distruggere questa riflessione Arago consigliò di usare un polarizzatore, e, teoricamente parlando, propose ciò con molta ragione, perchè questo strumento molto diminuisce la luce riflessa. Tuttavia in pratica il vantaggio di questo strumento è nullo, perchè esso non la toglie mai tutta, atteso il continuo fluttuare dell'acqua che inclina la superficie ad incidenze che non sono quelle della polarizzazione completa.

Quindi è che questi strumenti non aiutano punto la visibilità degli oggetti in mare, anzi la scemano, perchè diminuiscono molto la luce, cioè almeno una metà, che è o riflessa o assorbita dal polarizzatore, e inoltre obbligano a usare un occhio solo, e restringono il campo di visione, per cui noi non li raccomanderebbero punto per tale effetto.

§. 36. La miglior maniera è di produrre una larga ombra sul luogo dove si guarda. L'estensione però dell'ombra ha qualche influenza, ma non molta, bastando che sia libero dalla luce riflessa il sito ove si spinge lo sguardo. Ciò è provato dal non trovarsi notabile differenza ne' risultati ottenuti dal lato dell'ombra della nave e dal lato del sole: sempre ben inteso che si impedisca la riflessione diretta, altrimenti vi è forte diversità, come si rileva dal primo esperimento, in cui la differenza arriva quasi a $\frac{1}{2}$ della profondità, e che perciò non fu ripetuto più a quel modo.

§. 37. Del resto si comprende facilmente perchè vi sia poca differenza da uno o dall'altro lato (sempre ben inte-

so che si escluda il riflesso dell' acqua) . Questo deriva da ciò che il bastimento non pescando più che 4 metri, il raggio solare passava sotto di esso, e andava ad illuminare il disco anche quando stava dal lato dell' ombra della nave. All' incontro nell' esperimento 6.^o si trova notevole differenza tra quelle fatte dal lato del sole e quelle altre dal lato dell' ombra, perchè pare che i dischi sotto acqua stessero nel cono ombroso della nave . Stando in rada a Terracina con otto metri di fondo circa, si vedevano dal lato del sole i più piccoli oggetti gettati in mare, che non si vedevano punto dal lato in cui erano in ombra .

§. 38. Prescindendo pertanto da questo caso che è troppo manifesto, se negli altri esperimenti vi si trova qualche differenza, essa è piuttosto per la grandezza dell' ombra superficiale che per altro, la quale grandezza non può negarsi che non dia qualche vantaggio . Notisi però il caso del primo e quarto esperimento in cui guardando tra l' imbarcazione sospesa e il corpo del bastimento, si riuscì a vedere due metri più sotto che non in altro modo . Questo richiama alla mente quanto dicono i pratici , che guardando lungo il pozzo dell' elica o nel foro del timone si vede a maggior profondità . Ma però il tubo deve essere ampio, per comodità della vista, e abbiamo veduto che tubi angusti non servono . Forse un tubo di $\frac{1}{2}$ di metro di diametro sarebbe il più indicato, per riparare la luce d' ogni intorno, ma dovrebbe esser tanto lungo che toccasse l' acqua .

3. Influenza dell' altezza dell' osservatore sopra la superficie dell' acqua .

§. 39. Questo è un elemento di grande importanza , e da non trascurarsi . In tutti i casi coll' accostar l' occhio all' acqua si ebbe un vantaggio di profondità : la media di tutte le osservazioni comparabili danno

	PROFONDITA' A BORDO		DIFF.
	della Corvette	della Lancia	
Disco grande	36. 24	37. 30	1. 06
Disco piccolo	30. 10	32. 50	2. 40

Il vantaggio è superiore pel piatto piccolo, forse perchè si diminuiva l'influenza dell'agitazione del mare che spostava l'immagine molto meno da vicino che da lontano. Ma anche pel grande la differenza è sicura. Non rimane poi provato che vi sia alcun vantaggio a mandare in alto sugli alberi l'osservatori come dice Arago. Infatti vedemmo che mentre noi stavamo al basso, il sig. cap. Palomba era sulle sartie, e un marinaio in coffa, e amendue asserirono che perdettero il disco di vista prima di noi. La cagione di ciò sembra essere che i riflessi in alto sono sempre maggiori, e colà è difficile impedirli, mentre da vicino all'acqua si possono assai diminuire coll'ombra gettata sull'acqua stessa.

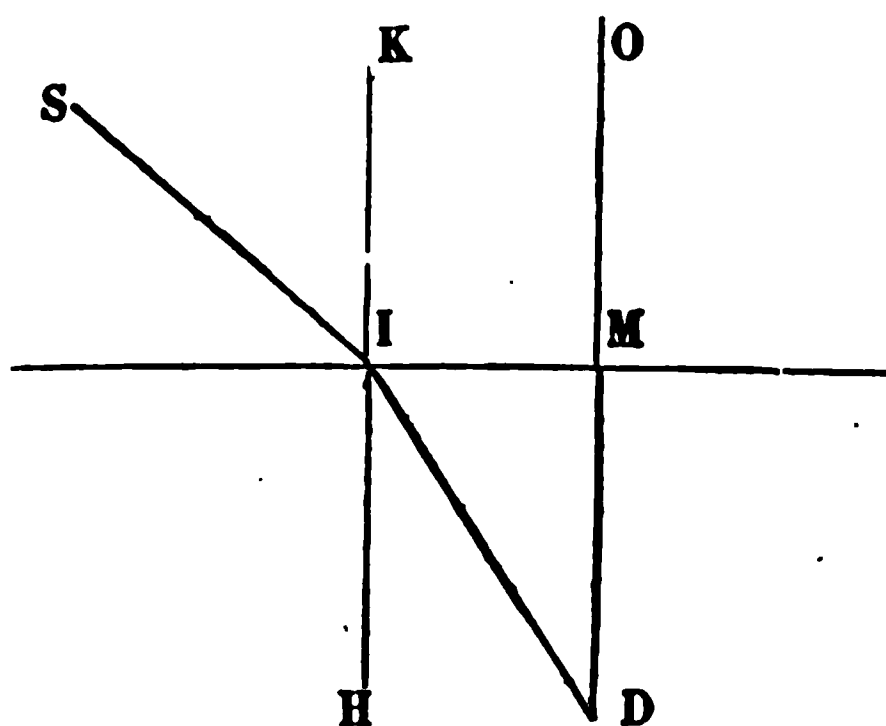
4.° Influenza dell'altezza del Sole.

§. 40. Questa è manifestissima nelle due serie del 21 aprile perchè all'altezza media di $41^{\circ}53'$ corrispose nel disco piccolo la profondità di $27^m.3$ e pel grande ad altezza $45^{\circ}.24'$ corrispose la media profondità di $33^m.9$. Mentre nello stesso giorno ad altezza $59^{\circ}.39'$, si ebbe pel piccolo $32^m.2$, e pel grande a $59^{\circ}.52'$ si ebbe $36^m.7$. A questi esperimenti può congiungersi quello del giorno precedente in cui il cielo era sensibilmente lo stesso, cioè, coperto da velo leggero, e si può formare il seguente quadro:

ALTEZZA DI SOLE		PROFONDITA' DI VISIBILITA'	
		disco grande	disco piccolo
25°.43'	24 ^m .5
.....	30°. 4'	22 ^m .7
45. 24	33. 9
.....	41. 53	27. 3
59. 52	36. 7
.....	59. 39	32. 2

Talchè la *profondità cresce coll' altezza del Sole*.

§. 41. Ma la causa di tale aumento è doppia : cioè primo la maggiore energia de' raggi solari , secondo il diverso tragitto che essi devono fare per acqua per arrivare all' occhio . Questo tragitto non è espresso per la semplice doppia profondità verticale del disco, ma deve determinarsi in ciascun caso dietro l' inclinazione del raggio incidente e rifratto, e l' altro riverberato dal piatto per arrivare all' occhio.



Sia S il sole che illumina il disco D. Il raggio segue la linea spezzata SID; il tragitto entro l' acqua è IDM , e arriva all' occhio in O, perpendicolarmente alla superficie del mare. La lunghezza di questo tragitto si trova facilmente.

Dalla teoria della refrazione si ha

$$\frac{\text{sen SIK}}{\text{sen HID}} = n = 1,343$$

essendo 1,343 l'indice di refrazione dell'acqua di mare dato da Herschel (Traité de la lumière vol. II. pag. 279).

Quindi l'angolo di refrazione si avrà dalla formula

$$\text{sen HID} = \frac{\text{sen SIK}}{1,343}$$

Essendo la superficie del mare nel piccolo spazio dell'esperimento sensibilmente piana, avremo $\text{HID} = \text{IDM}$, e sarà

$$\text{ID} = \frac{\text{MD}}{\cos \text{IDM}} = \frac{\text{MD}}{\cos \text{HID}}$$

Così troviamo pei 4 esperimenti principali del disco grande i seguenti valori del tragitto del lume dentro l'acqua:

	DIST. zenit del sole	MD	ID	MD + ID
Esp. 1.	64.°17'	24 ^m .5	32. ^m 98	57 ^m .48
2.	44. 36	33. 9	39. 77	73. 67
3.	30. 8	36. 7	39. 57	76. 20
4.	29. 47	41. 4	44. 56	85. 96

§. 42. L'ultimo esperimento ci insegna, che se la luce fosse tanta allo zenit quanto è a 60° di altezza, il piatto si sarebbe potuto vedere alla profondità corrispondente alla metà del tragitto totale, cioè

$$\frac{85^{\text{m}}.96}{2} = 42^{\text{m}}.93 \text{ ossia a } 43^{\text{m}}.$$

Ma dalla fotometria di Bouguer si ha che le forze della luce a 90° di altezza e a 60 gradi stanno tra di loro come 8123 : 7866, onde supponendo che l'assorbimento sia proporzionale alle semplici profondità, il che è permesso nei piccoli tragitti della luce già depurata, moltiplicando per questo rapporto i 43^m, si ha 44^m.40: la quale è la profondità massima a cui sembra poter esser visibile il nostro disco maggiore nei nostri mari: ossia 45 metri in numeri tondi

§. 43. Però in genere questa profondità massima non è facile a calcolare esattamente dietro i dati che abbiamo, perchè essa dipende da due elementi molto diversi; e non ben conosciuti che sono in relazione coll'altezza del Sole, cioè dipende dall'assorbimento atmosferico terrestre, e dall'assorbimento dell'acqua marina (1). Sfortunatamente i trattatisti di fotometria non sono punto d'accordo a stabilire la proporzione dell'assorbimento atmosferico (2), il quale sembra esser diverso per i diversi climi, e nulla ci assicura che non sia diverso per ciascuno osservatore; sapendosi quanto sia individuale l'impressione ottica della luce, nè potendosi far uso per valutare la radiazione luminosa delle determinazioni di altre radiazioni che sono state recentemente soggetto di esatte ricerche e misure, come sono la calorifica e la chimica.

§. 44. Riserbando pertanto a tempo più opportuno le ricerche fotometriche che sarebbero indispensabili per risolvere completamente il problema, mi limiterò qui a trattare il risultato in massa, come suol dirsi, e supporrò che fra l'intensità della luce solare e la profondità a cui è visibile

(1) Vi sarebbe un terzo elemento da tener conto cioè la diversa intensità della luce diffusa secondo l'inclinazione della superficie del disco al raggio incidente, che è proporzionale al coseno della inclinazione I N D. Ma questo angolo era assai incerto nei nostri esperimenti pel movimento de' dischi nella discesa, che erano sempre fluttuanti, e quindi l'abbiamo trascurato.

(2) Lambert differisce moltissimo da Bouguer, V. *Lambert Photometria* §. 886, ove si trova l'assorbimento verticale $\frac{1}{2}$, mentre Bouguer da $\frac{1}{4}$.

un oggetto valga la nota equazione data dagli scrittori di fotometria cioè

$$v = T e^{-ax}$$

ove v è la profondità del mare a cui finisce di vedersi l'oggetto, T un coefficiente da determinarsi, e la base dei logaritmi neperiani, a un coefficiente pure costante; x la spessore dell'atmosfera conclusa dalla nota formula di Laplace,

$$x = \frac{\text{refrazione}}{58''.36 \times \text{sen. dist. zenit. } \odot}$$

La formola può scriversi

$$\log v = \log T - ax$$

Ove la costante a si determinerà in modo da adattarsi alle tavole de' logaritmi ordinarii.

§. 45. Discuteremo qui gli esperimenti primo, secondo e terzo che sono comparabili per le circostanze del cielo leggermente velato, e riserberemo il quarto per determinare la correzione da farsi al risultato finale per cagione del cielo velato. Dalle distanze zenitali date di sopra si cavano i seguenti valori

	Quantità della refrazione	Valore di x
• Esp. 1. ^o	121''.7	2.310
2.	98. 7	1.427
3.	34. 1	1.157

quindi le tre equazioni seguenti

$$\begin{aligned} \log. v &= \log. 24^m.5 = \log. T - a. 2.310 = 1.389 \\ \log. 33. 9 &= \log. T - a. 1.427 = 1.530 \\ \log. 36. 7 &= \log. T - a. 1.157 = 1.565. \end{aligned}$$

Queste tre equazioni trattate col metodo de' minimi quadrati danno i valori seguenti

$$a = 0.158, \quad \log T = 1.752.$$

Da queste si rileva che a tragitto verticale, dovendosi fare $x = 1$, si ha :

$$\log. V = \log. T - a = 1.752 - 0.158 = 1.594$$

il che dà

$$V = 39.27 .$$

Assumendo la correzione per la chiarezza del cielo dal quarto esperimento, che come vedremo è 4^m.70, risulta,

$$V = 43.97$$

cioè a sole verticale si vedrebbe a 44^m di profondità; valore che combina con quello trovato sopra per altra via .

§. 46. Possiamo quindi concludere che una superficie bianca a sole verticale ne' mari simili per trasparenza ai nostri, si perderebbe di vista a 44^m di profondità, e per largheggiare un poco, a 45 metri .

§. 47. Questo risultato ha un vantaggioso riscontro nello sperimento fatto dal cap. Bérard citato al principio di questa memoria (n.º 1) e vi combina perfettamente, se invece della correzione pel disco grande 4.70 usiamo quella che vien dal piatto di maiolica (Vedi §. seguente) cioè 0.^m14, e la formola darebbe 39^m.40 mentre il Bérard lo vide a 40^m. Tale riscontro non deve essere accidentale, e mostra che non andiamo errati nelle deduzioni . L'altezza del sole, non è data dal Bérard, ma deve supporci che fosse assai alto, altrimenti l'esperimento era inutile, e una piccola differenza di altezza poco influisce se il sole è presso al meridiano .

3. Influenza della serenità del cielo .

§. 48. Questa, come è naturale, ha una grande influenza essendo che ogni intorbidamento dell'atmosfera assorbe la luce solare, e di più il color del cielo essendo riflesso dall'acqua, ove quello sia biancastro e nebuloso altererà

anche la tinta dell' acqua stessa . Noi avemmo nei primi due giorni un cielo leggermente velato a cirri bianchissimi , e ne argomentammo che non dovea fare una grande differenza dal ciel sereno , perchè la luce solare riflessa dal cielo intero poteva compensare quella diretta del sole stesso che mancava . Gli esperimenti fatti il dì seguente mostrarono che realmente il compenso non era esatto, ma che la differenza non era molto notevole .

§. 49. Raccogliendo in media gli esperimenti fatti ad altezza del sole assai prossima nei due giorni, abbiamo :

	PIATTO PICCOLO		DISCO GRANDE	
	Altezza di sole	Profondità	Altezza di sole	Profondità
Cielo sereno	59°.41'	32 ^m .34	60°.13'	41. ^m 40
Cielo velato	59. 39	32. 20	59. 52	36. 70
Diff.	0. 2	0. 14	0. 21	4. 70

Trascurando la piccola differenza delle altezze , avremo la correzione

pel piatto piccolo : + 0^m.14
 pel disco grande + 4. 70.

Talchè se anche si volesse tener conto della piccola diversità d' altezza del sole la correzione sarebbe da diminuire un poco . Quindi possiamo dire che essa certamente non supera 5 metri.

È singolare la circostanza, che la correzione pel piatto di maiolica è piccolissima, ma ciò potrebbe derivare da ciò che accennammo dianzi , che per esso la disparizione non era tutto effetto di assorbimento, ma vi contribuiva anche la sua agitazione e il moto continuo, e per esso moto

svaniva prima che la luce avesse fatto tutto il suo effetto. Tuttavia se si consultassero per questo piatto gli esperimenti parziali 5 e 6, ne nascerebbe una correzione media di 2^m.8, ma essi sono fatti in circostanze troppo differenti tra loro di altezza solare e stato del cielo per essere rigorosamente comparabili. Ad ogni modo però tal correzione non diviene superiore al massimo da noi ammesso di 5 metri.

6. *Influenza del calore.*

§. 50. Abbiamo riferito al n.º 27 il confronto tra il bianco assoluto e il giallo d'ocra, e il loro paragone è già assai eloquente, poichè il bianco si è veduto a profondità quasi doppia dell'altro; infatti l'esperimento 5.º eseguito dai sigg. Palomba e Castagnola con dischi di eguale dimensione ci dà nel caso del cielo sereno in media pel bianco 40 m. e pel giallo 24 m., mentre a cielo velato ci dà rispettivamente 36 m., e 18 metri.

§. 51. Benchè fosse evidente che i colori più scuri doveano essere assorbiti più presto, pure per avere un'idea precisa, si fece fare dai sigg. Cap. Palomba e Castagnola una serie di sperimenti comparativi aggiungendovi un terzo piatto color di fango di mare. Diremo solo di passaggio pertanto che mentre la profondità massima a cui svanisce il bianco è 35 m., pel terroso o fondo di mare appena arriva a 20 metri. La differenza non è tanta quanta sarebbesi potuto aspettare se lo confrontiamo col giallo d'ocra.

§. 52 Non vogliamo trascurare una circostanza che ci viene indicata, ed è che in questi mesi il mare è più trasparente che nell'estate, forse per la minor quantità di animalucoli e altri organismi che vi si sviluppano nella stagione estiva.

§. 53. Il fondo da noi trovato è stato sempre di melma o fanghiglia azzurro-verdognola. Solo al 3.º giorno a 330 m., di profondità si ebbe una tinta più chiara, tendente al rosino, ma di poco. Il sig. Conte Canonico Castracane col suo squisito microscopio di Amici a luce monocromatica spet-

trale, ha analizzato questa materia, ma non vi ha trovato che roba inorganica, o melma (1).

Conclusione generale

§. 54. Dal detto risulta, che oltre 45 m. di profondità gli oggetti acquistano ne' mari nostri il colore dell'acqua del mare, e perciò sono indiscernibili. Ciò però non vuol dire che oltre questo limite non si abbia luce, anzi si rileva che alla profondità doppia, cioè 90 m.; la luce è ridotta ad esser di quella pura tinta dovuta ai raggi più rifrangibili dello spettro solare a cui è dovuto il colore dell'acqua marina, il qual fenomeno è l'origine delle grotte azzurre.

§. 55. È necessario distinguere bene queste due cose, la visibilità degli oggetti, e la intensità della luce trasmessa e riverberata. La prima cessa quando l'oggetto è spogliato per assorbimento di tutti i raggi eterogenei a quelli che diffonde il mezzo in cui è immerso, perchè non avendo altra tinta che quella del mezzo circostante, e in eguale intensità, esso non può più distinguersi dal mezzo stesso che lo circonda. Ma l'intensità della luce residua può ben essere notevole ancora, benchè essa sia spogliata di molti raggi colorati dello spettro.

§. 56. Qui ci pare luogo di fare un confronto tra l'assorbimento dell'acqua prodotto nelle tre radiazioni solari che non ci pare fuori di proposito rapporto alla nostra ma-

(1) Quantunque non appartenga a questo lavoro, pure dirò qui due parole per riferire il risultato ottenuto dal barometrografo di Hipp. Esso fu eccellente e ci diede una curva grafica del barometro molto precisa, malgrado l'oscillazione un po' tremula che concepiva lo strumento a bordo, pel moto succussorio della nave a vapore. Quando lo strumento sia destinato alla marina dovrà farsene l'indice meno libero, e basterà che sia stabile come negli ordinari barometri aneroidi. Noi crediamo che può disporsi dall'elettricità, col fare che l'orologio regolatore del tempo batte ogni 5 minuti sulla staffa di pressione con apposito meccanismo. Così semplificato il barometrografo sarà di un sommo vantaggio ai marinai, e li dispenserà dal continuo osservarlo, e verificherà i voli che noi esponemmo nel *Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del Collegio romano*, anno 2.^o n.^o 19. pag. 147. (Roma 1863, Ottobre).

teria, e che servirà a sciogliere qualche obiezione tolta dalla vegetazione marina per provare la grande profondità a cui alcuni pretendono che giunga la luce. L'assorbimento per la radiazione termica è fortissimo e sappiamo che l'acqua è uno de' corpi più *adiatermani* che si conoscano. Per le radiazioni chimiche invece l'acqua ha una perfetta diatinità secondo le sperienze di Stokes. La luminosa è intermedia, e va bene d'accordo con queste due, poichè prima resta assorbito il color rosso, onde gli oggetti immersi appaiono verdicci, poi è assorbito il giallo, e cresce la tendenza al turchino, e finalmente resta dominante il turchino e l'indaco col violaceo al qual miscuglio l'acqua deve il suo colore. Collo spettrometro abbiain veduto che il rosso e il giallo sono enormemente indeboliti mentre restano vivissimi i colori più rifrangibili.

§. 57. Bouguer e gli altri scrittori antichi di fotometria non fecero questa distinzione, e non rifletterono che l'assorbimento nei primi strati è più energico che nei seguenti, non solo perchè la luce è più energica, ma anche perchè è eterogenea ai raggi che la materia diafana può trasmettere. Quest'ultimo assorbimento procede rapidissimo nei primi strati, finchè la luce sia feltrata e resa omogenea, ma ridotta a questo stato, cessa tal sorgente di indebolimento, e resta solo l'altra che è propria de' mezzi omogenei. Ciò è stato messo in chiarissima luce da MeHoni pel calorico e tutti sanno che ciò si verifica pei mezzi fortemente colorati, e quindi deve anche aver luogo pei debolmente colorati come l'acqua di mare.

§. 58. Bouguer, fondato sull'assorbimento misto di un primo strato d'acqua, asserì (1) che a 256 piedi ossia 83^m.03 l'acqua di mare dovea perdere tutta la sua trasparenza. Noi vediamo invece che a 90 metri la luce è resa soltanto

(1) *Essay d'optique sur la gradation de la lumière* par M. Bouguer. Paris MDCCXXIX. Chez l'ombert. Questo esperimento però e la sua discussione è anche criticata da Lambert. *Photometria* §. 468, poichè egli esagerò l'assorbimento, ed attribuì all'acqua ciò che era proprio delle riflessioni de' vetri in cui era inclusa. Anche Lambert nota che il color verde dell'acqua disturba i risultati fotometrici.

di colore omogeneo a quello dell' acqua e in tale stato essa può penetrare a molta profondità, e ivi agire chimicamente per nutrire la vita degli esseri sepolti in quelli abissi, senza rendere per ciò gli oggetti visibili a noi.

Le due specie di assorbimento procedono con leggi diverse. Quello dovuto all' eterogeneità è variabilissimo e non si conosce la legge nel decremento pei singoli raggi: l' altro procede per via di logaritmica, che è la curva comunemente adottata per calcolare l' assorbimento, come noi sopra abbiamo adoprato. La prima ha il suo tipo nei vetri colorati, la seconda nei vetri puri e incolori.

L' acqua del mare è una sostanza della prima specie e mentre assorbe i raggi meno refrangibili, lascia il passo ai più refrangibili, (da cui prende il colore) compresi i chimici. Noi ignoriamo la legge di questo assorbimento, e gli esperimenti per fissarla sarebbero delicati e difficili, e il calcolarla con ipotesi arbitrarie è un perdere il tempo. Le nostre sperienze non ci danno altro che il limite a cui la luce di certa intensità riverberata da oggetti di certa tinta, è resa omogenea sensibilmente con quella dell' acqua stessa, e non altro.

§. 59. Ma per istabilire il limite della visibilità degli oggetti, che era lo scopo nostro di fissare con precisione, è sufficiente il fatto da noi osservato con tanta cura. Il resto riguarda studi ulteriori che saranno utili certamente alla scienza, ed è da desiderare che vengano intraprese ricerche anche sotto questo importante soggetto.

§. 60. In tutto questo lavoro ho sempre messa la restrizione dei mari nostri, perchè non ignoro che si dice esservi mari che credonsi trasparenti più assai di questi. Se però ciò sia vero, o no, e fino a qual punto, sarebbe da confermare con appositi esperimenti, essendo come si è veduto, di assai facile esecuzione. Arago non sembra stentare di credere alla grande trasparenza de' mari polari: la mancanza di organismi minuti in que' mari può esser forse causa di maggior trasparenza; ma quelle ricerche meriterebbero di esser ripetute, essendo affatto straordinario il loro risultato.

§. 61. La superficie da noi usata era abbastanza vasta per bastare a non venir spezzata dall'agitazione dell'onda, ma potrebbe domandarsi qual sarà l'effetto di una vastità illimitata quale è quella di un fondo generale? Noi diremo che esso sarà assai piccolo, e vista la rapidità con cui scema la visibilità del piatto giunto a certa profondità, crediamo che pochissimo essa debba influire. Infatti il disco prima di sparire rassomiglia a una nebbietta solo un poco più chiara del resto, e quel pezzo di mare lo diresti un mare biancastro e non più: supponendo tale nebbia fatta generale, essa non farebbe che diminuire un poco il color cupo azzurro del mare. Si affondi ancora qualche metro e quella nebbia svanisce viuta dal cupo dell'acqua. Se adunque fosse un fondo bianchissimo e vastissimo, forse l'influenza delle radiazioni laterali sarebbe da accrescersi di qualche metro la profondità, ma non credo che arriveremmo nei mari nostri a 50 e non mai a 60 metri. Ma siamo ben lungi dall'aver in natura de' fondi, che come la biacca abbiano tanta facoltà diffondente. All'incontro il fondo del mare è sempre di color terriccio o verdiccio o al più giallo, e quindi deve perdersi molto più presto come lo dicono gli esperimenti fatti col disco color di fanghiglia e color giallo, che appena arrivarono a vedersi alla metà di profondità dei bianchi. Quindi credo che sia impossibile vedere il fondo direttamente oltre 60 metri, e se il mare perde la sua bella tinta a profondità maggiori di quella, ciò è dovuto ad altre cause, e specialmente alla agitazione delle onde che ne sollevano il fondo e ne intorbidano le acque.

Roma li 10 Giugno 1865.



ILLA APERTURA ATTIVA DELLE LENTI OBIETTIVE NEI MICROSCOPJ DEL SIG. HARTNACK; NOTA DEL PADRE GIOVANNI MARIA CAVALLERI MEMBRO DEL R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE.

Il professore Henry Van Heurck di Anversa, ha fatto una minuta analisi dei celebri microscopj del signor Hartnack, successore di Oberhauser a Parigi; microscopj dei quali l'autore in breve tempo ebbe la ricerca e lo spaccio di forse un migliajo. Hartnack approfittò dell'ultima scoperta del nostro professore Amici, e nelle obiettive di cortissimo fuoco introdusse la immersione nell'acqua dell'ultima lente che sta vicina all'oggetto che si osserva. Siccome però invece dell'acqua si poteva usare altro liquido più rifrattivo ed anche più dispersivo, a tenore del grado più o meno perfetto di correzione cromatica dell'obiettivo, così l'Hartnack con nuovo accorgimento rese mobile la distanza dell'ultima lente vicina all'oggetto, e con ciò potè ritrarre tutto il vantaggio che si poteva desiderare dalla scoperta di Amici.

La parte però che più interessa nelle obiettive di Hartnack non è già di sapere se egli abbia più o men bene raggiunto lo scopo dell'acromatismo, e della chiarezza e forza delle ultime lenti, e dello spingerle sino al loro ultimo limite di piccolezza, oltre il quale le lenti non si possono più lavorare, perchè quasi invisibili: si tratta di sapere quale apertura angolare attiva egli diede alle sue lenti. Dall'apertura angolare di una lente obiettiva dipende la chiarezza, e soprattutto la precisione del microscopio. Una volta in fatti che in un sistema di lenti obiettive siano ben corrette le aberrazioni di rifrangibilità e di sfericità, l'effetto più considerevole sta appunto nell'apertura

delle lenti, per mezzo della quale si ottiene gran luce e chiarezza, e attesa la maggiore inclinazione dei raggi estremi relativamente all'asse delle lenti, maggiore e più dettagliata precisione. Anche qui si verifica ciò che recentemente notarono gli astronomi, che per veder bene i dettagli delle macchie del sole bisogna dare all'obiettivo la massima apertura, e non restringerla, come spesso si usava.

Or bene, il sullodato Professore di Anversa Van Heurck nell'esame dell'obiettivo più forte di Hartnack, segnato col numero 11, trova che la sua apertura è di gradi 175: e trae argomento da questa veramente sterminata apertura per dire della gran bontà degli obiettivi di Hartnack, e poi soggiunge che niun costruttore fino ad ora raggiunse questa perfezione.

La meraviglia sentita da Van Heurck fu fatta notare anni sono dal signor Page nella *Biblioteca Universale di Ginevra*, per non so bene qual altro autore, parlando di obiettive microscopiche, e dico il vero che per qualche tempo divideva anch'io l'opinione di questi autori.

Un sistema di lenti obiettive che potesse tutti raccogliere i raggi partenti da un punto qualunque dell'oggetto osservato, e ciò per un cono solido tale di luce, sì che poco mancasse ad uguagliare la metà di una sfera, dovrebbe essere un vero prodigio ottico. Ciò che mi indusse a dubitare di queste così lusinghiere aperture, si furono alcune riflessioni indirette fattevi dal valente nostro Professor Cav. Porro. Per la qual cosa mi indussi a fare una minuta analisi dell'apertura degli obiettivi dell'Hartnack.

Avverto che, almeno gli ultimi microscopii dell'Hartnack, sono quasi tutti eguali per costruzione, e tutti ad un dipresso di eguale bontà, e che le sue obiettive, tutte formate a tripla lente, acromatica nel suo complesso, furono dall'Autore segnate coi numeri progressivi 1 e 2, ec., sino al numero 11, ultimo limite al quale è pervenuto, ed oltre al quale non credo che si possa più oltre giungere, almeno con qualche profitto. La lente più piccola del n. 10 che io ho esaminata, non oltrepassa in volume la trentesima parte di un grano di miglio. Quella del n. 11, deve essere forse non più della quarantesima parte dello stesso grano di miglio. Infatti la più piccola

lente del n. 10, mi diede per diametro otto decimi di millimetro (un grano di miglio oltrepassa un poco i due millimetri), e non è già una sfera ma una semisfera. D'ordinario i microscopj che da lui si vendono hanno tre sole obiettive, e sono quelle del n. 4, che è la più debole; poi segue la sesta e la settima. In altri si ha la quarta, la settima e l'ottava. Il mio esame si versò sulla quarta, settima, ottava e decima, la quale molto si avvicina al limite estremo, ed è fatta ad immersione coll'ultima lente piccola mobile.

L'apertura delle singole obiettive fu da me misurata con un metodo, che credo adoperato anche da altri, e gode di tutta la confidenza. Consiste questo nel porre sopra un lungo regolo diviso in metri e ad una data distanza, p. es. un metro e mezzo, due piccoli lumi, poi coll'obiettivo in mano, ed osservando sempre nell'asse della lente, avvicinarsi gradatamente sopra un altro piccolo regolo, il quale è posto normalmente al regolo grande e alla metà della distanza a cui son posti i due lumi. Allora quando i due lumi, che si vedono osservando nell'obiettivo, incominciano a scomparire, mi fermo, e noto la distanza che passa dall'obiettivo al regolo grande. Con ciò ho un triangolo isoscele determinato dalla sua base e dalla sua altezza, e la divergenza in gradi dei due lati eguali che risultano, determina l'apertura dell'obiettive in gradi.

Le misure che ottenni mi confermano che in realtà il Professore di Anversa ha ben misurato le aperture, le quali crescono sempre con certa qual regola col crescere della forza delle lenti. Trovai che per la lente n. 4, si hanno 44 gradi di apertura; pel n. 7, 111 gradi; pel n. 8, 117; e pel n. 10, 165 gradi; e il Professore Van Heurck avrebbe trovato 175 per il n. 11. Confrontando queste aperture con quelle in generale degli altri microscopj, non si può dubitare che queste abbiano una apertura veramente superiore a tutte. A questo proposito dirò che un tempo il celebre Amici mi faceva vedere come cosa rara assai una apertura di un suo piccolissimo obiettivo, e soggiungeva che l'aveva spinta sino a 90 gradi. L'Hartnack avrebbe quasi raddoppiata questa apertura.

Condotta a termine questa prima operazione, rimaneva l'altra non meno importante, ed era quella che mi prefissi,

di vedere, cioè, se in realtà questa enorme apertura era tutta attiva, e non ne rimanesse una parte inattiva ed inutile.

La soluzione di questa ricerca era appoggiata naturalmente ai gradi angolari di luce che l'Autore coi suoi diaframmi fissi, coi suoi specchi piani e concavi, colla distanza pur fissata da questi all'oggetto, dava alle lenti obbiettive. La distanza degli specchi piano e concavo dall'obbiettivo è di circa 56 millimetri, e la loro apertura è di 38 millimetri. Il fuoco dello specchio concavo che concentra la maggior luce è di circa 56 millimetri, ed ha il fuoco che combina prossimamente colla distanza da esso all'oggetto, pel che si ha tutto al più un cono luminoso di 32 a 33 gradi. Però a restringere un poco ancora questo cono concorre un diaframma fisso, sicché da ultimo il cono luminoso è di 30 gradi soltanto.

Posto adunque che sia in azione tutto il corpo del microscopio, ed usando dello specchio concavo, che è quello che dà la maggior luce, non si introdurrà nelle obbiettive se non un cono eguale a 30 gradi. Da ciò risulta che in tutte le aperture delle obbiettive dell'Hartnack non sarà attiva che una sola parte, e sarà non più di 30 gradi.

Istituyendo ora una proporzione per le quattro suddette lenti da me esaminate, si trova che pel n. 4, di 44 gradi di apertura, se ne perdono 14; pel n. 7 se ne perdono 81; pel n. 8 se ne perdono 87; e pel n. 10 se ne perdono 133 gradi. E siccome poi la quantità di luce introdotta nelle obbiettive è in ragione del quadrato dell'apertura angolare, così, fatta la proporzione tra la luce che potrebbe entrare in ciascun obbiettivo a tenore delle loro rispettive aperture, con quella che entra in realtà, si ha che di 100 raggi di luce che potrebbero entrare all'obbiettivo n. 4, ne entrano solo 44; nel n. 7, solo 7 raggi e tre decimi; nel n. 8, 6 decimi e mezzo; e nel n. 10, 3 raggi ed otto decimi di raggio. Tale è la pochezza di luce paragonata con quella che ci potrebbe entrare godendo di tutta l'apertura data dall'Autore alle sue lenti.

Ma d'onde mai, si potrà domandare, trasse origine l'errore di Van Heurck e di altri? Io penso che consista in ciò, che essi ammetterebbero come cosa assentata, che un oggetto bene illuminato per di sotto emetta raggi in tutte le direzioni

da ogni suo punto. Ma in realtà questa supposizione è falsa. Un oggetto trasparente o semitrasparente, osservato al microscopio ed illuminato per di sotto, non manda raggi ben utili se non nella direzione del cono luminoso formato dallo specchio concavo, od anche dal piano, sebbene lo specchio piano ne mandi un cono o fascio molto più piccolo. A voler bene considerare, quando si osserva al microscopio un oggetto trasparente illuminato per di sotto, noi, anzichè l'oggetto, vediamo piuttosto le gradazioni più o meno cariche di luce, più o meno svariatamente tinte o colorate mandate dallo specchio. Infatti, quantunque lo specchio concavo concentri moltissima luce sull'oggetto, se noi nell'osservarlo ci portiamo coll'occhio fuori del cono luminoso, il quale nel caso nostro è di 30 gradi, allora l'oggetto non è più visibile, e solo si osserva una oscura immagine dell'oggetto stesso, formata dai deboli raggi che realmente allora partono da ciascun punto dell'oggetto.

La cosa poi è ben diversa quando si osservi un oggetto opaco, od anche un poco trasparente, il quale sia però illuminato per di sopra. In questo caso noi vediamo in realtà i raggi luminosi che partono da ciascun punto dell'oggetto, e questi raggi si espandono in una sfera, e, direm meglio, più esattamente, in una emisfera. Una lente obbiettiva, la quale in questo caso avesse l'apertura dell'Hartnack di gradi 170 o 175, godrebbe in realtà di tutti o quasi tutti i raggi che partono da qualunque punto dell'oggetto illuminato. Ma qui è appunto dove le lenti del nostro Autore fanno difetto, e sono di una intollerabile confusione. Piglisi, per esempio, qualunque obbiettivo dell'Hartnack, escluso però il più debole, che è il n. 4, che non ha neppure la metà dell'apertura degli altri, e ciò per ragioni che vedremo qui appresso, e poi si procuri di osservare un oggetto opaco, illuminato per di sopra. In questo caso l'apertura delle sue lenti agisce tutta, ma appunto per questo gli errori di sfericità sono così grandi, che gli oggetti osservati compaiono avvolti in una nebbia tale, da essere quasi per intero invisibili. Che se ora coll'inchiostro procuriamo di coprire quasi tutta l'apertura della lente, e lasciare solo una piccola parte centrale scoperta, e ridurre così l'aper-

tura alla quarta o quinta parte, allora gli oggetti si mostrano senza aberrazioni e nebbie; ma in questo caso la luce è debole, e gli oggetti appajono languidi. Anche questa è un' altra prova ben convincente, che delle aperture così vantate non se ne gode che una piccola porzione. Per la qual cosa l'Autore a queste lenti diede un fuoco tanto corto, e le obbiettive sono tanto costrette ad avvicinarsi all' oggetto, che gli oggetti non possono essere illuminati comodamente per di sopra, e s'è obbligati ad usare della luce mandata per di sotto. Per tal modo questi oggetti non hanno che il detto cono di luce eguale sempre a soli 30 gradi. Con questo strattagemma, obbligato dalla costruzione stessa dell'Autore, gli oggetti trasparenti appajono sempre chiari e ben distinti, anche lasciando alle obbiettive tutta la loro sterminata apertura.

Però a convincermi sempre più che il da noi asserito sia esatto, assoggettai le obbiettive dell' Hartnack ad un altro più decisivo esperimento. Io levai lo specchio di 30 gradi postevi dal costruttore, e sostituii uno specchio del cono di 60 gradi in circa. In questo caso, illuminato l' oggetto per di sotto, ne veniva per conseguenza che le obbiettive agivano non più per 30 gradi, ma per sessanta. E fu allora che le aberrazioni si mostrarono pronunciate assai, sì che rendevano gli oggetti annebbiati, e le delicate loro parti scomparivano. Non pago di ciò, introdussi tanto cono di luce nelle obbiettive quanto ne potevano comportare le loro aperture sino cioè a 160 e più gradi. Ciò feci levando tutti gli specchi ed esponendo gli oggetti a ricevere la luce di tutto il cielo aperto, il quale a dir vero non aveva sempre neppure l' apertura della lente più forte dell'Autore. In questo ultimo esperimento, se le obbiettive e le loro aperture fossero state veramente attive, e tutte utili, si dovevano vedere gli oggetti di una precisione e chiarezza meravigliosa. Ebbene, accadde tutto l' opposto. Una densissima nebbia involgeva tutti gli oggetti, e li rendeva per poco invisibili anche nelle parti più cospicue e pronunciate. Nè qui si può dire che la luce da me introdotta fosse troppo forte e proveniente da una parte posta in troppa vicinanza del sole. Io la pigliai dal cielo calmo e tranquillo. E neppure si può obiettare che altre luci estranee venissero ad intorbidare la na-

turale e regolare provenienza della luce destinata ad entrare nelle obietive; giacchè, come dissi, invece di avere luci indirette e straniere, mancava spesso tanto di luce da compire esattamente i 160 gradi voluti dall'apertura lasciata dall'Hartnack alla lente n. 10 da me esaminata, e così dicasi delle altre del n. 7 ed 8.

Io credo che il fin qui detto basti a porre fuori di dubbio che nelle lenti obietive dell'Hartnack non è godibile ed attiva se non la parte più centrale, e precisamente di 30 gradi, così come l'Autore dispose colla sua particolare costruzione, e che perciò le osservazioni fatte dal dotto Professore di Anversa non possono per niun conto ammettersi.

Una osservazione però qui si potrebbe fare, ed è quella del perchè il costruttore valente abbia dato alle sue obietive una sì grande e inutile apertura, se in realtà di questa non se ne doveva impiegare che una sola e piccola parte. Io credo che l'Hartnack abbia ciò fatto principalmente per la facilità e precisione della costruzione. Quando si hanno a lavorare lenti acromatiche piccolissime è molto più facile dar loro una curva di molti gradi che una di pochi. Inoltre trattandosi nelle più forti, di lenti di una estrema piccolezza di volume, come mai si avrebbero potuto trattare? La piccolissima lente del n. 10 che ha il volume della trentesima parte di un grano di miglio, ridotta che fosse ad avere per apertura la sola parte attiva, doveva avere un volume non maggiore della ducentesima parte dello stesso grano di miglio. Con questa piccola quantità di materia ridotta ad essere quasi invisibile, gli errori di costruzione dovevano essere inevitabili. Oltre a ciò, lavorando lenti di molta curvatura, la parte centrale rimane sempre la più esatta, ed è quella appunto che è attiva. Aggiungasi che la centratura delle lenti, e la loro rispettiva posizione riguardo al *flint*, che viene con apposito mastice incolato al *crown*, è molto più facilitata. L'aver voluto talora fare le lenti troppo sottili fu errore di Chevallier e d'altri Francesi; dal quale errore si tenne ben lungi il grande Amici. Da ultimo l'incassatura negli appositi anelli di ottone è ancora facilitata dalla grandezza relativa delle lenti.

La grossezza e spessore delle lenti ha però uno svantaggio,

il quale è d'uopo tollerare in vista di un più grande vantaggio, quello cioè di avere microscopii più esatti e precisi. Lo svantaggio consiste in ciò che colle grosse lenti si diminuisce viepiù sempre la distanza dall'oggetto alla lente. Il perchè al presente, e per la grossezza di queste lenti, e perchè si spinge la piccolezza delle lenti più forti sino al loro massimo grado, si è obbligati a tenere l'ultima lente quasi a contatto dell'oggetto. I vetri già sottilissimi per sé stessi, quali si adoperano necessariamente per coprire gli oggetti, non sono mai abbastanza sottili e ben lavorati. L'immersione introdotta da Amici ha il vantaggio di allungare un poco la distanza dall'oggetto alla lente, la quale operazione, se porta seco una piccola perdita di luce questa è poi compensata ampiamente dalla lotta riflessione di luce delle due superficie dei vetri. La prima cioè di quella superiore del vetro piano; e la seconda di quella della lente che pesca nell'acqua. Se non ci fossero le difficoltà della costruzione, non ci ha dubbio che, dando alle lenti la loro attiva apertura, si potrebbe raddoppiare con gran vantaggio la distanza che passa dall'oggetto all'ultima lente.

Alla lente n. 4, come già dissi, il costruttore di Parigi diede l'apertura di soli 44 gradi, ed è la più debbole, e destinata ad osservare gli oggetti opachi illuminati per di sopra. Quando essa agisce cogli oggetti trasparenti ed illuminati per di sotto, di questi 44 gradi non se ne usufruttano che i soli 30 dati più sopra. Cogli oggetti opachi però, i quali mandano una luce più temperata, l'Autore lasciò tutta l'apertura attiva, e tale che anche a luce mediocre, che è per più ragioni la più opportuna, fa un effetto stupendo.

Queste osservazioni però che presentai ai miei illustri colleghi, nel mentre costituiscono nel loro giusto valore le aperture delle lenti obiettive del sig. Hartnack, nulla tolgono al vero merito dell'Autore. I suoi microscopii sono di una chiarezza e precisione e ingrandimento tale da gareggiare e forse superare quelli dei primi costruttori di Europa e di America. All'esposizione universale di Londra del 1862, i suoi microscopii furono raffrontati coi più pregiati dagli stessi Inglesi, di Powell cioè e di Lealand, e sostennero degnamente il paragone. Dalla Commissione destinata a ciò fu presa per oggetto di prova la mi-

microscopica *Navicula affinis*. I grandi esemplari di questa diatomea sono lunghi 900, o 950 millesimi di millimetro e larghi 16. Sulla linea mediana di questa navicula si osserva una lista larga e profonda, interrotta al centro del guscio: parallelamente alla linea mediana sonovi alquante liste longitudinali, molto spiccate e visibili anche a luce concentrata. Attraverso poi alla stessa linea mediana sonovi alcune linee minutissime ed unitissime tra di loro. Egli è per cagione di queste ultime linee che la detta navicula si ebbe per un oggetto di prova di primo ordine. Esse non si possono vedere che a luce obliqua e convenientemente temperata. Si dice che queste linee furono egualmente bene vedute col microscopio di Hartnack, così come coi più riputati microscopii. Io credo che da quel tempo in poi Hartnack abbia perfezionati ancor più i suoi microscopii.

Da mia parte col n. 10 ad immersione potei bastantemente bene distinguere in una altra navicula le molte linee perpendicolari all'asse, linee che non mi fu dato mai di vedere con altri forti microscopii. Questa polvere di fossili conchiglie mi fu data un tempo dall'egregio Prof. Balsamo Crivelli, e ignoro il nome della navicula. Credo che anche questa, la quale ha la lunghezza di due centesimi di millimetro, e la larghezza di un mezzo centesimo, dovrebbe essere un ottimo esemplare di confronto.

Spero di potere in seguito istituire un confronto bastante-mente esteso fra i più recenti microscopi lasciati dal nostro grande Amici, e quelli di altri Autori. Il nostro Amici, come ben disse un giorno Arago abbracciandolo, fu il vero padre e fondatore dei grandi microscopii acromatici, di cui al presente si onora ed approfitta la scienza.



SULLE MACCHIE SOLARI; PER IL PROF. A. SECCHI.

Il sole è l'oggetto che al presente occupa più l'attenzione degli astronomi osservatori forniti di grandi strumenti. Il nuovo metodo di osservarlo per riflessione sul prisma ha fatto sì che si possono utilizzare le grandi aperture. Nel *Bullettino meteorologico dell'Osservatorio di Palermo* pel Maggio, vediamo con piacere che anche in quell'Osservatorio che ora possiede un refrattore di Merz eguale al nostro gli astronomi sono arrivati alle stesse nostre conclusioni sulla natura delle macchie, e siamo grati alla gentilezza delle espressioni con cui essi mostrano apprezzare i nostri lavori. Può dunque prendersi come un punto accertato, dopo questa conferma ciò che noi abbiamo detto in questa materia. I bei disegni pubblicati dal Tacchini per le macchie visibili alla fine di Maggio, sono perfettamente d'accordo coi nostri nel carattere delle penombre. Essendo queste macchie molto importanti una copia fotografata di questi disegni sarà trasmessa ai principali osservatorii.

Per completare pertanto la storia de' nostri lavori su questo soggetto non sarà discaro ai lettori il vedere ora ciò che scrivevamo dodici anni sono in una Memoria letta all'Accademia de' Nuovi Lincei il giorno 22 Maggio 1853 (1) e che ha avuto pochissima pubblicità. In questa Memoria io dava conto del modo con cui si osservava il sole al cannocchiale di Cau-

(1) Questa Memoria sta sotto il titolo della Sessione IV. 25 Maggio 1852, ma questo anacronismo è dovuto al sistema di pubblicazione allora introdotto negli Atti, che fu poi modificato, come tendente a mettere confusione nelle date dei lavori.

choix di 6 pollici di apertura mediante il modo di osservare che avea introdotto il sig. Dawes, che consisteva in mettere un diaframma piccolissimo all'oculare, invece di metterlo all'obiettivo; a pag. 432 del vol. V. degli Atti suddetti pertanto si legge:

« 1.° La penombra delle macchie che veduta con deboli ingrandimenti e al modo ordinario appare di tinta uniforme, veduta col piccolo diaframma, e con ingrandimenti di 300 a 400 volte, apparisce sempre di una struttura più o meno radiata. I raggi che la compongono sono curvilinei ed irregolarissimi, ma tutti convergenti al centro del nucleo. Essi lasciano tra di loro intervalli neri più o meno larghi, e giustamente possono paragonarsi ad una moltitudine di minutissime correnti, che separate una dall'altra sembrano confluire in un fondo comune (1).

« 2.° Ciascun raggio, o corrente isolata considerata da sé, ha una intensità luminosa eguale a quella della fotosfera da cui si stacca. Il contorno del nucleo non è mai una linea continua: ma oltre il contorno generale poligonale, quale scorgesi coi deboli ingrandimenti, veggonsi i singoli lati del suo contorno tutti addentellati minutissimamente; questi quasi dentelli sono formati dalle testate delle correnti, e seguendo il loro corso su per la penombra fino al limite superiore, trovasi che a ciascuna di essi nel nucleo, d'ordinario ne corrisponde un altro, benchè men deciso nel confine, tra la penombra e la fotosfera. Alcuni di questi raggi più larghi degli altri si stendono talora attraverso il nucleo, e sembrano dividerlo in due o più parti. Questo è il caso in cui i nuclei appariscono senza penombra di sorte alcuna nei mediocri strumenti.

« 3.° Ove più correnti o raggi si incrociano nella penombra stessa, ivi cresce la luce, e diviene, eguale in intensità al resto del sole.

(1) Benchè queste correnti le diciamo minutissime bisogna però ricordarci che nel sole l'arco di un minuto occupa una estensione lineare di 27500 miglia romane, il che dà quasi 461 miglia per secondo: ora un tenuissimo filo di ragno sottende da 2 a 3' di arco (nei comuni mediocri strumenti), e le correnti talora sono più larghe di questa ultima estensione.

completo si stendeva sopra una parte del nucleo e attraverso la corrente precedente: pareva appunto di vedere uno de' grandi crateri lunari in cui fosse illuminata poco più che la metà della corona di montagne che ne formano il ciglio. Tale apparenza durò poco più di 2 ore. Dopo di che guastossi la regolarità della forma, e ne' giorni seguenti la macchia perdette ogni carattere di regolarità.

« Confesso che al primo vedere questa corrente di fuoco attraversata dall'altra come da un arco, fui fortemente indotto a dubitare se esse erano realmente nel medesimo piano: però l'apparenza del rilievo che si ha negli oggetti veduti col cannocchiale, è troppo spesso illusoria per potere somministrare fondamento di realtà alcuna (1); ciò non ostante io credo così importante che si cerchi di comprovare con l'aiuto de' principii di prospettiva, se mai le apparenze di archi siano tali da far credere che le varie correnti non siano nel medesimo piano. Se la materia della fotosfera è gassosa come crede provato il sig. Arago colle sue ingegnose sperienze, nulla è più facile ad intendersi; ma se non lo è, allora riuscirebbe più difficile.

« 7.^o Quantunque l'astronomo debba occuparsi a preferenza di descrivere i fatti, anzichè di cercare le teorie, pure in questo caso è assai difficile di giungere gli uni dall'altra, e dopo aver richiamato alla attenzione de' fisici i fatti che se non sono al tutto nuovi, non erano però stati mai contemplati sotto il loro vero punto di vista, mi sia permesso di richiamare altresì alla vita una opinione proposta molti anni sono dall'astronomo Wilson, per ispiegare la penombra delle macchie solari, ma creduta da alcuni impossibile a sostenersi.

(1) Come esempi di queste illusioni citeremo il fatto delle lettere che scolpite ed incavate in un marmo vedute col cannocchiale astronomico spesso appaiono rilevate; e l'altro fenomeno più comune ancora, e che non può correggersi colla riflessione della mente in modo alcuno, cioè che le prospettive degli oggetti terrestri veduti nel cannocchiale, che pure raddrizza, appaiono rovesciate in questo senso che la parte più vicina all'osservatore di due linee parallele pare più stretta, e la più lontana più larga, mentre ad occhio nudo e secondo le leggi di prospettiva dovrebbe essere il contrario. Questo fenomeno è poco conosciuto dai fisici, e non so che ne sia stata data spiegazione alcuna.

« Questo astronomo in una Memoria inserita nel tomo LXIV. parte I. delle *Transax. filosofiche* per l'anno 1774, prova ad evidenza che *le macchie solari sono cavità nella superficie solare*. A questo fatto, che è impossibile contraddire egli soggiunge; che molto probabilmente la penombra non consiste in altro, che nelle pareti inclinate di questa cavità, e che essa è formata dalla materia stessa dell'inviluppo luminoso che scorre a riempire il vuoto formatosi in esso dalla causa che vi produsse la macchia. Egli porta a questo proposito il fatto osservato, che il contorno della penombra segue bensì quello del nucleo, ma in modo che i suoi angoli sono molto più rotondati che non quelli del nucleo stesso: che anzi una volta avendo osservato un nucleo spezzarsi in due, il contorno della penombra non si chiuse facendo un angolo il cui vertice fosse rivolto al nucleo, ma invece si conformò in modo, che esso rivolgeva a questo la sua apertura, quasi indicar volesse, che la materia luminosa per correre a riempire il nucleo si era avvallata lateralmente, ed allargata la penombra in quella direzione. Altre prove della sua ipotesi possono vedersi nella sua memoria che meriterebbe esser tutta qui riprodotta. Ma contro questa ingegnosa ipotesi militava sempre una forte obbiezione: come mai la sola inclinazione de' fianchi della cavità potesse produrre una diminuzione così grande di luce, che secondo i risultamenti fotometrici di Herschell è circa della metà? Non appariva possibile che una semplice differenza di livello nelle parti della fotosfera potessero produrre tale effetto. L'obiezione è forte, ed egli stesso se la propone, ma non ne dà valevole soluzione. La forza de' suoi strumenti era incapace di mostrarli la vera struttura della penombra. Egli la supposeva di una struttura uniforme, e noi abbiamo veduto che essa non è tale: ove è penombra ivi è discontinuità, e il nucleo nero visibile senza interruzioni nel centro della macchia, è pure visibile tra gli interstizi lasciati dalle correnti di materia luminosa che scorrono a riempirne la cavità, e la mescolanza di questi tratti chiari ed oscuri produce la penombra. Questo è puro fatto. Così pare a me che resti tolta di mezzo la grande obiezione fatta alla teoria di Wilson. Oltre di ciò possiamo aggiungere che se pure alcuni di tali raggi sembrassero talora meno luminosi della

il barile, e cinque raggi luminosi da essa divergenti. Questa massa lucida si è dissipata pian piano e si è disciolta in correnti lasciando un centro libero e nero. Questo fenomeno ci pare assai importante per la teoria, ma finora essendo unico non sapremmo che cosa fondarvi sopra.

Si vede che in sostanza le *foglie di salice* sono in fondo ciò che noi dicevamo correnti e testate di correnti, ma la espressione dei sigg. Nasmyth rappresenta meglio il dettaglio delle parti o corpi allungati che concorrono a riempire le penombre alienandosi uno dopo l'altro. Ma a noi non sembra sostenibile l'opinione che le dimensioni di queste *foglie* siano tutte eguali. Anche in que' punti in cui le abbiamo vedute staccate (come nel giorno 30 Maggio) noi le abbiamo trovate di dimensioni differentissime. Ci sono sembrate come quelle piccole nuvolette che nei temporali corrono avanti staccate dai grossi cumulonì. Anche $\frac{1}{10}$ di secondo in diametro angolare avrebbe dato però a questi corpuscoli una dimensione lineare di 23 in 25 miglia.

Al §. 5. si vede che non ci era sfuggita la diversa lunghezza della penombra relativamente alla rotazione solare, cosa che ora è riconosciuta generalmente dietro le osservazioni di Chacornac e di Delarue.

Similmente al §. 6. i ponti o archi che sono così importanti per arrivare a conoscere la struttura della fotosfera. Ho poi voluto portare per esteso anche ciò che allora io diceva di Wilson perchè questo è oggi stato confermato dallo spoglio delle fotografie di Kiew. Similmente la teoria che sia la materia luminosa sospesa nell'atmosfera solare a modo delle nostre nubi e che ora è tanto gradita si vede da me esposta 12 anni fa. Le nostre osservazioni fatte nel 1861 hanno confermato la tenuità della spessezza dello strato fotosferico solare e che esso non supera un raggio terrestre.

In quanto poi all'essere le facole le prominente della fotosfera al di sopra de' bassi fondi, possiamo citare il fatto che abbiamo veduto presso l'orlo del sole una macchia tonda circondata da un orlo circolare di facole, talmente netto che pareva un cratere lunare. Talchè il nome di crateri solari dato alle macchie prima dallo Ximenes e ora dal sig. Chacornac non è mal scelto.

Avendo ora costruito un nuovo cielo mobile all'equatoriale di Cauchoix che può rendersi tutto oscuro e l'immagine solare è proiettata su di una corda bianca, usando forti ingrandimenti si vede che le granulazioni non sono che tante macchiè in piccola dimensione. È veramente uno spettacolo sorprendente l'enorme irregolarità della intensità della luce sul disco solare. L'altro giorno, 21 Luglio, vi erano alcune macchie minute che esaminate con forti ingrandimenti si vedeva esser a forma vorticoso. In esse le lingue erano disposte a spirale. Vi si vedevano in alcuni punti de'pezzi di penombra grigi e continui, senza lingue di sorte alcuna, che sembravano formati da porzioni di uno strato continuo inferiore semilucido. Il che richiamerebbe que' veli di cui in altre nostre comunicazioni abbiamo parlato, e che in qualche modo giustificerebbero l'opinione di Herschell.



**SUGLI ANNUNZI DELLE PROBABILITA' DEL TEMPO TRASMESSI
PER TELEGRAFO DALL'OSSERVATORIO DI PARIGI; PER IL
PROF. A. SECCHI.**

(*Bullettino Meteor.* Roma 1865. n. 7).

Lo sviluppo attuale della meteorologia segnerà un'epoca memorabile nella storia delle scienze fisiche. Giammai non si vide maggior unione, gara e impegno in tutte le nazioni per concorrere a questo studio (1). Siccome non possiamo ragionevolmente aspettarci che tale stato di cose sia per durare a lungo, perciò bisogna profittare di questi preziosi momenti per la soluzione de' vasti problemi che non possono sciogliersi che col concorso simultaneo di molti.

Lo scopo prefissoci è la previsione delle tempeste, soggetto non solo speculativo ma pratico e umanitario: ma per arrivare a ciò è mestieri conoscere le leggi della circolazione dell'atmosfera. Questa circolazione sembra diversa nel tempo buono e nel cattivo, quindi prima di predire questo tempo è bisogno trovare in ambedue i casi le leggi di questa circolazione; è troppo poco tempo che si studia, per potersi pretendere che siano fissate con certezza queste leggi, specialmente nelle nostre regioni ove il giro generale è influenzato da tante cause particolari.

Per l'imperfezione pertanto di tal cognizione accade che i

(1) Ricevo in questo momento i *Bullettini della corrispondenza meteorologica* telegrafica istituita a Vienna dal sig. Jelineck il quale mi informa che anche a Berlino se n'è istituita un'altra. Il sig. Kupffer prima di morire ne ha istituita un'altra a Pietroburgo.

pronostici trasmessi dall'Osservatorio di Parigi si trovano spesso in difetto. Fortunatamente ciò accade d'ordinario nei giorni di tempo buono, perchè in quelli di tempo cattivo è più facile cogliere nel segno. Ma tal difetto serve senza volerlo a screditare anche le previsioni del tempo pericoloso, e quindi scema specialmente nei marinai la fiducia di questi pronostici. Effetto di questo sistema potrebbe essere il rallentare la voga di queste corrispondenze e diminuire il prestigio di così utile istituzione. Nè sono soltanto i marinai o i poco benevoli, ma anche distinti scienziati che sono di parere doversi sopprimere i pronostici per i giorni ordinarii. Con ciò non si intende di depreziare il merito di sì utile impresa, e del sig. Leverrier che ne è l'anima e la vita, ma soltanto di additare uno scoglio contro cui potrebbe urtare questa bell'opera, a conservare e ingrandire la quale noi cercheremo sempre di contribuire con tutte le nostre forze.

Nell'interesse pertanto di concorrere al vantaggio dell'impresa, esporrò semplicemente quello che l'esperienza mi ha insegnato nei molti anni che studio questa materia, e ciò anche perchè il mio nome essendo stato pronunziato nella recente discussione insorta (1), non credo dovere tacere il mio sentimento.

Premetto innanzi tutto che l'annunzio delle grandi burrasche per telegrafo è una conquista assicurata, e l'annunzio di questo in tempo utile può farsi non solo con probabilità, ma con una certa sicurezza, specialmente per le regioni centrali del mediterraneo, essendo queste circondate da una vasta rete di linee telegrafiche. Le leggi che seguono queste grandi burrasche sono per lo più assai costanti e semplici, e non esigono che un corto periodo di esperienza per esser fissate con sufficiente precisione. Fin dall'anno 1859 io stampava nelle memorie dell'Osservatorio queste parole al n. 21, pag. 162, col. 2. « Le grandi vicende atmosferiche si estendono a tutta l'Europa, « si propagano successivamente in guisa da attraversarla in « poco più di un giorno da N. O. a S. E. diminuendo in forza « e crescendo in numero coll'avanzarsi verso sud, come pure

(1) V. *Comptes Rendus*, 26 Juin 1865.

« diminuendo in numero ed in escursione coll' accostarsi della stagione estiva, ec. ». Poscia ho veduto che le burrasche più temibili in Roma sono quelle che si presentano sull'Irlanda, quelle del Baltico passano al N. di Roma, quelle di Spagna al sud.

Io mi era formato fin d'allora quella regola, sicura abbastanza, dietro uno studio incominciato varii anni prima colla formazione del barometrografo e fondatomi sui listini del Le-verrier. A questo immenso vantaggio dell' annunzio successivo delle tempeste io alludeva ancora nell' articolo che accompagnava la prima pubblicazione delle osservazioni della corrispondenza meteorologica telegrafica pontificia tra Roma e Ancona e Ferrara (1), nel 20 Giugno 1855. Su di ciò non può dunque cadere controversia.

Il punto contrastato è se nei giorni sereni e calmi si abbia da fare e trasmettere un tale pronostico. A dire la verità, per sè può farsi e trasmettersi come saggio di premura e di diligenza da parte dell' ufficio di Parigi, ma non può essere a meno che questi presagi non siano suscettibili di essere assai erronei. La ragione di ciò è che nei giorni calmi e regolari il giro de' venti non è lo stesso dei giorni burrascosi, e dipende molto più che nei burrascosi dalle circostanze locali; quindi ove chi fa il pronostico non sia bene al corrente di queste circostanze locali si espone a errare, non tenendo conto che delle cause generali. Ora il conoscere tali particolarità è sommamente difficile a uno lontano e non pratico del luogo, soprattutto per le variazioni che possono avvenire dopo ricevute le osservazioni. Così per esempio per Roma l' andamento regolare della corrente generale atmosferica che domina in Europa nei giorni sereni promette un vento di N. E. e N. O. e chi prescinde dalle circostanze locali col predir questo vento accenna il vero. Ma il fatto non corrisponde, altro che nel caso di venti forti e di tramontane dichiarate, che sono allora piuttosto da

(1) Non può mettersi in controversia che prima di Roma siasi messo a profitto il telegrafo per trasmissione di osservazioni meteorologiche: ma la prima corrispondenza sistematica ordinata in Europa, benchè in piccola scala, è stata quella che io ho avuto a dirigere per ordine del Governo pontificio negli stati del medesimo.

mettersi tra le burrasche. Ciò deriva dalla circostanza che la nostra stazione risente l'influsso della marina, e se la tramontana non è assai forte il vento di mare diviene predominante e dà un vento di S. O. abitualmente dominante. Basta gettare un'occhiata sulle trasmissioni telegrafiche che qui sotto soggiungo e confrontarle col giro del vento che ho estratto dalle indicazioni automatiche del meteorografo per convincersi di questo vero. Si vedrà che ove notasi nel dispaccio vento da N. E. a N. O. si trova dato dal meteorografo il N. E. al mattino, ma al pomeriggio sempre S. O. Inoltre Roma partecipa del clima marittimo in questo senso che molte burrasche di terra non arrivano a noi, come non arrivano al mare; il che ho osservato accadere più volte specialmente in estate.

Sarà dunque mestieri che prima di fare le probabilità chi le fa sia informato delle circostanze locali di ciascun luogo e così potrà indovinarci; altrimenti sarà meglio dare in termini generali lo stato dell'Europa e limitarsi a dire vento *regolare solito* ovvero perturbazione nel vento e simili, lasciando al meteorologista locale definire il resto.

Aggiungasi che il vento in molti casi varia per piccole burrasche locali che sorgono dopo che già si è trasmessa l'osservazione a Parigi, e quindi risulta che è ben incerto il suo corso tranne a stagioni stabilite, e se i confronti che qui diamo fossero presi da altri mesi meno regolari del presente, noi vi troveremmo maggiori diversità.

Col manifestare questo nostro parere noi non vogliamo scemare il merito delle segnalazioni telegrafiche, anzi diremo che da esse può trarsene un vantaggio non indifferente da un esperto meteorologista; perchè confrontando il pronostico che è dedotto dal corso generale col risultato effettivo, che è modificato dalle circostanze locali verranno a riconoscersi le cause perturbatrici (1). Ma se questo è lavoro utile alla scienza e per gli scienziati, può ragionevolmente dubitarsi che ciò sia utile

(1) Mentre correggo le bozze di questo foglio, ricevo il n. del 15 Luglio del Bullettino di Parigi, ove trovo che il sig. Poincarre coincide con me in questa opinione: l'azione generale deve esser coadiuvata dalla particolare.

per la gente meno istruita, come sono i marinai, ai quali tali avvisi smentiti più volte toglieranno la fiducia de' pronostici seri, e di vero pericolo.

Quello che noi troviamo sommamente utile è la trasmissione dello stato generale atmosferico con la maggior precisione possibile, ogni dì, buono o cattivo che sia, perchè anche il buono è necessario a supporre: che se vuoi aggiungere un pronostico si faccia, ma questo non si dovrebbe mettere al pubblico se prima non fosse visto da persona pratica e intelligente per sapere se per circostanze locali imprevedibili a Parigi, o sorte spesso nelle ore posteriori, all'invio delle osservazioni esso sia tale che meriti o no di segnalarsi al pubblico.

Onde non paia che io voglia stabilire una specie di censura, dirò quel che accade in questo momento (14 Luglio) in cui scrivo. Ieri fu forte tramontana, ed è regola in Roma che generalmente dura 3 giorni: essa all'arrivo del dispaccio di Parigi era così forte che era impossibile che cessasse così presto; eh bene quale era il pronostico? leggiamo = *Probable vendredi (14) vent moderé d'entre sud-ouest et sud-est* =. Non poteva farsi pronostico più improbabile, e in fatti oggi 14 continua la tramontana poco men forte d'ieri e non si ha nemmeno il solito S. O., ma solo una componente di ovest, talchè si crederebbe che il dispaccio fosse errato e fossesi messo sud invece di nord. Questo stesso dispaccio però ci è stato utilissimo nella sua parte positiva: = *Hier a 10^h $\frac{1}{2}$ soir orage à Florence* = (il che ci dava la spiegazione del cielo nuvoloso verso N. e N. E. con lampi a N. E. che noi vedevamo la sera). Ciò che segue ci resta inintelligibile. = *Conditions (sic) de ces bourrasques ciel généralement beau, vents faibles sur l'Italie* =. Noi non comprendiamo quel *conditions* che forse era *continuations*: nè facciamo di esso una colpa ai meteorologi dell'osservatorio, essendo evidentemente un difetto de' telegrafisti: ma ciò prova che tali dispacci non si possono esporre al pubblico senza essere stati riveduti da persona idonea. Nei tempi presenti si è troppo disposti a gettar il ridicolo anche sugli sforzi più seri per non impedire ogni occasione o pretesto che abbia ombra di ragione.

Noi speriamo che il sig. Direttore dell'Osservatorio di Pa-

rigi per queste riflessioni non sarà dispiacente ma che anzi serviranno al dotto e coraggioso scienziato e a quelli che lo coadiuvano con tanto zelo per far prendere in considerazione i sovraccennati elementi locali disturbatori della legge generale, che finora non sono stati contemplati nel fare i presagi per Roma, sarà bene che ciascun particolare informi il centro di Parigi per poterne profittare, ed è perciò solo che l'abbiamo fatto. Ma il miglior presagio si farà sempre sul luogo stesso dall'esperto meteorologista che conosca le condizioni del suo clima, dietro gli indispensabili elementi che gli verranno trasmessi per via telegrafica. Onde sarebbe da stabilire in ogni porto principale un uomo esperto della meteorologia locale per regolare la pubblicazione de' dispacci con più criterio che non è stato fatto finora. E ciò sia detto per i tempi sereni, perchè pei burrascosi non può cadere dubbio alcuno. La lista che diamo è da se sola abbastanza eloquente per far vedere quanto abbiamo detto e ci dispensa da ogni commento.

PREDIZIONI DEL TELEGAFO — GIUGNO.

17. Probable Dim. 18. Vent de faible à modéré pouvant tourner de ouest sud et sud est.
18. Prob. Lundi 19. Vent de faible à modéré d'entre N. E. et N. O.
19. Prob. Mardi 20. Vent assez fort ou modéré entre N. O. et N. E.
20. Prob. Merc. 21. Vent modéré entre N. O. et N. E.
21. Prob. Jeudi 22. Vent modéré entre N. O. et N. E.
22. Prob. Vendredi 23. Vent modéré entre N. O. et N. E.
23. Prob. Samedi 24. Vent modéré entre N. E. et N. O. Orage probable.
24. Prob. Dim. 25. Vent modéré ou assez fort entre ouest et nord. Orage.
25. Prob. Lundi 26. Vent modéré ou assez fort N. O. et nord.
26. Prob. Mardi 27. Vent faible à modéré pouvant tourner de nord à est et S. E.
27. Prob. Mercredi 28. Vent faible à modéré variable.
28. Prob. Jeudi 29. Vent faible à modéré variable Naples (*sic*) à tourner de S. O. à S. E. et E. Beau a Venise. Vent faible à modéré variable.
29. Prob. Vendredi 30. Vent faible et modéré devant tourner de N. à E. et S. E.
29. Prob. Samedi 1 Juillet. Vent assez fort devant tourner de l'est à S. O.
1. Juillet Probable Dimanche 2. Vent modéré ou assez fort, variable de sud à ouest.
2. Prob. Lundi 3. Vent faible à modéré devant tourner de S. O. à N. O.
3. Prob. Mardi 4. Vent modéré entre N. et E.

4. Prob. Mercredi 5. Vent modéré ou assez fort entre ouest et nord.
- 5 Prob. Jeudi 6. Vent modéré entre nord et est.
6. Prob. Vendredi 7. Vent modéré des régions nord-ouest ou nord-est.
7. Prob. Samedi 8. Vent modéré entre N. E. et N. O.
8. Vent modéré entre nord et est.
9. Prob. Lundi 10. Vent modéré ou assez fort variable entre sud ou est et N. O. ou orages probables
10. Prob. Mardi 11. Vent faible à modéré devant tourner de sud à ouest.
11. Prob. Mercredi 12. Vent faible à modéré variable.
12. Prob. Jeudi 13. Vent modéré variable.
13. Prob. Mardi 14. Vent modéré d'entre S. O. et S. E.

OSSERVAZIONI EFFETTIVE

18. Nord al mattino che gira all'ovest, poi un poco verso sud, e ritorna ad ovest e fissasi a nord definitivo. (Il giro finale è a rovescio del dispaccio). Velocità 13 miglia piuttosto forte.
19. Puro N. N. E. tutto il dì e assai forte, di 18 miglia. (Non si può dire tutto sbagliato).
20. Puro nord, con solo qualche botta irregolare verso est e ovest. Velocità massima 9 miglia (questo va bene).
21. Vento nord che volta a S. O. per l'ovest, poi ovest definito. Velocità 9 miglia (sta bene al mattino non a sera).
22. Nord che volta a ovest e S. O. poi torna O. S. O. Velocità 11. (Nella predizione manca al solito il S. O. a sera).
23. Nord dichiarato dominante con un poco di ovest a mezzodì ed est alla sera, poi nuovamente nord forte 15 miglia. (È giusto).

24. Nord poi ovest dopo mezzodì, e S. E. (Il vento non combina). Velocità 10, irregolare assai. Piove (c'indovina nella burrasca).
25. Vento est poi sud, e indi ovest. Poi N. O. e S. di nuovo ovest. Piove. (Va bene). Velocità 4 miglia.
26. Nord debole al mattino: poi ovest e sud. Velocità 11. (Ha continuato il giro invece di retrogradare).
27. Est al mattino poi sud e ovest, e per sud a est di nuovo (combina al mattino). Velocità 12 miglia.
28. Est al mattino poi sempre S. O. Velocità 10 miglia.
29. Nord al mattino poi ovest e S. O. (Se comprenda Roma non si capisce, manca l'est). Velocità 12.
30. Est e S. E. tutta la mattina: a mezzodì volta forte sud con un poco di ovest. Velocità 24 miglia. (Non combina che al principio del giro).
1. Luglio sempre sud con qualche tendenza a ovest. Velocità 11 miglia.
2. Sud ovest dominante, regolare. Velocità massima 12 miglia. (Combina).
3. Vento di est che volta a nord poi a ovest, poco sud, poi est. Temporale nella notte dal 3 al 4. (Non combina che in piccola parte). Debole. Velocità massima 10 miglia.
4. Girante nella notte da est a nord: poi ovest e sud, e di nuovo a ovest. Debole. Velocità massima 8. (Non combina in tutto).
5. Nord al mattino con un poco di est poi N. e O. e poi sud, (Solito giro). Continuato all'est nella notte. (Forticello velocità 12 miglia).
6. Nord volta a ovest e poi a sud e di nuovo a ovest. (Non combina). È il giro solito. (Velocità 12 miglia).
7. Nord nella notte, poi ovest e S. O. indi ovest di nuovo e nord solita oscillazione e regresso. (Non combina mancando la parte principale del giorno che è il S. O.). Velocità 11 miglia.
8. Come ieri da nord a ovest; poi S. più diretto; quindi O. e N. di nuovo. (Non combina mancando il S. O.). Velocità 13 miglia.
9. Nord, poi ovest e sud al solito e ritorno a nord, poi defi-

nitivamente S. O., fisso poi a sud la sera. (Velocità 12 miglia non combina).

10. Sud, che volta a ovest, poi a sud nuovamente, e la sera a est. (Manca il nord. Velocità 14 miglia).
11. Est che volta a S. O., e poi a sud deciso fino a mezzanotte. Velocità 13. (non combina)
12. S. E. al mattino; poi sud e S. O. Velocità 11 miglia.
13. Tramontana ossia nord forte con un poco di N.E. Velocità 16 miglia. (Non combina).
14. Forte tramontana pura. Velocità 12 miglia. (Non combina).



RASSUNTIO delle osservazioni meteorologiche fatte nel Gabinetto di Fisica della R. Università di Pisa nell' anno 1861.

GENNAIO

Taf: III.

Page 100

100

100

SCATTERED ISSUES

1863-1864

PHY

DATE DUE			

STANFORD UNIVERSITY LIBR
STANFORD, CALIFORNIA 94305